

Studio del moto su spirale

1.

Si ha $r(\theta) = r_0 + \frac{b}{2\pi} \theta$ r_0 e b dati.

Questa è l'equazione di una spirale.

1) Si supponga che la spirale sia percorsa con $\dot{\theta} = \omega = \text{cost.}$
Studiare il moto.

$$\dot{\theta} = \omega \Rightarrow \theta(t) = \theta_0 + \omega t$$

$$\Downarrow$$

$$r(t) = r_0 + \frac{b}{2\pi} \theta_0 + \frac{b\omega}{2\pi} t$$

$$\text{Sia } r_0 = r(t=0) \Rightarrow \theta_0 = \theta(t=0) = 0$$

$$\Rightarrow r(t) = r_0 + \frac{b\omega}{2\pi} t$$

$$\boxed{\frac{b\omega}{2\pi} \equiv v_0}$$

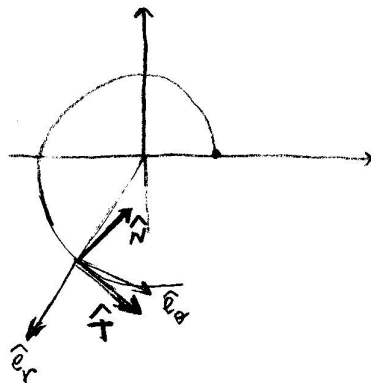
$$r(t) = r_0 + v_0 t$$

$$\vec{r} = \dot{r} \hat{e}_r + r \dot{\theta} \hat{e}_\theta$$

$$\dot{r} = v_0$$

$$r \dot{\theta} = \omega (r_0 + v_0 t)$$

$$\Rightarrow |\vec{r}| = \sqrt{v_0^2 + \omega^2 (r_0 + v_0 t)^2}$$



$$\begin{aligned} \vec{a} &= (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \hat{e}_r + (r \ddot{\theta} + 2 \dot{r} \dot{\theta}) \hat{e}_\theta \\ &= -(r_0 + v_0 t) \omega^2 \hat{e}_r + 2 v_0 \omega \hat{e}_\theta \end{aligned}$$

Trovare $\hat{T}$, $\hat{N}$ e $\rho \equiv$ raggio di curvatura

$$\hat{T} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{v_0}{v} \hat{e}_r + \frac{\omega (r_0 + v_0 t)}{v} \hat{e}_\theta$$

$$\hat{N} \cdot \hat{T} = 0 \Rightarrow \frac{v_0}{v} N_r + \frac{\omega}{v} (r_0 + v_0 t) N_\theta = 0$$