Laurea in Fisica
a.a. 2003 – 2004
Corso di Geometria I A
Titolare: Riccardo Benedetti

Programma.

I numeri complessi. Spazi vettoriali, sottospazi, somma e somma diretta di sottospazi.
Applicazioni lineari, nucleo e immagine, isomorfismi. Indipendenza lineare, spazi finitamente generati, basi, dimensione, formula di Grassmann. Passaggio alle coordinate, matrici associate alle applicazioni lineari, cambiamenti di base.
Rango di un'applicazione lineare e di una matrice, composizione di applicazioni lineari e prodotto di matrici. Sistemi lineari, algoritmo di Gauss (espresso sia via "operazioni elementari sulle righe ", sia in forma matriciale via le "matrici elementari"); applicazioni al calcolo del rango di una matrice e al calcolo dell'inversa di una matrice invertibile).

Teoria del determinante e applicazioni: caratterizzazione assiomatica del determinante, interpretazione geometrica, formule esplicite (sviluppi di Laplace), formula di Binet, formula di Cramer, formula dell'inversa di una matrice invertibile, determinante della trasposta.

Endomorfismi di uno spazio vettoriale. Endomorfismi coniugati e matrici simili. Autovalori e autospazi. Sottospazi invarianti.
Caratterizzazione degli endomorfismi diagonalizzabili e di quelli triangolabili. Teorema di Hamilton-Cayley. Ideale di un endomorfismo. Polinomio minimo di un endomorfismo. Decomposizione in somma diretta di sottospazi invarianti associata ad una decomposizione di un polinomio nell'ideale in fattori coprimi.

Forme bilineari. Matrici rappresentative di forme bilineari. Forme isometriche e matrici congruenti. Rango di una forma. Forme non degeneri. Prodotti scalari e forme quadratiche. Ortogonalita'. Vettori isotropi. Esistenza di basi ortogonali. Procedimenti di ortogonalizzazione. Classificazione dei prodotti scalari complessi e reali a meno di isometrie. Spazi Euclidei. Prodotti Hermitiani. Gruppo ortogonale reale e gruppo unitario. Teorema spettrale.