

Unificazione elettrodebole e bosone di Higgs

Fatti:

a) Le forze delle interazioni elettromagnetica e debole, apparentemente molto diverse, lo e' in virtu' della grande massa dei mediatori deboli W/Z. Rimane la domanda **perche' il fotone e' senza massa mentre i W/Z la hanno grande.**

b) Il fattore di vertice elettromagnetico e' puramente vettoriale mentre quello debole carico e' V-A:

$$\gamma^\mu (1 - \gamma^5) \quad \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Ancora piu' complicati sono quelli deboli neutri: $\sin^2\theta_W \dots$

Per il punto b) possiamo utilizzare il "trucco" di assorbire la matrice $(1-\gamma^5)$ nella definizione dello spinore:

$$u_L(p) = \frac{(1-\gamma_5)}{2} u(p); \quad \frac{(1-\gamma_5)}{2} \text{ e' il proiettore di elicit' negativa}$$

N.B. u_L e' autostato di elicit' solo nel limite di massa nulla: le equazioni di Dirac si disaccoppiano per i due stati di elicit' (come per il neutrino). Piu' in generale $\frac{1}{2}(1-\gamma_5)$ seleziona la componente negativa di elicit'. Nel limite ultrarelativistico la massa e' trascurabile e u_L tende ad essere unostato di elicit' pura (negativa).

$$u_R(p) = \frac{(1+\gamma_5)}{2} u(p); \quad \frac{(1+\gamma_5)}{2} \text{ e' il proiettore di elicit\`a positiva}$$

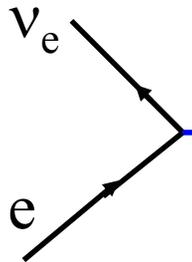
E per le antiparticelle $v_L(p) = \frac{(1+\gamma_5)}{2} v(p), v_R(p) = \frac{(1-\gamma_5)}{2} v(p)$

Per gli spinori aggiunti: $\bar{u}_L \equiv u_L^\dagger \gamma^0 = \frac{u^\dagger (1-\gamma^5)}{2} \gamma^0 = u^\dagger \gamma^0 \frac{(1+\gamma^5)}{2} = \bar{u} \frac{(1+\gamma^5)}{2}$

$$\bar{v}_L = \bar{v} \frac{(1-\gamma^5)}{2}, \bar{u}_R = \bar{u} \frac{(1-\gamma^5)}{2}, \bar{v}_R = \bar{v} \frac{(1+\gamma^5)}{2}$$

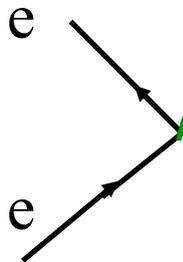
Spinori
chirali

Accoppiamenti di corrente carica



L'accoppiamento al vertice contribuisce alla
 W^- matrice M come: $\bar{\nu} \gamma^\mu \left(\frac{1-\gamma^5}{2} \right) e \equiv J_\mu^-$

Corrente carica negativa analoga alla corrente elettrica:



$$-\bar{e} \gamma_\mu e$$

Un po' di algebra con i γ^5 : $\left(\frac{1-\gamma_5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}(1-2\gamma_5 + (\gamma_5)^2) = \frac{(1-\gamma_5)}{2}$;

$$\gamma_\mu \frac{(1-\gamma_5)}{2} = \frac{(1+\gamma_5)}{2} \gamma_\mu \Rightarrow \gamma_\mu \frac{(1-\gamma_5)}{2} = \gamma_\mu \frac{(1-\gamma_5)^2}{4} = \frac{(1+\gamma_5)}{2} \gamma_\mu \frac{(1-\gamma_5)}{2}$$

Quindi la corrente carica debole si scrive in modo compatto (e simile al caso e.l.m.):

$$J_\mu^- = \bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L \quad \text{Cioe' il vertice e' vettoriale ma si accoppia solo ai fermioni left}$$

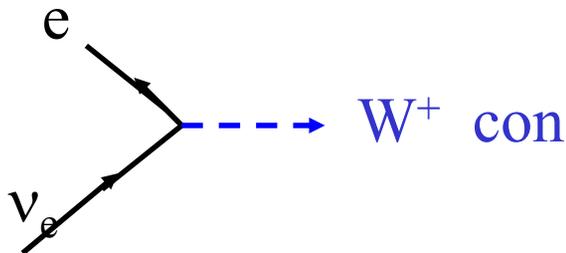
Piu' in generale scriviamo lo spinore come: $u = \frac{(1-\gamma_5)}{2} u + \frac{(1+\gamma_5)}{2} u \equiv u_L + u_R$

Anche la corrente elettrica puo' essere scritta in termini di spinori chirali con una notazione simile alla corrente debole:

$$J_\mu^{em} = -\bar{e} \gamma_\mu e = -(\bar{e}_L + \bar{e}_R) \gamma_\mu (e_L + e_R) = -\bar{e}_L \gamma_\mu e_L - \bar{e}_R \gamma_\mu e_R$$

I termini incrociati sono nulli e nota che le correnti deboli e e.l.m. conservano la chiralita'

Aggiungiamo anche una corrente debole carica positiva:



$$J_\mu^+ = \bar{e}_L \gamma_\mu \nu_L$$

Introduciamo una notazione piu' compatta: definiamo un doppietto left-handed:

$$\chi_L = \begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix}_L; \tau^+ = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tau^- = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Le matrici τ definiscono le correnti cariche: τ^- manda $\nu \rightarrow e$ e viceversa τ^+

La corrente carica (\oplus) si scrive in maniera compatta:

$$J_\mu^\pm = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \tau^\pm \chi_L$$

In termini di matrici di Pauli: $\tau^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \tau^2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \tau^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\tau^\pm = \frac{1}{2}(\tau^1 \pm i\tau^2)$

Questa struttura e' analoga a quella di uno spin $1/2$: $\begin{bmatrix} e \\ \nu \end{bmatrix}$ rappresenta un doppietto di isospin debole, τ^\pm sono operatori (di salita e di discesa) per passare da uno stato all'altro: da (e) a (ν) come nel caso di spin ordinario (e anche di isospin forte).

Ma allora ci deve essere anche la possibilita' di trasformare secondo τ^3 : (e) in (e) e (ν) in (ν) **le correnti neutre (o parte si esse)?**

$$J_\mu^3 = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \frac{1}{2} \tau^3 \chi_L = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L$$

Ma J_μ^3 accoppia sono i fermioni left (V-A) e sappiamo anche che le correnti deboli neutre sono piu' complicate: ci sono anche i fermioni right.

Introduciamo anche un'altra quantità: l'ipercarica debole Y miscuglio di corrente elettromagnetica e J^3 : $Y=2Q-2t_3$ ($t_3=3^a$ componente dell'isospin debole) e una corrente di ipercarica debole J_μ^Y :

$$J_\mu^Y = 2J_\mu^{em} - 2J_\mu^3 = -2\bar{e}_R\gamma_\mu e_R - \bar{e}_L\gamma_\mu e_L - \bar{\nu}_L\gamma_\mu \nu_L$$

Caratteristiche:

- $Y=1$ per il doppietto leptonico e $Y=1/3$ per quello di quark;
- Conserva l'isospin debole (sia la parte e.l.m. che debole conservano l'isospin)
- il III termine accoppia solo lo spinore left (il neutrino).

In altre parole abbiamo combinato 2 doppietti di isospin ottenendo:

- a) Un isotripletto: $\bar{\nu}_L e_L, (\bar{\nu}_L \nu_L - \bar{e}_L e_L), \bar{e}_L \nu_L \Rightarrow J^\pm, J^3$
- b) Un isosingoletto $(\bar{\nu}_L \nu_L + \bar{e}_L e_L)$ che sommato alla parte right (e.l.m.) mi da la corrente J^Y

La struttura si estende anche agli altri leptoni e quark: 6 doppietti di spin isotopico debole :

$$\chi_L = \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix}_L, \begin{bmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{bmatrix}_L, \begin{bmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{bmatrix}_L, \begin{bmatrix} u \\ d' \end{bmatrix}_L, \begin{bmatrix} c \\ s' \end{bmatrix}_L, \begin{bmatrix} t \\ b' \end{bmatrix}_L$$

3 correnti di isospin debole: $\vec{J}_\mu = \frac{1}{2} \bar{\chi}_L \gamma_\mu \vec{\tau} \chi_L$

1 corrente di ipercarica: $J_\mu^Y = 2J_\mu^{em} - 2J_\mu^3$ con $J_\mu^{em} = \sum_{i=1}^2 Q_i (\bar{u}_{iL} \gamma_\mu u_{iL} + \bar{u}_{iR} \gamma_\mu u_{iR})$
 sommata sulle particelle di un doppietto e su tutti i doppietti

Vogliamo che la Lagrangiana così costruita sia invariante sotto trasformazioni di SU(2), rotazioni nello spazio dello spin isotopico debole. Tali rotazioni possono essere globali o locali.

Ad es. possiamo imporre che la Lagrangiana di Dirac: $i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m^2\bar{\psi}\psi$ dove ψ è un vettore a due componenti (di isospin debole) sia invariante sotto SU(2): $\psi \rightarrow e^{i\vec{\sigma}\cdot\vec{\theta}}\psi$

Possiamo anche imporre che tale Lagrangiana sia anche invariante moltiplicando la funzione d'onda per una fase: $\psi \rightarrow e^{i\theta}\psi$ (trasformazione U(1)).

Se $\theta, \vec{\theta}$ sono fasi globali cioè si applicano a tutti i campi in ogni regione dello spazio la invarianza è automatica. Se invece sono funzioni di x_μ : $\theta(x_\mu), \vec{\theta}(x_\mu)$ parleremo di **invarianza di gauge locale** e, in questo caso l'invarianza della Lagrangiana di Dirac non è automatica ma è possibile a patto di:

a) Nel caso di U(1) introdurre un nuovo campo vettoriale: il potenziale elettromagnetico A_μ , i termini di potenziale di Maxwell e l'accoppiamento campo-fermione carico

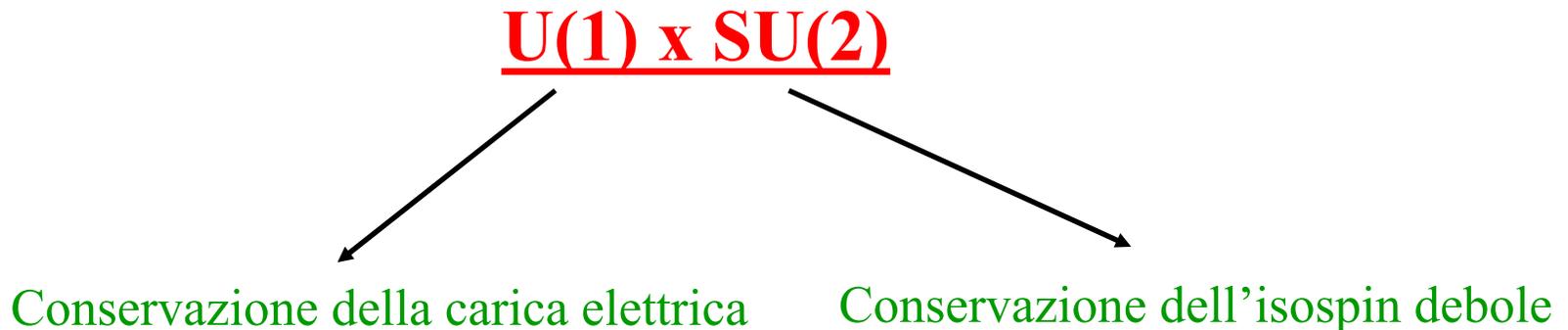
$$L = \left(i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial^\mu\psi - m^2\bar{\psi}\psi \right) - \frac{16}{\pi} F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \underbrace{\left(q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi \right)}_{J^\mu} A_\mu$$

$J^\mu =$ corrente elettromagnetica

Richiedere l'invarianza di gauge locale per SU(2) della Lagrangiana libera di Dirac porta a:

a) Tre campi vettoriali 2 carichi e 1 neutro che costituiscono i campi di gauge. Rimane il problema della loro massa che, perché la gauge sia preservata dovrebbe essere nulla.

Se vogliamo costruire una teoria unificata elettrodebole la sua Lagrangiana dovrà essere invariante sotto trasformazioni locali



Modello di Glashow, Weinberg, Salam

Ingredienti:

- a) Le tre correnti di isospin debole si accoppiano con un isotripletto di bosoni intermedi \vec{W} con costante di accoppiamento g_W . I campi \vec{W} sono quelli generati dall'invarianza su SU(2).
- b) La corrente di ipercarica si accoppia con costante $g'/2$ a un bosone intermedio isosingoletto B (originato dall'invarianza di gauge U(1)).

$$iL = -i \left[g_W \vec{J}_\mu \cdot \vec{W}^\mu + \frac{g'}{2} J_\mu^Y B^\mu \right] \text{ (cfr. QED: } J_\mu^{em} A^\mu \text{)}$$

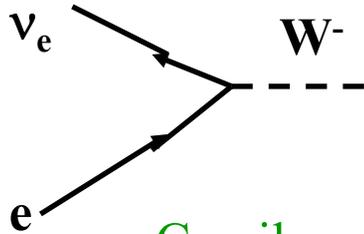
Esplicitamente per la parte di isospin debole: $\vec{J}_\mu \cdot \vec{W}^\mu = J_\mu^1 W^{\mu 1} + J_\mu^2 W^{\mu 2} + J_\mu^3 W^{\mu 3}$

O piu' chiaramente definendo le correnti cariche: $J_\mu^\pm = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \tau^1 \chi_L \pm i \bar{\chi}_L \gamma_\mu \tau^2 \chi_L = J_\mu^1 \pm i J_\mu^2$

E i bosoni fisici: $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} [W_\mu^1 \mp W_\mu^2]$ la parte di isospin debole diventa:

$$\vec{J}_\mu \cdot \vec{W}^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} J_\mu^+ W^{\mu+} + \frac{1}{\sqrt{2}} J_\mu^- W^{\mu-} + J_\mu^3 W^{\mu 3}$$

L'accoppiamento ai bosoni W^+, W^- si calcola facilmente:



$$-i \frac{g_W}{\sqrt{2}} J_\mu^- W^{\mu-} = -i \frac{g_W}{2\sqrt{2}} [\bar{\nu} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) e] W^{\mu-}$$

Con il corretto fattore di vertice: $-i \frac{g_W}{2\sqrt{2}} [\bar{\nu} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) e]$

Ma la simmetria $SU(2) \times U(1)$ e' rotta : **gli stati neutri si mischiano**

$$A_\mu = B_\mu \cos \theta_W + W_\mu^3 \sin \theta_W$$

A_μ e Z_μ sono gli stati fisici osservabili

$$Z_\mu = -B_\mu \sin \theta_W + W_\mu^3 \cos \theta_W$$

mentre $\sin \theta_W$ e' un parametro libero non predicibile

Scriviamo esplicitamente anche la parte neutra dell'interazione:

$$-i \left[g_W J_\mu^3 W^{\mu 3} + \frac{g'}{2} J_\mu^Y B^\mu \right] = -i$$

$$\left\{ \left[g_W \sin \theta_W J_\mu^3 + \frac{g'}{2} \cos \theta_W J_\mu^Y \right] A^\mu + \right.$$

$$\left. \left[g_W \cos \theta_W J_\mu^3 - \frac{g'}{2} \sin \theta_W J_\mu^Y \right] Z^\mu \right\}$$

Dalla corrente di ipercarica $J_\mu^Y = 2J_\mu^{em} - 2J_\mu^3$ estraggo:

$J_\mu^{em} = \frac{1}{2}J_\mu^Y + J_\mu^3$ quindi l'accoppiamento al potenziale e.l.m A^μ sarà:

$$\left[g_W \sin \theta_W J_\mu^3 + \frac{g'}{2} \cos \theta_W J_\mu^Y \right] A^\mu = e J_\mu^{em} A^\mu$$

Per consistenza dovrò quindi avere: $g_W \sin \theta_W = \frac{g'}{2} \cos \theta_W = e$

Vediamo anche l'accoppiamento allo Z:

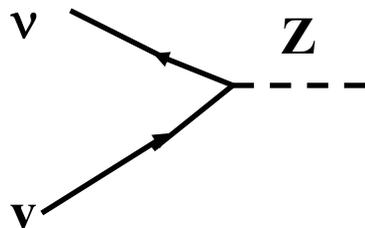
$$\left[g_W \cos \theta_W J_\mu^3 - \frac{g'}{2} \sin \theta_W J_\mu^Y \right] Z^\mu = -i \left[\frac{e}{\sin \theta_W} \cos \theta_W J_\mu^3 - \frac{e}{\cos \theta_W} \frac{\sin \theta_W}{2} (2J_\mu^{em} - 2J_\mu^3) \right] Z^\mu =$$

$$= -i \frac{e}{\sin \theta_W \cos \theta_W} \left[J_\mu^3 \cos^2 \theta_W + J_\mu^3 \sin^2 \theta_W - \sin^2 \theta_W J_\mu^{em} \right] Z^\mu =$$

$$-ig_Z \left[J_\mu^3 - \sin^2 \theta_W J_\mu^{em} \right] Z^\mu, \text{ da cui } g_Z = \frac{e}{\sin \theta_W \cos \theta_W}$$

Estraiamo da qui gli accoppiamenti deboli neutri:

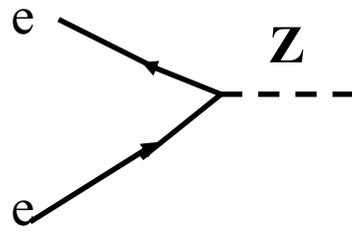
All'interazione di neutrino contribuisce solo J_3^μ



$$-ig_Z \frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L Z^\mu = -i \frac{g_Z}{2} \left[\bar{\nu} \gamma_\mu \left(\frac{1-\gamma_5}{2} \right) \nu \right] Z^\mu$$

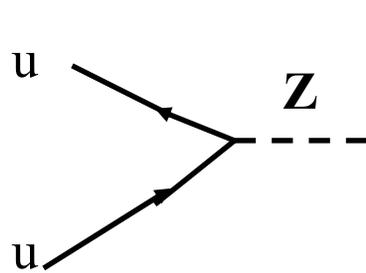
$$\text{da cui } C_A^\nu = \frac{1}{2}, C_V^\nu = \frac{1}{2}$$

All'interazione neutra di un elettrone: partecipano sia J_μ^3 che J_μ^{em}



$$\begin{aligned}
 & -ig_Z \left[-\frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L - \sin^2 \theta_W (-\bar{e} \gamma_\mu e) \right] = -i \frac{g_Z}{2} \left[\bar{e} \gamma_\mu \left(\frac{1-\gamma_5}{2} \right) e - 2 \sin^2 \theta_W (-\bar{e} \gamma_\mu e) \right] = \\
 & -\frac{ig_Z}{2} \left[\underbrace{-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W}_{C_V} \bar{e} \gamma_\mu e - \underbrace{\frac{1}{2}}_{C_A} \bar{e} \gamma_\mu (-\gamma_5) e \right]
 \end{aligned}$$

Se prendiamo un quark u: partecipano sia J_μ^3 che J_μ^{em}



$$\begin{aligned}
 & -ig_Z \left[-\frac{1}{2} \bar{u}_L \gamma_\mu u_L - \sin^2 \theta_W \left(\frac{2}{3} \bar{u} \gamma_\mu u \right) \right] = -i \frac{g_Z}{2} \left[\bar{u} \gamma_\mu \left(\frac{1-\gamma_5}{2} \right) u - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W (\bar{u} \gamma_\mu u) \right] = \\
 & -\frac{ig_Z}{2} \left[\underbrace{\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W}_{C_V} \bar{u} \gamma_\mu u + \underbrace{\frac{1}{2}}_{C_A} \bar{u} \gamma_\mu (-\gamma_5) u \right]
 \end{aligned}$$

Problemi:

Perche' la simmetria $SU(2) \times U(1)$ e' rotta?

Perche' B e W^3 si mischiano per dare Z e A attraverso un angolo $\sin \theta_W$?

Perche' il fotone e' senza massa mentre W e Z sono massivi?

Perche' esistono tre famiglie di leptoni e quark?

Modello minimale

$$g_W = \frac{e}{\sin \theta_W}, g_Z = \frac{e}{\sin \theta_W \cos \theta_W}, \frac{g_W^2}{8M_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}, M_Z = \frac{M_W}{\cos \theta_W}$$

$$\text{Il parametro } \rho = \frac{\left(\frac{g_Z^2}{M_Z^2}\right)}{\left(\frac{g_W^2}{M_W^2}\right)} = 1$$

Le particelle mediatrici dell'interazione sono: W^\pm, Z, γ (+ H (Higgs))

I parametri del modello sono: $\alpha, G_F, \sin^2 \theta_W$

La teoria e' determinata $\alpha = \frac{1}{137.03599976(50)}$ (a $Q^2 = m_e^2$) 0.004 ppm

$G_F = 1.16639(1) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ (decadimento del μ) 9 ppm

$\sin^2 \theta_W = 0.23120$ (dal rapporto correnti neutre/cariche in interazioni di ν) 6500 ppm

Ma $\sin^2 \theta_W$ e' ottenibile anche in altri modi:

a) $\sin^2 \theta_W = \frac{e^2}{g_W^2}$, ottenibile dalla misura di G_F e M_W : $\sin^2 \theta_W = \frac{(\pi\alpha / \sqrt{2}G_F)}{M_W^2}$,

b) derivato dalle masse dei bosoni: $\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W}$;

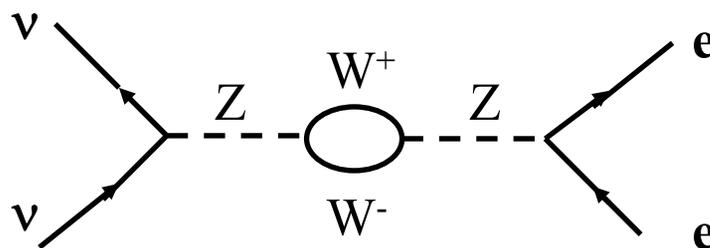
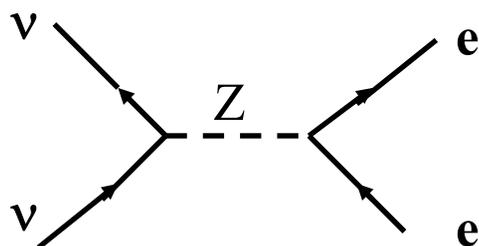
c) da esperimenti di neutrino di corrente neutra e corrente carica: g_Z/g_W

a),b),c) nel modello standard dovrebbero fornire lo stesso valore.

Deviazioni possono indicare:

NUOVA FISICA

Correzioni radiative (oltre l'ordine albero) ai diagrammi del modello standard. Ad es.



Possiamo parametrizzare l'effetto di queste correzioni radiative, definiamo:

$$M_W = \frac{(\pi\alpha / \sqrt{2}G_F)^2}{\sin\theta_W} \equiv \frac{A}{\sin\theta_W}$$

$$A = 37.2810 \pm 0.0003 \text{ GeV}$$

Prendiamo la definizione di $\sin \theta_W$ dalla misura σ_{NC}/σ_{CC} di neutrino a bassa energia e trasferiamo la correzione radiativa sulla massa del W:

$$M_W = \frac{A}{\sin \theta_W \sqrt{1 - \Delta r}}$$

$$\Delta r \sim \Delta \alpha + \frac{G}{8\sqrt{2}\pi^2} \left(-3 \cot^2 \theta_W m_t^2 + \frac{11}{3} M_W^2 \ln \frac{M_H^2}{M_W^2} \right) + \dots$$

Δr e' dovuto in gran parte alla variazione di α :

$$\alpha = \frac{1}{137} \rightarrow \frac{1}{128} \text{ alla massa dello Z}$$

Δr dipende fortemente dalla massa del top

Δr dipende solo logaritmicamente dalla massa del Higgs: se m_H varia da 100 a 1000 GeV Δr varia di circa 1%.

Meccanismo di Higgs

Lagrangiana di Dirac $L = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi$ da cui le equazioni di Eulero-Lagrange:

$$\frac{\partial L}{\partial \psi} - \partial_\mu \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \psi)} = 0 \Rightarrow \text{equazione di Dirac}$$

L'invarianza per U(1) → Potenziale A → termine di interazione. Tecnicamente si realizza l'invarianza della lagrangiana sostituendo al posto della ∂ la

derivata covariante : $\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$

Nel caso della Lagrangiana elettrodebole l'invarianza è per U(1) × SU(2) con la conseguente introduzione dei campi W (tripletto) e B (singoletto). In questo caso la derivata covariante si scrive:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - i \left[\frac{g'}{2} Y \cdot B_\mu + g_W \vec{I} \cdot \vec{W}_\mu \right]$$

Gli stati fisici neutri sono però A e Z che sono un miscuglio di W^3 e B ($\sin \theta_W$)

Finora gli stati fisici sono tutti senza massa: un termine esplicito di massa:

$m^2 \bar{\psi}\psi$ violerebbe la invarianza di gauge.

Il meccanismo di Higgs propone che la massa dei bosoni intermedi nasca dalla loro interazione con un nuovo campo scalare: **il campo di Higgs Φ** che ha valore di aspettazione sul vuoto (vev) diverso da zero.

La condizione minimale per Φ e' che sia un campo scalare complesso.

Riscriviamo la derivata covariante usando I campi fisici W^\pm , A e Z

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - i \left[eQ \cdot A_\mu + g_W (I^+ W_\mu^- + I^- W_\mu^+) + \sqrt{g'^2 + g_W^2} (I_3 - Q \sin^2 \theta_W) Z_\mu \right]$$

Con eQ carica elettrica del fermione.

Il campo scalare complesso di Higgs Φ contribuisce alla lagrangiana con:

$$L = (\partial\Phi)(\partial\Phi^*) - V(\Phi)$$

Dove il primo e' un termine cinetico ("p²") e il secondo e' un termine di potenziale che si puo' scrivere come:

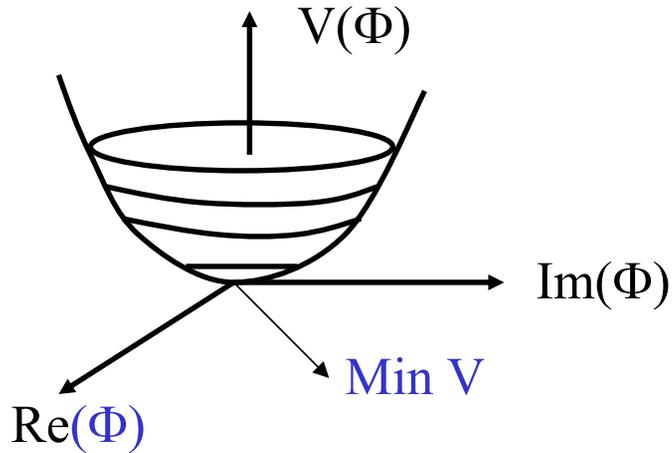
$$V = \mu^2 \Phi\Phi^* + \lambda(\Phi\Phi^*)^2$$

Dove il primo e' un termine di massa e il secondo un termine di interazione tra i campi

Cerchiamo il minimo di V (il valore sul vuoto) in funzione di Φ . **Il coefficiente λ deve essere > 0 altrimenti il minimo non e' stabile.**

Il coefficiente μ^2 , invece puo' essere sia positivo che negativo:

a) $\mu^2 > 0$: il potenziale ha un unico minimo a $\Phi=0$.



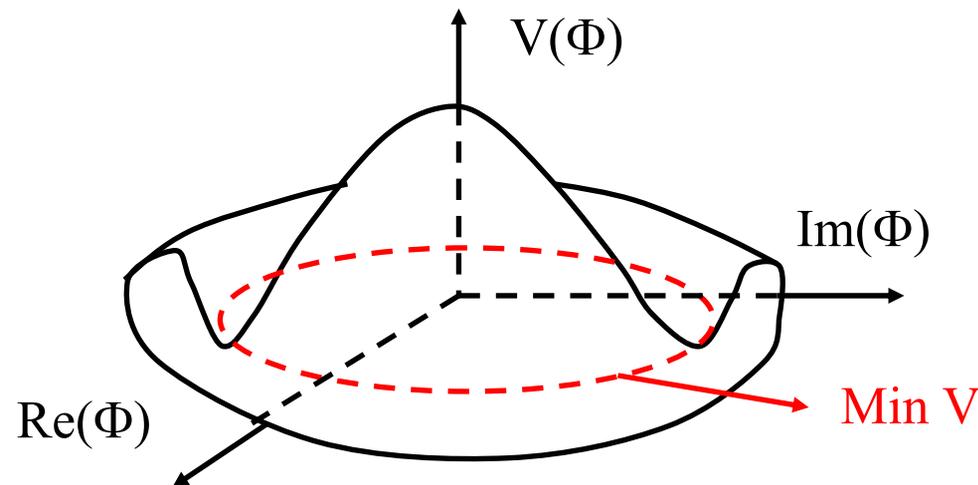
Il vuoto (il punto di minimo) ha una chiara simmetria

b) $\mu^2 < 0$ I minimi sono negativi e degeneri su una circonferenza di raggio

$$|\Phi| = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} \equiv v/\sqrt{2}$$

V e' attrattivo a piccoli $|\Phi|$ e repulsivo a grandi.

I minimi sulla circonferenza sono tutti equivalenti e collegabili attraverso una fase (U(1))



Se $\mu^2 < 0$ ho infiniti stati di minima energia degeneri. La massa e' una quantita' immaginaria? No! Contano solo le deviazioni rispetto al minimo di potenziale

Tecnicamente posso definire un nuovo campo:

per cui $|\eta| = \text{valore di aspettazione del vuoto} = 0$

$\eta =$ **componente dinamica del campo**

$$\eta = \Phi - v = \Phi - \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}$$

Inserendo η nella Lagrangiana il coefficiente che moltiplica η^2 : $-\mu^2 = 2\lambda v^2$ rappresenta il termine (quadratico) di massa.

Il modello minimale richiede un doppietto di campi scalari dotati sia di isospin debole che di ipercarica:

$$\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \Phi_1 + i\Phi_3 \\ \Phi_2 + i\Phi_4 \end{array} \right] \quad \begin{array}{c} Y \\ 1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} I_3 \\ 1/2 \\ -1/2 \end{array} \quad \begin{array}{c} Q=I_3+Y/2 \\ 1 \\ 0 \end{array} \end{array}$$

Il potenziale $V = \mu^2 \Phi^+ \Phi^{+*} + \mu^2 \Phi^0 \Phi^{0*} + \lambda (\Phi^+ \Phi^{+*})^2 + \lambda (\Phi^0 \Phi^{0*})^2$

se $\mu^2 < 0$, ha un anello di minimi a $\Phi^+ \Phi^{+*} + \Phi^0 \Phi^{0*} = -\frac{\mu^2}{2\lambda} = v^2$

E' un raggio in uno spazio 4-dimensionale

Tutti i minimi sono equivalenti e si passa da uno all'altro attraverso una trasformazione di SU(2)

Rompriamo la simmetria scegliendo $\Phi_3, \Phi_4=0$

Inoltre richiedo anche $\Phi_1=0$ così che il campo Φ ha solo componenti Φ_2

$$\langle 0 | \Phi | 0 \rangle \equiv \langle \Phi \rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Abbiamo “consumato” (“rotto”) la simmetria SU(2) rimane quella U(1) della carica elettrica $Q=I_3+Y/2$

L'operatore di carica elettrica Q e': $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ che lascia invariato il vev di Φ :

Il campo residuo Φ_2 e' a carica nulla

Ridefiniamo la variabile di campo come: $\eta = \Phi \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}$ e riscriviamo la Lagrangiana:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} + \eta(x) \end{bmatrix}$$

$$L = (\partial_\mu \eta)^* (\partial_\mu \eta) \underbrace{-\mu^2 \eta^2}_{\text{massa}} \pm \mu \sqrt{\lambda} \eta^3 - \lambda \eta^4 + \left(\frac{-\mu^2}{\sqrt{\lambda}} \right)^2$$

Termine di massa del bosone
 $\sqrt{2\lambda}v^2$ non predicibile

costante

Applichiamo a questa lagrangiana la derivata covariante

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - i \left[eQ \cdot A_\mu + g_W (I^+ W_\mu^- + I^- W_\mu^+) + \sqrt{g'^2 + g_W^2} (I_3 - Q \sin^2 \theta_W) Z_\mu \right]$$

Il primo termine della lagrangiana sarà usato solo il vev di Φ per definire le masse (esse sono presenti anche in assenza di una componente dinamica η di Φ)

$$(D\Phi)^*(D\Phi) = \left| D_\mu \begin{bmatrix} 0 \\ v \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \right|^2 = \left(\frac{g_W^2 v^2}{2} \right) \bar{W}W + \left(\frac{g_W^2 + g'^2}{2} v^2 \right) \bar{Z}Z + e^2 \bar{A}A (Q \langle \Phi \rangle)^2 \rightarrow = 0$$

$v =$ *valore di aspettazione del campo di Higgs nel vuoto*

$$M_W = \frac{g_W v}{2}, \quad M_Z = \frac{\sqrt{g_W^2 + g'^2}}{2} v,$$

$$\text{se } g' = g_W \frac{\sin \theta_W}{\cos \theta_W}, \quad M_Z = \frac{M_W}{\cos \theta_W}.$$

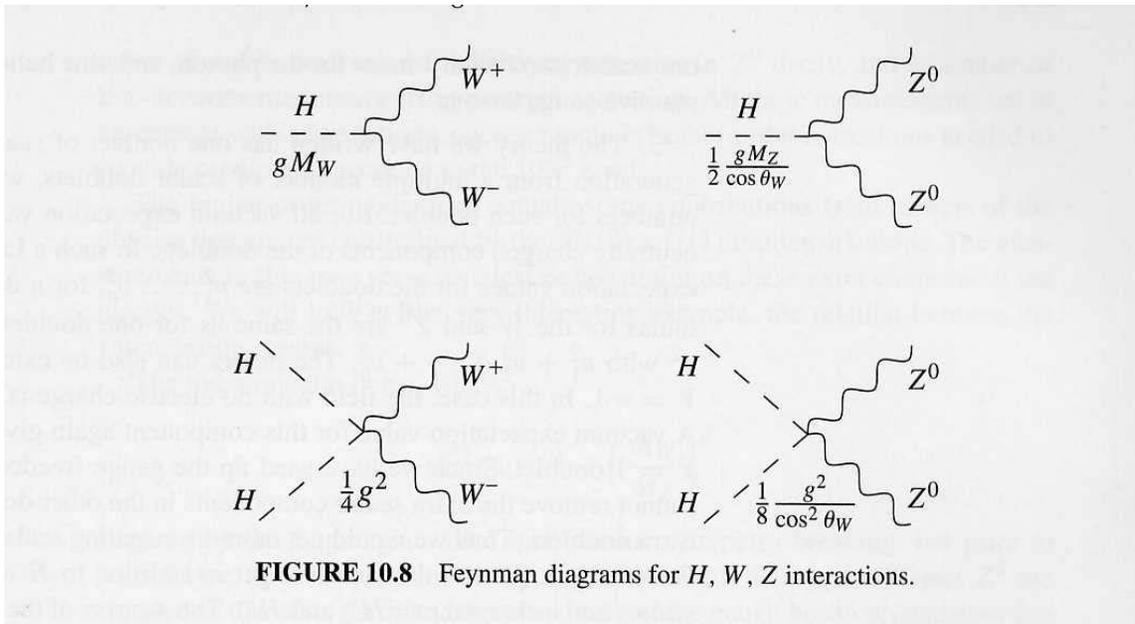
Quanto vale v ?

$$v = \frac{2M_W}{g_W}, \quad \text{se } \frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{8M_W^2}$$

$$v = \frac{1}{(G\sqrt{2})^{1/2}} = 246 \text{ GeV}$$

Il termine dinamico $\eta(x)$ di Φ mi rende conto delle interazioni del campo di Higgs con i campi di gauge W, Z:

$$\frac{vg^2}{2} \eta(x) \bar{W}W + \frac{vg}{4 \cos^2 \theta_W} \eta(x) \bar{Z}Z + \frac{g^2}{4} \eta(x)^2 \bar{W}W + \frac{g^2}{8 \cos^2 \theta_W} \eta(x)^2 \bar{Z}Z$$



$$\eta \equiv H$$

I coefficienti degli accoppiamenti sono tutti determinati dati $G, \sin\theta_W, M_W, M_Z$. Rimane non determinata la massa del bosone di Higgs che determina l'energia necessaria per la sua produzione.

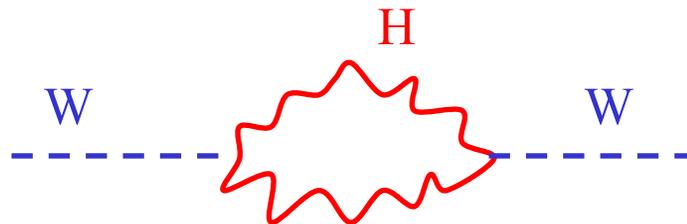
Che cosa abbiamo fatto?

L'invarianza $SU(2) \times U(1)$ implica quattro gradi di liberta'. L'introduzione del bosone di Higgs e la rottura di 3 dei gradi di liberta' genera polarizzazioni longitudinali di W^+ , W^- e Z che acquistano quindi massa.

Il quarto grado di liberta' diventa un campo fisico scalare neutro: il bosone di Higgs.

Fisicamente:

Il vuoto emette e assorbe quanti (virtuali) del campo di Higgs i quali trasportano isospin debole e ipercarica (ma non carica elettrica) che quindi possono accoppiarsi ai bosoni intermedi che quindi acquistano massa



Il fotone (e il gluone) che non trasporta isospin debole o ipercarica Y non si accoppiano con il bosone di Higgs e quindi resta senza massa.

Campo di Higgs e energia del vuoto

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^+ \phi + \lambda (\phi^+ \phi)^2$$

Il potenziale di Higgs: $\frac{\partial V}{\partial(\phi^+ \phi)} = 0 \Rightarrow \mu^2 + 2\lambda(\phi^+ \phi) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{ho un min se } \mu^2 < 0 \text{ a } \phi^+ \phi = -\frac{\mu^2}{2\lambda} = \frac{v^2}{2}$$

Il valore del potenziale al minimo vale: $V_0 = -\frac{\lambda v^4}{2}$ Ma v e' legato a M_W :

$$v = \frac{2M_W}{g_W} \sim 246 \text{ GeV} \Rightarrow V_0 = 2 \cdot 10^9 \lambda \text{ GeV}^4$$

La densita' di materia visibile nell'universo e' $\approx \frac{1p}{m^3}$ e quella totale ≈ 100 quella visibile:

$$\text{densita' di energia totale} \approx 10^{-4} \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3}$$

$1 \text{ GeV}^{-1} = 0.2 \cdot 10^{-13} \text{ cm} \Rightarrow 1 \text{ GeV}^3 = 1.3 \cdot 10^{41} \text{ cm}^{-3}$ Se $\lambda \sim 1(?)$ l'energia del campo di Higgs:

$$V_0 \sim 2.6 \cdot 10^{50} \text{ GeV} / \text{cm}^3$$

54 ordini di grandezza piu' grande della densita' di energia osservata

Possiamo sempre aggiungere una costante in modo da cancellare V_0 ma questa costante deve essere "calibrata" a livello di 1 parte su $10^{54}!!!$

Bibliografia

- a) D. Griffiths “Introduction to elementary particles”, Harper & Row PUB
- b) D. Green “Lectures in particle physics”, World Scientific.
- c) R.K. Ellis et al. “QCD and Collider Physics”, Cambridge University Press
- d) A. Seiden “Particle Physics a comprehensive introduction” Addison Wesley 2004