Metodi Matematici della Fisica - Primo Modulo

G. Cicogna

Problemi di evoluzione temporale; equazione di d'Alembert e del calore. Spazi di Hilbert; gli spazi delle funzioni C^0, L^1, L^2 e delle successioni ℓ^2. Basi ortonormali, proprietà dei set completi. Serie di Fourier, sue proprietà e applicazioni.

Operatori lineari in dimensione infinita: esempi. Il problema agli autovettori in dimensione finita e infinita: esempi.

Serie di potenze, esponenziale ed altri esempi di funzioni in campo complesso. Serie di Fourier e serie di Taylor-Laurent; funzioni armoniche, problemi di potenziale piano, problema di Dirichlet.

L'analisi in frequenza: dalla serie all'integrale di Fourier. Il principio di indeterminazione. La trasformata di Fourier in L^1 ed L^2; inversione della trasformata (senza dimostrazioni). Calcolo diretto di trasformate e antitrasformate di Fourier (in L^2 e L^1). Applicazioni allo studio di equazioni differenziali, circuiti, equazioni di d'Alembert, del calore, di Laplace. La delta di Dirac; funzioni di Green, prodotto di convoluzione con esempi (in L^2 e L^1) e applicazioni fisiche.

Metodi Matematici della Fisica - Secondo Modulo

G. Cicogna

Operatori lineari su spazi di Hilbert; operatori continui, operatori chiusi. Funzionali e Teorema di Riesz. Operatore aggiunto e operatori simmetrici. Proiettori e sottospazi. Trasformazioni unitarie. Autovalori e autovettori, problemi e applicazioni. Operatori di moltiplicazione e spettro continuo. Problema di Sturm-Liouville.

Introduzione alla teoria dei gruppi e alle proprietà di simmetria. Definizione e principali proprietà delle rappresentazioni di un gruppo. Lemma di Schur e sue prime conseguenze. Gruppi e algebre di Lie (definizioni fondamentali); gruppo delle rotazioni.

Funzioni di una variabile complessa: olomorfia, sviluppabilità in serie, proprietà degli zeri. Singolarità isolate, punti di diramazione e tagli. Teorema di Liouville, teorema fondamentale dell'algebra. Calcolo dei residui; lemma di Jordan; calcolo di integrali mediante integrazione nel piano complesso. Funzioni armoniche; esempi di trasformazioni conformi.

Trasformata di Fourier in L^2, L^1, $\mathcal{S}$ e sue proprietà generali. Prodotto di convoluzione. Inversione della trasformata. Teoria delle distribuzioni: funzioni test e distribuzioni temperate. Derivata e trasformata di Fourier di distribuzioni. Distribuzioni collegate alla delta di Dirac e loro proprietà. Funzioni di Green e loro applicazioni ed esempi.

Trasformata di Laplace e sue proprietà. Semipiano di convergenza; inversione della trasformata. Uso delle trasformate di Fourier e di Laplace nell'analisi di sistemi lineari, nello studio e nella soluzione di equazioni differenziali ordinarie e alle derivate parziali.

Modalità d'esame

Il corso di Metodi Matematici si articola in due moduli, il primo dei quali è propedeutico al secondo. Ciascuno studente può scegliere di sostenere un unico esame alla fine del secondo modulo sull'intero programma, oppure di sostenere due esami separati alla fine di ciascun modulo.

Nel corso del primo modulo si svolgerà una Prova in Itinere ("Compitino"); il superamento di una delle successive 5 prove scritte d'esame del primo modulo verrà riconosciuto valido, agli studenti che intendono sostenere un unico esame finale, come secondo compitino.

Nel corso del secondo modulo si svolgerà un compitino sugli argomenti svolti nella prima parte del secondo modulo; lo studente che lo avrà superato potrà sostenere, in una delle successive 5 prove scritte d'esame, una prova abbreviata rispondendo alle sole domande relative alla seconda parte del secondo modulo.

Sulla base delle prove scritte, la commissione può esonerare dalla prova orale, sia nel caso di esami distinti che nel caso di unico esame finale. Lo studente può comunque chiedere di sostenere un orale.