

compito del 7/7/2008

Problema 1

1. Per il teorema di conservazione dell'energia

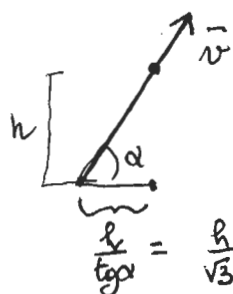
$$\frac{1}{2} m v_0^2 = mgh + \frac{1}{2} m v^2$$

modulo della velocità in cima al piano inclinato

$$\Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

$$v_x = v \cos \frac{\pi}{3}$$

$$v_y = v \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$



2. Nel moto successivo al distacco dal piano inclinato, che è un moto parabolico, il corpo raggiunge l'altezza massima quando $v_y = 0 \Rightarrow v = v_x = v \cos \frac{\pi}{3}$ (lungo l'asse $\hat{x}$ v è costante)

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 + mgh = mg h_{\max} + \frac{1}{2} m v_x^2$$

$$h_{\max} = h + \frac{v^2 - v_x^2}{2g} = h + \frac{v_y^2}{2g}$$

3. Nel moto parabolico si ha

$$\begin{cases} x(t) = v_x t = \frac{v}{2} t \\ y(t) = h + v_y t - \frac{1}{2} g t^2 = h + \frac{\sqrt{3}}{2} v t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

L'istante in cui il corpo tocca terra è dato da

$$y(t) = 0 = h + \frac{\sqrt{3}}{2} v t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow g t^2 - \sqrt{3} v t - 2h = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{\sqrt{3} v \pm \sqrt{3v^2 + 8hg}}{2g} \quad \text{la soluzione è quella col segno +}$$

$$\Rightarrow d = \frac{h}{\sqrt{3}} + \frac{v}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{v}{g} + \frac{\sqrt{3v^2 + 8hg}}{2g} \right)$$

Problema 2

2

4. Diagramma delle forze:

Perché $|\vec{T}_A| = |\vec{T}_B|$, si ha

$$m_A a_A = 0 = -F_{el} + T$$

$$m_B a_B = 0 = -m_B g + T$$

 $\Rightarrow$

$$F_{el} = T$$

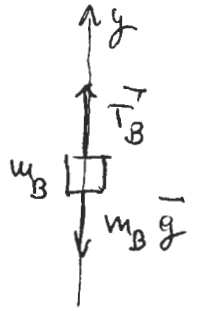
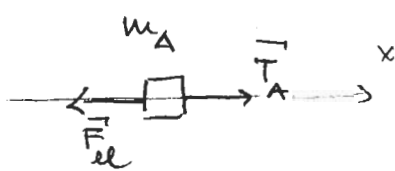
 $\Rightarrow$

$$T = m_B g$$

$$F_{el} = m_B g$$

$$F_{el} = k(l_{eq} - l_0) \Rightarrow$$

$$k(l_{eq} - l_0) = m_B g \Rightarrow l_{eq} = l_0 + \frac{m_B g}{k}$$



5. Conservazione dell'energia meccanica per il sistema A+B

$$\frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2 + \frac{1}{2} k(l_{eq} - l_0)^2 = m_B g (l_{eq} - l_0)$$

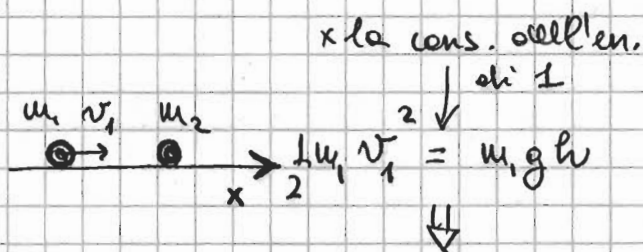
$$\frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2 + \frac{1}{2} \cancel{k} \left(\frac{m_B g}{\cancel{k}} \right)^2 = m_B g \frac{m_B g}{k}$$

$$\frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2 = \frac{(m_B g)^2}{2k}$$

$$v = m_B g \sqrt{\frac{1}{k(m_A + m_B)}}$$

Problema 3

6. Subito prima dell'urto



$\Rightarrow$ se l'urto è anelastico, la conservazione della quantità di moto (qui tutta lungo $\hat{x}$) dà che

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_{fin} \Rightarrow v_{fin} = \frac{m_1 \sqrt{2gh}}{m_1 + m_2}$$

7. Se l'urto è elastico, si ha conservazione della q.d.m. e dell'energia cinetica del sistema $\Rightarrow$

$$\begin{cases} m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_2' = \frac{m_1}{m_2} (v_1 - v_1') \\ m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + \frac{m_1^2}{m_2} (v_1 - v_1')^2 \end{cases}$$

$$\cancel{m_1 v_1^2} = \cancel{m_1 v_1'^2} + \frac{m_1^2}{m_2} (v_1^2 + v_1'^2 - 2 v_1 v_1')$$

$$m_2 v_1'^2 + m_1 v_1'^2 + m_1 v_1^2 - m_2 v_2'^2 - 2 m_1 v_1 v_1' = 0$$

$$(m_1 + m_2) v_1'^2 - 2 m_1 v_1 v_1' + (m_1 - m_2) v_1^2 = 0$$

$$v_1' = \frac{m_1 v_1 \pm \sqrt{m_2^2 v_1^2 - v_1^2 (m_1^2 - m_2^2)}}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 v_1 \pm m_2 v_1}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh}$$

La sol. fisica è quella al segno "-" $\Rightarrow v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \sqrt{2gh}$

$$8. v_2' = \frac{m_1}{m_2} (v_1 - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1) = \frac{m_1}{m_2} v_1 \frac{2m_2}{m_1 + m_2} = \frac{2 m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Per la conservazione dell'energia di m_2

$$\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = m_2 g h_{max} \quad h_{max} = \frac{v_2'^2}{2g} = \frac{4 m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} \frac{2gh}{2g}$$

Problema 4

4

9. Per la conservazione dell'energia meccanica

$$\frac{1}{2} m v_{0, \min}^2 + k_e \frac{Qq}{d} = k_e \frac{Qq}{R}$$

$$\frac{1}{2} m v_{0, \min}^2 = k_e Qq \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{d} \right) \Rightarrow v_{0, \min} = \sqrt{\frac{2 k_e}{m} Qq \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{d} \right)}$$

10. Nel moto circolare uniforme

$$m a_{\text{centr}} = m \frac{v_0^2}{d}$$

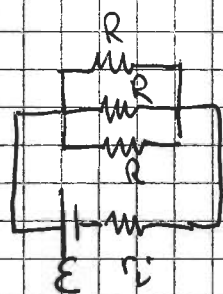
$$\cancel{\frac{m}{d}} \frac{v_0^2}{\cancel{d}} = k_e \frac{Qq}{\cancel{d^2}}$$



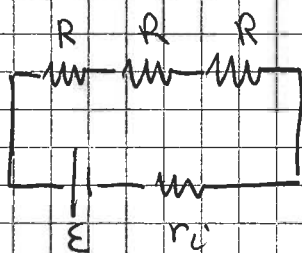
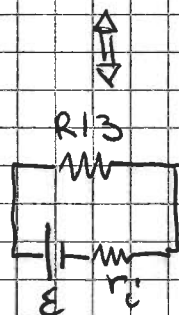
$$v_0 = \sqrt{\frac{k_e}{m} \frac{Qq}{d}}$$

N.B. Tutto questo è valido perché, per il teorema di Gauss, si può dimostrare che il campo elettrico generato da Q in $r > R$ è uguale al campo elettrico di una carica puntiforme posta al centro della sfera.

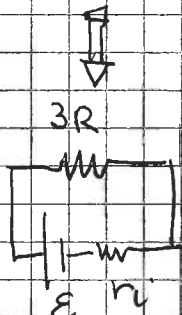
Problema 5



caso a)



caso b)



$$\left(\frac{R}{3} + r_i\right) i_p = \varepsilon$$

$$(3R + r_i) i_s = \varepsilon$$

11.

$$\Rightarrow \left(\frac{R}{3} + r_i\right) i_p = (3R + r_i) i_s$$

$$\frac{\frac{R}{3} i_p = 3R i_s}{i_s - i_p} = r_i$$

$$r_i = \frac{R}{3} \frac{9 i_s - i_p}{i_p - i_s}$$

$$12. \quad \frac{R}{3} i_p + \frac{R}{3} \frac{9 i_s - i_p}{i_p - i_s} i_p = \varepsilon$$

$$\frac{R}{3} i_p \left(1 + \frac{9 i_s - i_p}{i_p - i_s}\right) = \varepsilon \quad \varepsilon = \frac{R}{3} i_p \frac{8 i_s}{i_p - i_s}$$

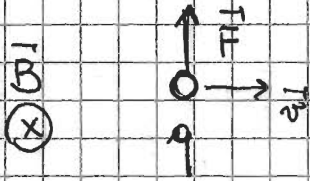
$$13. \quad P = i_p^2 r_i = i_p^2 \left(\frac{R}{3} \frac{9 i_s - i_p}{i_p - i_s}\right)$$

Problema 6

6

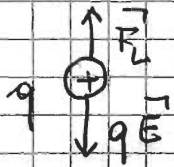
14. Sui portatori di carica si ha

14.



$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow F = q v B$$

15. In condizioni stazionarie, le cariche $+$ e $-$ sono "solidalizzate" nella parte alta della sbarretta, quella $-$ nella parte bassa, creando così un campo elettrico t.c. la forza elettrica bilancia quella di Lorentz $\Rightarrow$



$$\cancel{q} E = \cancel{q} v B$$

$$E = v B$$

$$\Rightarrow \Delta V = E l = v B l$$