

XV ciclo del Corso di Dottorato in Fisica - a.a. 1999/2000

TESTO n.1

Svolgere un tema a scelta e almeno uno degli esercizi proposti.

Tem:

1) Spesso teorie o esperimenti si sviluppano con l'ausilio di codici di simulazione numerica complessi. Si descriva a grandi linee un esempio concreto di questa affermazione e si indichino quali test vengono utilizzati per valutare l'attendibilità e l'accuratezza dei risultati delle simulazioni in questione.

2) L'interferenza è un fenomeno importante in molti campi della fisica. Il candidato illustri il problema generale e tratti diffusamente un caso particolare.

Problemi:

1) Tre bosoni identici di spin 1 si trovano in stati con la stessa funzione d'onda orbitale. Quali sono le possibili funzioni d'onda totali del sistema, tenendo conto del grado di libertà di spin? A quali valori possibili dello spin totale S del sistema corrispondono le funzioni d'onda determinate?

2) Nella misura della massa di galassie distanti si fa generalmente ricorso a una semplice applicazione del teorema del viriale (o a argomenti equivalenti); le velocità in gioco vengono determinate da studi spettroscopici, sulla base dell'effetto Doppler su righe opportunamente identificate. D'altra parte la distanza degli oggetti osservati è nota a meno di un fattore h che riflette la nostra incertezza sul valore della costante di Hubble. Come dipende quindi da h il valore del rapporto Massa/Luminosità misurato (associato cioè alla misura di massa sopraindicata) per galassie distanti?

3) Sia dato un sistema di N particelle non interagenti tra loro che possono distribuirsi su m livelli energetici equidistanti. La separazione tra due livelli contigui è ϵ_0 . Il sistema è in equilibrio alla temperatura T' .

- Calcolare la popolazione media di ciascun livello e l'energia del sistema.
- Calcolare l'energia libera di Helmholtz e l'entropia in funzione della temperatura.
- Considerare il caso numerico per $m=2$ e per $m \rightarrow \infty$:

$$N=10^{10}; T'=300\text{K}; \epsilon_0=0.693k_B T';$$

Verificare che per $m = 2$ l'entropia ricavata termodinamicamente si può anche scrivere

$$S = -Nk_B \left(\sum_i p_i \ln p_i \right)$$

4) La supernova SN1987A si trova a circa 170000 anni luce dalla terra. In un esperimento costituito da un bersaglio di circa 1000 tonnellate di acqua, sono state osservate 10 interazioni di neutrini provenienti dalla supernova, in un intervallo di tempo di 1 sec. L'energia dei neutrini era compresa nell'intervallo di energia 5-20 MeV, con valor medio 10 MeV.

- Stimare il limite superiore alla massa dei neutrini.
- L'interazione avviene nell'idrogeno dell'acqua attraverso il decadimento beta inverso ($\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+$) la cui sezione d'urto è, approssimativamente:

$$\sigma = G_F^2 \cdot E_\nu^2 \quad (G_F = 1.16 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}) .$$

Stimare l'energia totale liberata nell'esplosione sotto forma di emissione di neutrini.

TESTO n.2

Svolgere il tema e almeno uno degli esercizi proposti:

Tema:

Discutere, illustrando con esempi specifici, il ruolo dei metodi di approssimazione nell'analisi dei problemi fisici.

Problemi:

1) Si considerino due stati interagenti debolmente, i cui momenti angolari rispettivi hanno lo stesso valore fissato $l_1 = l_2 = l$ (intero o semiintero), e siano m_1 ed m_2 gli autovalori delle rispettive terze componenti. I due momenti si compongono a formare un momento angolare totale risultante di valore L .

- Mostrare che per ogni valore di L (compatibile con l) la funzione d'onda totale espressa nella base degli autostati $|L, m_1, m_2\rangle$ è dotata di simmetria per permutazione delle variabili m_1 ed m_2 . Che relazione intercorre tra l'autovalore (± 1) di questa simmetria e il valore di L ?

- Sulla base del risultato precedente, qual è il numero totale degli stati simmetrici del sistema (per l fissato) e il numero totale degli stati antisimmetrici? Mostrare che il risultato ottenuto è consistente con il conteggio delle combinazioni simmetriche e antisimmetriche degli stati scritti nella base $|l, m_1\rangle |l, m_2\rangle$.

2) E' stata osservata una pulsar con periodo di un millisecondo. Determinate un limite inferiore per la densità media della stella in questione e paragonate il valore di tale densità a quella di un oggetto fisico a voi noto. Quale conclusione potete trarre sullo stato fisico della stella?

3) Un laser emette una radiazione con due righe (modi del laser).

Le due lunghezze d'onda sono: $\lambda_1 = \langle \lambda \rangle - \varepsilon$, $\lambda_2 = \langle \lambda \rangle + \varepsilon$.

Ciascuna riga ha una larghezza in frequenza $\delta\nu$.

- Calcolare la lunghezza di coerenza di ciascuna riga

- Descrivere uno o più apparati sperimentali per misurare $\langle \lambda \rangle$, ε e $\delta\nu$.

- Caso numerico per: $\langle \lambda \rangle = 600 \text{ nm}$ $\varepsilon = 10^{-3} \text{ nm}$ $\delta\nu = 10^7 \text{ Hz}$

4) Un esperimento ad un collider protone-protone vuol rivelare la produzione di una particella X di massa $M_x = 10 \text{ GeV}$, carica nulla e larghezza naturale $\Gamma_x = 50 \text{ KeV}$ che decade in coppie $\mu^+\mu^-$. I due μ sono rivelati con spettrometri magnetici a circa 180° l'uno dall'altro e con risoluzione $\Delta p/p$, indipendente dall'impulso.

In un anno di presa dati ci si aspetta la produzione di 100 particelle X, sovrapposte ad un fondo uniforme nello spettro di massa $m_{\mu\mu}$ di intensità pari a $\frac{dN}{dm_{\mu\mu}} = 100 \text{ eventi / GeV}$.

- Si calcoli la risoluzione dello spettrometro ($\Delta p/p$) affinché la misura della particella X sia statisticamente significativa (le fluttuazioni del fondo nella regione dello spettro di massa di X siano, per esempio, 5 volte inferiori al segnale).

- In due periodi di presa dati dell'esperimento si hanno due misure della massa della particella X: $M_1 = 9 \pm 1 \text{ GeV}$, $M_2 = 14 \pm 2 \text{ GeV}$

Si assuma che le grandezze siano distribuite normalmente (gaussianamente). Dire se le due misure sono statisticamente consistenti e con quale livello di confidenza, usando le code gaussiane di una opportuna variabile, il χ^2 o altri metodi.

TESTO n.3

Svolgere un tema a scelta e almeno uno degli esercizi proposti:

Tem:

- 1) L'evoluzione del concetto di forza in Fisica, dall'azione a distanza alla formulazione Hamiltoniana.
- 2) Si discuta il magnetismo nella materia soffermandosi su un caso particolare.

Problemi:

- 1) Una particella di massa m è libera di muoversi su un segmento di lunghezza a (parametrizzato dalla coordinata $x > 0$ a partire da uno degli estremi).

All'istante iniziale la funzione d'onda della particella ha la forma $A \sin^3\left(\frac{\pi x}{a}\right)$

Calcolare la funzione d'onda a un istante successivo qualunque. Calcolare dopo quanto tempo la particella ritorna nello stato iniziale.

- 2) Negli anni '70 si è imparato che l'emissione X osservata da molti ammassi proviene da gas diffuso tramite emissione otticamente sottile di tipo free-free (bremsstrahlung). Per un ammasso osservato a temperatura di circa 8 keV di dimensioni radiali dell'ordine del Mpc (circa 3×10^{24} cm) si usi un modello di equilibrio idrostatico e si stimi la massa (in masse solari) dell'ammasso. Poiché l'emissione X osservata rappresenta una perdita di energia, non sarebbe corretto considerare condizioni di equilibrio: per tenere conto di questo punto, qual è una condizione su densità e temperatura del gas per saggiare la consistenza del modello di equilibrio idrostatico utilizzato?

- 3) Un fascio di neutrini è prodotto dal decadimento di mesoni π^+ e K^+ ($m_\pi = 140 \text{ MeV}/c^2$, $m_K = 500 \text{ MeV}/c^2$) attraverso il decadimento: $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ e $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ ($m_\mu = 105 \text{ MeV}/c^2$). Supponiamo di avere un fascio monoenergetico di π^+ e K^+ :

- Si determini l'energia dei π^+ affinché l'energia media del neutrino sia di 20 GeV.
- Con l'energia del fascio così determinata, si calcoli l'energia media dei neutrini prodotti nel decadimento del K^+ .

- 4) Sia dato un sistema di N particelle non interagenti tra loro che possono distribuirsi su m livelli energetici equidistanti. La separazione tra due livelli contigui è ϵ_0 . Il sistema è in equilibrio alla temperatura T' .

- Calcolare la popolazione media di ciascun livello e l'energia del sistema.
- Calcolare l'energia libera di Helmholtz e l'entropia in funzione della temperatura.
- Considerare il caso numerico per $m = 2$ e per $m \rightarrow \infty$:

$$N=10^{10}; T'=300\text{K}; \epsilon_0=0.693k_B T';$$

- Verificare che per $m = 2$ l'entropia ricavata termodinamicamente si può anche scrivere

$$S = -Nk_B \left(\sum_i p_i \ln p_i \right)$$