

AMMISSIONE AL DOTTORATO — PISA — OTTOBRE 2012

Il candidato discuta almeno tre dei cinque problemi proposti, e sviluppi un solo breve tema (non più di una facciata di foglio protocollo) su uno dei tre argomenti proposti. Il candidato introduca le costanti o le variabili —non menzionate nel testo dei problemi— ritenute necessarie per risolvere i problemi e dichiarare esplicitamente le eventuali ipotesi utilizzate. Le risposte vanno giustificate.

1. Quando le pale, che hanno lunghezza L , dell'elica di un elicottero ruotando imprimono all'aria una velocità v diretta verso il basso, l'elicottero può mantenere velocità nulla. Dare una stima della massa m dell'elicottero.

$$1. \quad m \approx$$

2. Due corpi di identica capacità termica $C(T)$, dipendente dalla temperatura secondo la legge $C(T) = aT$ (con $a > 0$), possiedono inizialmente temperature T_1 e T_2 , con $T_1 > T_2$. Messi in contatto termico, essi raggiungono la temperatura di equilibrio T_{eq} . Si calcoli T_{eq} e la variazione di entropia ΔS della trasformazione (si trascuri ogni scambio di calore tra i corpi e l'ambiente).

$$2. \quad T_{eq} = \qquad \qquad \qquad \Delta S =$$

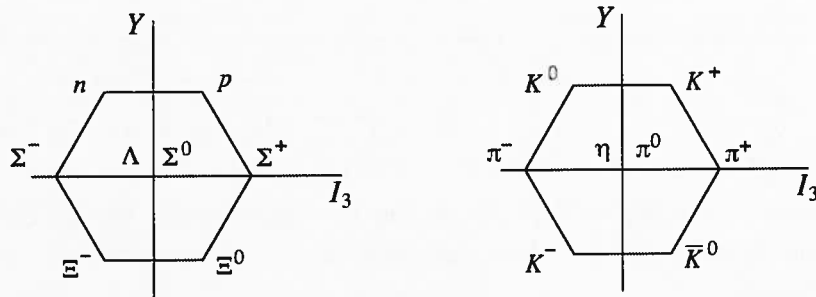
3. Ricavare l'espressione dell'energia interna $U(T, V)$ per un gas di fotoni in equilibrio termico a temperatura T e in un volume V (lasciare indicate eventuali costanti numeriche).

$$3. \quad U(T, V) =$$

4. Un punto P , di coordinate cartesiane \mathbf{x}_0 , si trova nell'interno di un corpo non conduttore di forma generica avente una densità non nulla di carica elettrica uniforme all'interno del suo volume. Sia $\mathbf{E}(\mathbf{x}_0)$ il vettore campo elettrico in P . Si modifica ora l'oggetto realizzando una cavità di forma sferica, centrata nel punto P , interamente contenuta all'interno del corpo; la densità di carica nella parte rimanente del corpo rimane inalterata. Si dica se il nuovo campo elettrico $\mathbf{E}'(\mathbf{x}_0)$ —del corpo con la cavità— è diverso da $\mathbf{E}(\mathbf{x}_0)$ e se ne spieghi il motivo.

4. $\mathbf{E}'(\mathbf{x}_0)$ è

5. In figura sono mostrati i multipletti dei barioni e dei mesoni.



Quali tra le seguenti reazioni forti sono proibite ?

- (1) $p + \pi^- \rightarrow \Sigma^+ + K^-$
 (2) $n + \pi^0 \rightarrow \Sigma^+ + \pi^-$

5. Sono proibite le reazioni

TEMI PROPOSTI

- [1] La misura di una costante fondamentale in Fisica; si discutano in particolare i limiti di accuratezza (per esempio, presenza di errori sistematici) e di precisione (per esempio, riproducibilità).
 [2] Teoria della simmetria in meccanica quantistica.
 [3] Oscillazione dei neutrini.

AMMISSIONE AL DOTTORATO — PISA — OTTOBRE 2012

Il candidato discuta almeno tre dei cinque problemi proposti, e sviluppi un solo breve tema (non più di una facciata di foglio protocollo) su uno dei tre argomenti proposti. Il candidato introduca le costanti o le variabili —non menzionate nel testo dei problemi— ritenute necessarie per risolvere i problemi e dichiarare esplicitamente le eventuali ipotesi utilizzate. Le risposte vanno giustificate.

1. In certe condizioni, una molecola biatomica può essere schematizzata come formata da due atomi puntiformi di massa m_1 ed m_2 (con $m_1 \neq m_2$) la cui distanza relativa D è fissa. Scrivere l'espressione dell'energia cinetica E_k della molecola nel sistema di riposo del centro di massa.

$$1. \quad E_k =$$

2. Un recipiente termicamente isolato è diviso in due comparti, uno dei quali contiene una mole di gas perfetto biatomico mentre il secondo contiene due moli di gas perfetto monoatomico. Entrambi i gas hanno la stessa temperatura e la stessa pressione. Ad un certo istante la parete che separa i due comparti viene rimossa; nel passare dallo stato iniziale allo stato di equilibrio, quanto vale la variazione ΔS dell'entropia ?

$$2. \quad \Delta S =$$

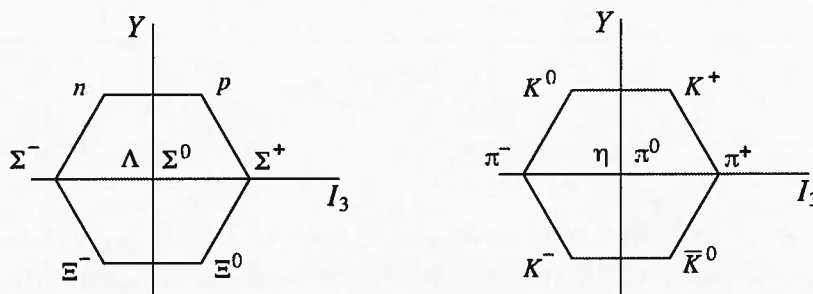
3. Si consideri un insieme di particelle identiche non interagenti tra loro, che soddisfano una statistica "intermedia" nella quale, per ogni stato $|\alpha\rangle$ di singola particella (con $\alpha = 1, 2, \dots$) di energia ϵ_α , il numero di occupazione può assumere solamente i seguenti tre valori 0, 1, 2. Determinare il numero medio $\langle n_\alpha \rangle$ di occupazione dello stato $|\alpha\rangle$, in funzione della temperatura T e del potenziale chimico μ .

$$3. \quad \langle n_\alpha \rangle =$$

4. Due sfere conduttrici di raggio R possiedono carica elettrica $Q_1 = Q$ e $Q_2 = 0$. Le sfere sono sufficientemente distanti l'una dall'altra da poter trascurare qualunque forma di induzione elettrostatica. Si collegano le due sfere con un cavo conduttore di resistenza elettrica finita e sufficientemente elevata da poter trascurare fenomeni di irraggiamento. Si calcoli l'energia E complessivamente dissipata nella resistenza.

4. $E =$

5. In figura sono mostrati i multipletti dei barioni e dei mesoni.



Quali tra le seguenti reazioni forti sono proibite ?

- (1) $n + \pi^+ \rightarrow \Sigma^+ + \pi^0$
 (2) $\Xi^0 + \pi^0 \rightarrow \Lambda + K^0$

5. Sono proibite le reazioni

TEMI PROPOSTI

- [1] Metodi di riduzione del rumore in Fisica.
 [2] L'approssimazione semiclassica in meccanica quantistica.
 [3] Violazioni di parità in Fisica.

AMMISSIONE AL DOTTORATO — PISA — OTTOBRE 2012

Il candidato discuta almeno tre dei cinque problemi proposti, e sviluppi un solo breve tema (non più di una facciata di foglio protocollo) su uno dei tre argomenti proposti. Il candidato introduca le costanti o le variabili —non menzionate nel testo dei problemi— ritenute necessarie per risolvere i problemi e dichiarare esplicitamente le eventuali ipotesi utilizzate. Le risposte vanno giustificate.

1. Ad un certo istante, un asteroide si trova a distanza R dal sole e possiede una velocità $\mathbf{v} = v_1 \mathbf{n}_1 + v_2 \mathbf{n}_2$ (con $v_1 > 0$ e $v_2 > 0$), in cui il versore \mathbf{n}_1 è diretto lungo la direzione che va dall'asteroide al centro del sole e il versore \mathbf{n}_2 è ortogonale a \mathbf{n}_1 , ovvero $\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2 = 0$. Determinare la distanza minima d di avvicinamento al sole.

1. $d =$

2. Una mole di gas perfetto biatomico compie una trasformazione irreversibile a pressione costante in cui il volume dimezza, ovvero $V_{finale} = V_{iniziale}/2$. Calcolare la variazione ΔS di entropia.

2. $\Delta S =$

3. Si provi che lo stato ordinato di una catena ferromagnetica unidimensionale —sufficientemente lunga— è instabile in assenza di campo magnetico esterno. A tale scopo, partendo inizialmente dalla configurazione perfettamente ordinata, si consideri la variazione ΔF di energia libera a seguito della formazione di una “frattura”. Una frattura nella catena corrisponde al ribaltamento simultaneo di tutti i dipoli magnetici da un certo punto in poi della catena. Sia ΔE il costo in energia di una frattura che può avvenire a caso in uno dei suoi N siti. Si calcoli ΔF e si provi che per catene sufficientemente lunghe $\Delta F < 0$.

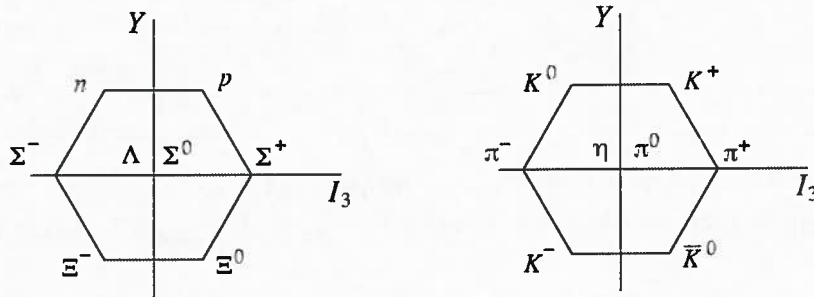
3. $\Delta F =$

$\Delta F < 0$ se ...

4. Un fascio di fotoni polarizzati, di frequenza fissata ν e polarizzazione descritta dal versore z diretto lungo la verticale, incide su un polaroid il cui asse principale è diretto lungo la direzione n che forma un angolo di $\pi/6$ con z . Sia I_0 l'intensità del fascio incidente e I l'intensità del fascio che oltrepassa il polaroid (l'intensità corrisponde all'energia portata dal fascio per unità di tempo e per unità di superficie ortogonale al fascio). Determinare il rapporto $R = I/I_0$.

4. $R =$

5. In figura sono mostrati i multipletti dei barioni e dei mesoni.



Quali tra le seguenti reazioni forti sono proibite ?

- (1) $p + \pi^0 \rightarrow \Lambda + \pi^+$
 (2) $n + K^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-$

5. Sono proibite le reazioni

TEMI PROPOSTI

- [1] I principali tipi di rumore osservati in Fisica.
 [2] Regole di selezione per le transizioni elettromagnetiche nei sistemi atomici.
 [3] Simmetrie di flavor delle interazioni forti.

ADMISSION TO THE DOTTORATO — PISA — OCTOBER 2012

The applicant should discuss at least three of the following five problems and write a unique short (no more than one page) essay on one of the three proposed topics. The constants or the variables —which are not mentioned in the text— that are possibly needed to solve the problems should be introduced by the applicant, who should also mention explicitly the assumptions that are made. Justify the answers.

1. When the revolving horizontal overhead rotors, of length L , of a helicopter give a downward velocity v to the air, the helicopter can maintain zero velocity in time. Estimate the mass m of the helicopter.

1. $m \approx$

2. Two bodies with the same heat capacity $C(T)$, which depends on temperature according to the law $C(T) = aT$ (with $a > 0$), initially have temperatures T_1 and T_2 , with $T_1 > T_2$. After the bodies are put in thermal contact, they reach the equilibrium temperature T_{eq} . Compute T_{eq} and the variation ΔS of entropy of the process (neglect heat transfers of the bodies with the ambient).

2. $T_{eq} =$ $\Delta S =$

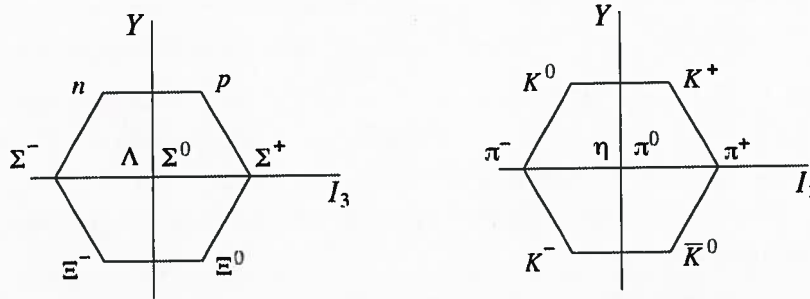
3. Produce the expression of the internal energy $U(T, V)$ of a photon gas in thermal equilibrium with temperature T and volume V (possible numerical constants do not need to be computed).

3. $U(T, V) =$

4. A point P , with cartesian coordinates \mathbf{x}_0 , is contained in the interior of a non conducting body with a generic shape which has a nontrivial uniform electric charge density inside its volume. Let $\mathbf{E}(\mathbf{x}_0)$ denote the value of electric field vector in P . The body is now modified by the introduction of a spherical cavity, centered in P , which is entirely contained inside the body; the charge density in the remaining part of the body is not changed. Is the new electric field vector $\mathbf{E}'(\mathbf{x}_0)$ —of the body with the cavity— different from $\mathbf{E}(\mathbf{x}_0)$? Explain why.

4. $\mathbf{E}'(\mathbf{x}_0)$ is

5. The particle multiplets of barions and mesons are shown in the figure.



Which of the following strong reactions are forbidden?

- (1) $p + \pi^- \rightarrow \Sigma^+ + K^-$
 (2) $n + \pi^0 \rightarrow \Sigma^+ + \pi^-$

5. The forbidden reactions are

PROPOSED TOPICS

- [1] The measure of a fundamental constant in Physics; in particular, discuss the accuracy limits (for example, systematic errors) and precision of the measure (for example, reproducibility).
- [2] The theory of symmetry in quantum mechanics.
- [3] Neutrino oscillations.

ADMISSION TO THE DOTTORATO — PISA — OCTOBER 2012

The applicant should discuss at least three of the following five problems and write a unique short (no more than one page) essay on one of the three proposed topics. The constants or the variables —which are not mentioned in the text— that are possibly needed to solve the problems should be introduced by the applicant, who should also mention explicitly the assumptions that are made. Justify the answers.

1. In certain conditions, a biatomic molecule can be described by system composed by two point-like atoms of masses m_1 and m_2 (with $m_1 \neq m_2$) at a fixed distance D . Write the expression of the kinetic energy E_k of the molecule in the system in which the center of mass is at rest.

$$1. \quad E_k =$$

2. A container which is thermally isolated is composed of two parts; one compartment contains one mole of a biatomic perfect gas whereas the second compartment contains two moles of a monoatomic perfect gas. Both gases have the same temperature and the same pressure. At a given moment, the partition wall is removed. In the transition from the initial state to the equilibrium state, what is the variation ΔS of entropy ?

$$2. \quad \Delta S =$$

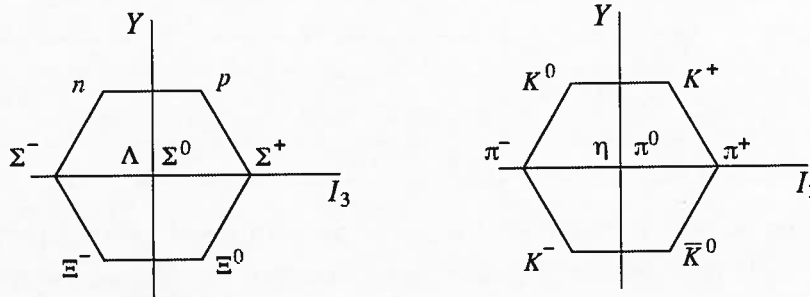
3. Consider a system of noninteracting identical particles that satisfy an “intermediate” statistics in which, for each one-particle state $|\alpha\rangle$ (with $\alpha = 1, 2, \dots$) with energy ϵ_α , the number of particles in this state can assume only the following three values 0, 1, 2. Derive the mean value $\langle n_\alpha \rangle$ of the number of particles in the state $|\alpha\rangle$, as a function of the temperature T and of the chemical potential μ .

$$3. \quad \langle n_\alpha \rangle =$$

4. Two conducting spheres of radius R have electric charges $Q_1 = Q$ e $Q_2 = 0$. The spheres are sufficiently far away one from the other so that the mutual electrostatic induction can be neglected. At a given time, the spheres are connected by means of a conducting cable with finite electric resistance (the emission of electromagnetic radiation can be neglected). Compute the energy E which is thermally dissipated by the resistance.

4. $E =$

5. The particle multiplets of baryons and mesons are shown in the figure.



Which of the following strong reactions are forbidden?

- (1) $n + \pi^+ \rightarrow \Sigma^+ + \pi^0$
 (2) $\Xi^0 + \pi^0 \rightarrow \Lambda + K^0$

5. The forbidden reactions are

PROPOSED TOPICS

- [1] Methods for the reduction of noise in Physics.
 [2] The semiclassical approximation in quantum mechanics.
 [3] Parity violations in Physics.

 ADMISSION TO THE DOTTORATO — PISA — OCTOBER 2012

The applicant should discuss at least three of the following five problems and write a unique short (no more than one page) essay on one of the three proposed topics. The constants or the variables —which are not mentioned in the text— that are possibly needed to solve the problems should be introduced by the applicant, who should also mention explicitly the assumptions that are made. Justify the answers.

1. At a given instant, the distance of a asteroid from the sun is equal to R ; the asteroid has velocity $\mathbf{v} = v_1 \mathbf{n}_1 + v_2 \mathbf{n}_2$ (with $v_1 > 0$ and $v_2 > 0$), in which the unit vector \mathbf{n}_1 is directed from the asteroid to the center of the sun and the unit vector \mathbf{n}_2 is orthogonal to \mathbf{n}_1 , i.e. $\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2 = 0$. Find the minimal distance d of the asteroid from the sun.

1. $d =$

2. One mole of a bi-atomic perfect gas undergoes a irreversible transition in which the pressure remains constant whereas the volume gets reduced by half, that is $V_{final} = V_{initial}/2$. Compute the entropy variation ΔS .

2. $\Delta S =$

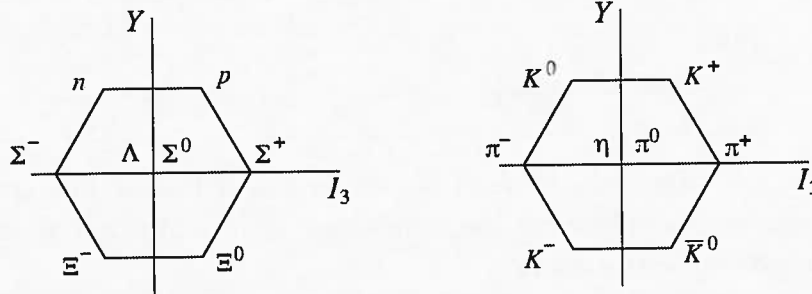
3. Show that, in the absence of an external magnetic field, the ordered state of a sufficiently long ferromagnetic one-dimensional chain is not stable. To this end, starting from the initial completely ordered configuration consider the free energy variation ΔF which is induced by a one kink formation. The kink is due to the inversion of the direction of all the magnetic dipoles that are placed on the right of a given point in the chain. Let ΔE be the energy cost for the formation of one kink in a generic random position among the N sites of the chain. Compute ΔF and show that $\Delta F < 0$ for a sufficiently long chain.

3. $\Delta F =$ $\Delta F < 0$ if ...

4. Consider a beam of polarized photons, with fixed frequency ν and polarization specified by the vertical unit vector \mathbf{z} . The ray is incident on a polaroid whose principal axis is directed as the unit vector \mathbf{n} which forms an angle $\pi/6$ with \mathbf{z} . Let I_0 be the intensity of the incident ray and let I be the intensity of the transmitted ray through the polaroid (the intensity is given by the energy transported by the photon beam per unit time and per unit surface orthogonal to the ray). Find the value of the ratio $R = I/I_0$.

4. $R =$

5. The particle multiplets of barions and mesons are shown in the figure.



Which of the following strong reactions are forbidden?

- (1) $p + \pi^0 \rightarrow \Lambda + \pi^+$
 (2) $n + K^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-$

5. The forbidden reactions are

PROPOSED TOPICS

- [1] The most important kinds of noise in Physics.
 [2] Selection rules for the electromagnetic transitions in atomic systems.
 [3] Flavor symmetries of strong interactions.