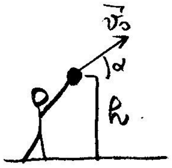
Esercizio sul lanciatore del peso



Lancio da h, con v_0.

Trovare α tale che il lancio sia massimo

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}\, t^2$$

Scegliamo gli assi:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t \\ y = h + v_0 \sin\alpha\, t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Troviamo il tempo di caduta τ: τ t.c. $y(\tau) = 0$

$\Rightarrow$

$$h + v_0 \sin\alpha\, \tau - \frac{1}{2} g \tau^2 = 0$$

$$\tau = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} + \sqrt{\frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g^2} + \frac{2h}{g}}$$

Sia $d = x(\tau)$, allora

$$d = \frac{v_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g} + \cos\alpha \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{g}\right)^2 \sin^2\alpha + \frac{2h v_0^2}{g}}$$

Voglio d_{max} $\Rightarrow$ devo trovare α t.c. $\frac{d}{d\alpha} d(\alpha) = 0$

$$\frac{d}{d\alpha} d(\alpha) = \frac{v_0^2}{g}\left(-\sin^2\alpha + \cos^2\alpha\right)$$

$$- \sin\alpha \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{g}\right)^2 \sin^2\alpha + \frac{2h v_0^2}{g}}$$

$$+ \cos\alpha\, \cancel{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{v_0^2}{g}\right)^2 \sin^2\alpha + \frac{2h v_0^2}{g}}} \frac{v_0^4}{g^2} \cancel{2} \sin\alpha \cos\alpha = 0$$