

**Laurea in Fisica**  
**a.a. 2003 - 2004**  
**Analisi Matematica III A**  
**Titolare: Prof. M.K. Venkatesha Murthy**

**Programma.**

SPAZI METRICI E SPAZI NORMATI - Richiami di nozioni fondamentali per spazi metrici: Intorni, aperti e chiusi, applicazioni continue fra spazi metrici, convergenza delle successioni, successioni di Cauchy e spazi metrici completi, spazi vettoriali con norma o con un prodotto scalare, spazi di Banach e di Hilbert .

Richiami di topologia in spazio Euclideo  $n$  -dimensionale, limiti e continuità, insiemi connessi, insiemi compatti funzioni continue su insiemi aperti e connessi, funzioni continue su compatti.

FUNZIONI DI PIU VARIABILI - Calcolo differenziale - Derivate parziali e derivata direzionale, funzioni differenziabili e loro propriet\`a, gradiente; teorema di differenziale totale; teorema di Lagrange del valor medio; derivate successive ed il teorema di Schwarz (senza dimostrazione); formula di Taylor di ordine due; forme quadratiche definite, semidefinite e indefinite; punti stazionari, massimi e minimi relativi e assoluti, e punti di sella; condizioni necessarie e condizioni sufficienti per un massimo o minimo relativo o di sella.

Funzioni definite implicitamente, il teorema del Dini nel piano e in spazio tre dimensionale (senza dimostrazioni); funzioni a valori vettoriali, Jacobiano ed enunciato del teorema delle funzioni implicite; funzioni localmente invertibili e diffeomorfismi fra aperti.

EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE - Equazioni differenziali del primo ordine, integrale di equazioni differenziali lineari del primo ordine e il metodo del fattore integrante, equazioni differenziali nonlineari del primo ordine del tipo Bernoulli, equazioni nonlineari del tipo variabili separabili.

Equazioni differenziali lineari di ordine arbitraria, soluzioni linearmente indipendenti, Wronskiano e principio di sovrapposizione, metodo della riduzione dell' ordine dell' equazione.

Equazioni differenziali lineari di ordine  $n$ , e metodi di risoluzione delle equazioni omogenee a coefficienti costanti, gli zeri dell' equazione caratteristica e la struttura delle soluzioni, equazioni con un secondo membro e determinazione della soluzione particolare con metodo delle variazioni dei costanti arbitrari, equazioni con secondo membro di tipi particolari.

Teorema di Cauchy - Lipschitz sull' esistenza e l'unicit\`a (senza dimostrazione), nozioni di soluzioni massimali e di soluzioni globali.

CURVE E SUPERFICI - Curve semplici, curve chiuse e curve regolari, orientazione d'una curva; lunghezza di una curva, integrale curvilineo di una funzione; campi vettoriali, forme conservative e forme irrotazionali; forme differenziali di grado uno, forme esatte e chiuse, cenno delle condizioni sufficienti per una forma chiusa sia esatta.

Superfici regolari in spazio euclideo tre dimensionale, piano tangente e versore normale; superfici equivalenti; superfici orientate.

Massimi e minimi vincolati per funzioni di  $n$  variabili, metodo di moltiplicatori di Lagrange.

FUNZIONI PERIODICHE E SERIE DI FOURIER - Polinomi e serie trigonometriche, coefficienti di Fourier e la serie di Fourier di una funzione periodica o dell' estensione periodica di una funzione definita su un intervallo limitato, teorema (senza dimostrazione) sulla convergenza uniforme della serie di Fourier di una funzione continua e regolare a tratti.

INTRODUZIONE ALLA TEORIA DELLA MISURA E DELL'INTEGRALE DI LEBESGUE (richiami dei risultati principali senza dimostrazioni)

- Plurirettangoli in spazio euclideo, misura di aperti e compatti; misurabilità degli insiemi limitati e misura di Lebesgue; proprietà della misura di Lebesgue - additività e subadditività finita; insiemi misurabili illimitati secondo Lebesgue e loro proprietà; insiemi di misura nulla e proprietà quasi ovunque.

Integrale secondo Lebesgue per funzioni limitate e nulle al di fuori di un compatto; funzioni semplici; funzioni integrabili e criterio per l'integrabilità secondo Lebesgue; integrabilità di funzioni continue e generalmente continue e limitate.

Funzioni misurabili e limitate, proprietà della famiglia di funzioni misurabili rispetto le operazioni algebriche, rispetto le operazioni di inf. e sup. di una successione, rispetto a passaggio al limite; integrale di Lebesgue di una funzione positiva, limitata e nulla al di fuori di un compatto, come misura del sottografico positivo; integrale di Lebesgue per funzioni definite su insieme limitato e misurabile.

Teoremi sul passaggio al limite per integrale di Lebesgue: teoremi di Beppo Levi, di Lebesgue sulla convergenza dominata (senza dimostrazioni).

Funzioni definite su un insieme misurabile ma non limitate in un sotto insieme di misura nulla; integrabilità di funzioni definite su insiemi non limitati.

Misura di Lebesgue sul prodotto di due insiemi misurabili, teorema di Fubini; misurabilità di insiemi normali.

Cambiamento di variabili negli integrali multipli ed applicazioni, area di superficie e integrale di superficie (solo enunciati).

#### BIBLIOGRAFIA

E. Giusti, *Analisi Matematica Vol II*, Boringhieri

E. Giusti, *Esercizi e complementi di Analisi Matematica*, Boringhieri

J. Cecconi e G. Stampacchia, *Analisi Matematica II*, Liguori Ed.

J. Cecconi, L. Piccinini e G. Stampacchia,

R. Courant and F. John, *Introduction to Calculus and Analysis*, Vols. I, II John Wiley and Co.

W. Fleming, *Functions of several variables*

P. Marcellini, *Analisi Matematica Due*, Liguori Editori

W. Rudin, *Principles of Mathematical Analysis*, McGraw Hill