


Le interazioni forti

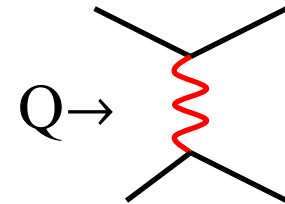
Le particelle composte da quark (mesoni e barioni) possono interagire con una forza intensa e a corto raggio (interazioni forti) **ma:**

- le sezioni d'urto sono grandi (**decine di mb**) e non calcolabili con la teoria della perturbazione;
- gli **stati legati $q\bar{q}$ e qqq non sono calcolabili** (eccetto i quark di grande massa e con grande approssimazione);
- gli **impulsi trasversi** (ripetto alla direzione relativa delle particelle interagenti) delle particelle prodotte sono **limitati**:


$$\vec{p}_T \quad \frac{d\sigma}{dp_T} \propto e^{-\alpha \cdot p_T} \quad \text{con } \alpha^{-1} \approx 300 - 400 \text{ MeV}$$

Ma c'è un regime cinematico in cui le interazioni forti sono descrivibili da una teoria di campo perturbativa: la QCD:

I grandi Q^2 , ma $Q^2 = ? = \hat{u}, \hat{s}, \hat{t}, p_T, p_T^2$



Nota che: $\tau_I \sim \frac{1}{Q} \sim \frac{1}{p_T}$, $d_I \sim \frac{1}{p_T} \Rightarrow$

- Collisioni periferiche: p_T piccolo, distanze di interazioni grandi;
- Collisioni centrali: p_T grandi, distanze di interazioni piccole.

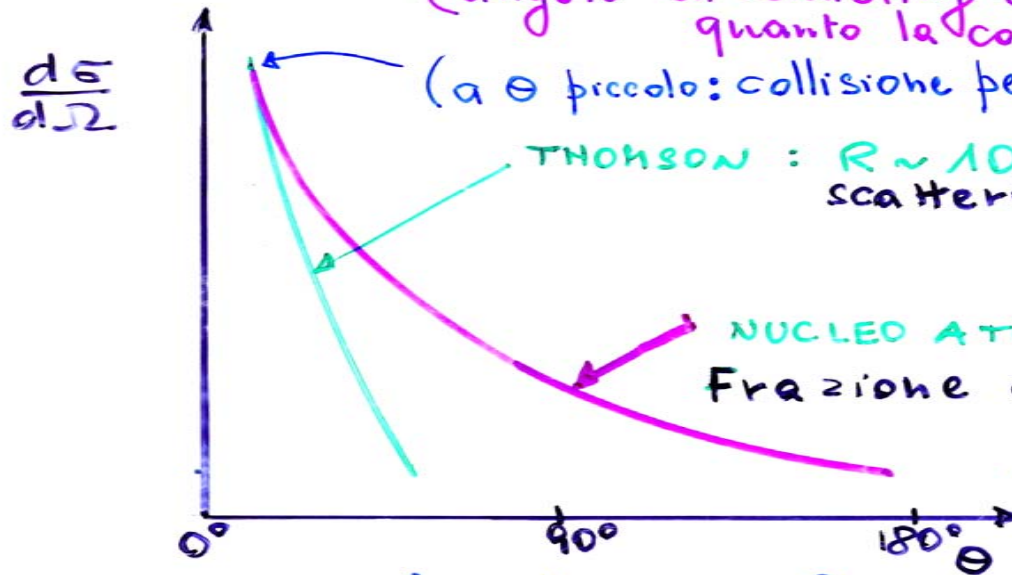
Quindi le collisioni centrali (hard) sono sensibili alla struttura interna del protone

"DÉJÀ VU" : 1909 → 1911 : RUTHERFORD

SCATTERING α -NUCLEO

(angolo di scattering è una misura di quanto la collisione è centrale)

(a θ piccolo: collisione periferica)



THOMSON : $R \sim 10^{-8}$ (Frazione di scattering con $\theta > 90^\circ < 1/10^{14}$)

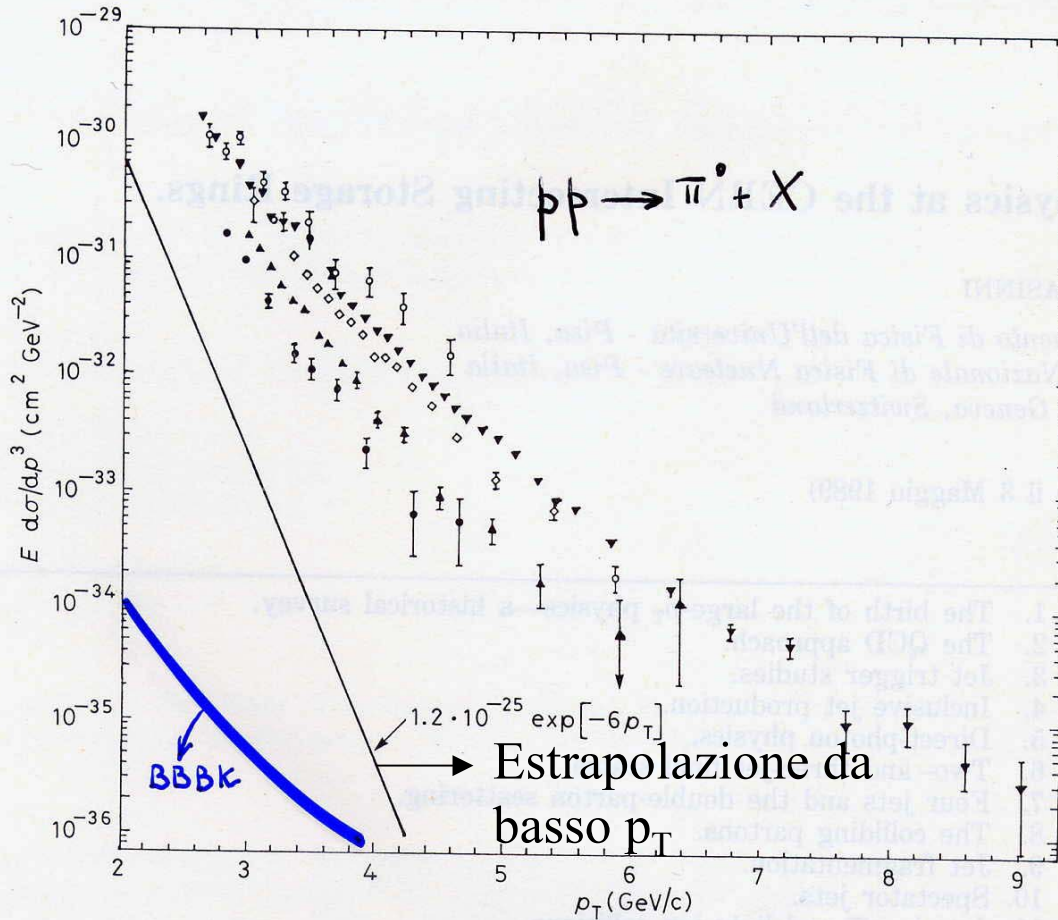
NUCLEO ATOMICO $R \sim 10^{-13}$ cm
Frazione con $\theta > 90^\circ \sim 1/8000$

OK SPERIMENTALMENTE.

e.fr. $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2 z^2}{16} \alpha^2 \left[\frac{197}{T(\text{MeV})} \right]^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad [\text{Fm}^2 \text{sr}^{-1}]$

$\vec{q} = \vec{p}_e - \vec{p}_e'$ $\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{4\pi Z^2 z^2}{q^4} \alpha^2$

Risultati dagli ISR (pp a $\sqrt{s}=23-62$ GeV) 1972:
 $pp \rightarrow \pi^0$ (di grande impulso trasverso) + X



BBBK:
 interazione
 elettromagnetica
 tra quark

Fig. 1. - Inclusive π^0 yield at large p_T . The solid line is an exponential extrapolation from $p_T < 2$ GeV/c
 ● $\sqrt{s} = 23.5$ GeV, ▲ $\sqrt{s} = 30.6$ GeV, ◇ $\sqrt{s} = 44.8$ GeV, ▼ $\sqrt{s} = 52.7$ GeV,
 ○ $\sqrt{s} = 62.4$ GeV.

Fit dei dati ISR:

$$E \frac{d\sigma}{dp^3} = (1.54 \pm 0.1) \cdot 10^{-26} p_T^{-(8.24 \pm 0.05)} \cdot e^{-(13.05 \pm 0.25)X_T} (cm^2 GeV^{-2}), X_T = \frac{2p_T}{\sqrt{s}}$$

-4 ordini di grandezza maggiore della previsione del modello BBBK;

- p_T^{-8} invece di p_T^{-4} previsto dal propagatore fotonico ($1/q^4$);

-legge di scala : dipendenza da X_T

**NECESSITA' DI UN NUOVO TIPO DI INTERAZIONE
con una costante di accoppiamento maggiore di α**

L'ipotesi dei costituenti (quark) era già stata introdotta negli anni 60 da Gell-Mann per spiegare la spettroscopia degli adroni:

I mesoni $\equiv q\bar{q}$

I barioni $\equiv qqq$

I quark hanno spin=1/2 e carica elettrica $Q=1/3, 2/3$

Nuova interazione \implies nuovo numero quantico (carica) che la governa:

il COLORE.

Giustificazione statica dei quark e del colore

1) Ω^- $m=1672$ MeV, $J=3/2$, $S=-3$ $|s^\uparrow s^\uparrow s^\uparrow\rangle$

Composto da 3 quark s nello stato fondamentale e con spin=3/2

VIOLA IL PRINCIPIO DI PAULI:

I 3 quark devono essere distinguibili:

\Rightarrow Ogni quark esiste in tre stati di colore

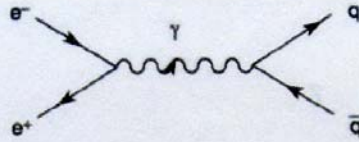
\Rightarrow Le particelle osservate sono singoletti di colore (non hanno colore)

2) Δ^{++} $m=1232$ MeV, $J=3/2$, $S=0$ $|u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow\rangle$

3) Δ^- $m=1232$ MeV, $J=3/2$, $S=0$ $|d^\uparrow d^\uparrow d^\uparrow\rangle$

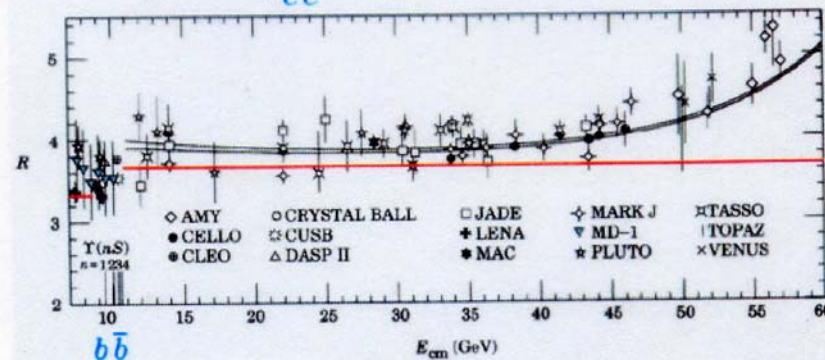
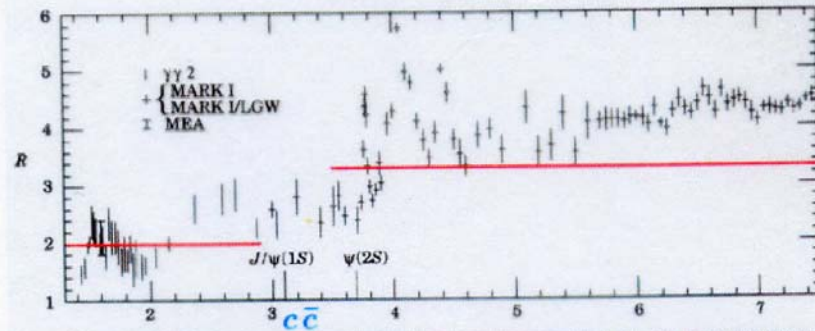
EVIDENZA DINAMICA DEL COLORE

1)



$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \approx \frac{\sum_q \sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \approx N_C \sum_q Q_q^2$$

$$= \begin{cases} \frac{2}{3} N_C & ; \quad (u, d, s) \\ \frac{10}{9} N_C & ; \quad (u, d, s, c) \\ \frac{11}{9} N_C & ; \quad (u, d, s, c, b) \end{cases}$$



Dinamica del colore

Nel caso del modello a quark SU(3) di sapore abbiamo visto che per i mesoni ci sono stati **1 e 8** mentre per i barioni ci sono stati **1, 8 e 10**. Traslato con il linguaggio dei quark: ci sono solo stati $(\mathbf{q}\bar{\mathbf{q}})$ e (\mathbf{qqq}) . Nota che se i quark hanno anche colore, stati come (\mathbf{qq}) o $(\bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{q}})$ sarebbero necessariamente colorati!

Quindi il grado di liberta' del colore è confinato: gli adroni sono singoletti

Nel caso dei barioni: (\mathbf{qqq}) (333) possiamo scrivere la funzione d'onda dei 3 quark come:

$$\Psi_{3q} = \Psi_{spazio} \cdot \Psi_{spin} \cdot \Psi_{sapore} \cdot \Psi_{colore} \quad \Psi_{colore} \equiv \psi^\alpha (\alpha = 1, 2, 3)$$

Ψ_{colore} fornisce l'antisimmetria: $\Psi_{colore} = \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \psi^\alpha \psi^\beta \psi^\gamma$

Nota che tutti gli indici di colore sono saturati cioè non c'è colore libero: è un singoletto di colore, antisimmetrico e invariante per rotazioni (SU(3)) nello spazio del colore.

Anche nel caso dei **mesoni** ($\mathbf{3}\bar{\mathbf{3}}$) possiamo costruire singoletti di colore ad es. Il $\pi^+(\bar{d}u)$

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{3}} [\bar{d}^1 u^1 + \bar{d}^2 u^2 + \bar{d}^3 u^3] = \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{\psi}_d^\alpha \psi_u^\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \psi_d^{\alpha*} \psi_u^\alpha$$

Si dimostra che stati singoletti di colore sono invarianti per rotazione nello spazio del colore mentre i non singoletti (es. (\mathbf{qq})) non lo sono.

Cromodinamica quantistica

La QED descrive l'interazione tra particelle dotate di carica elettrica e ha come mediatore un bosone vettoriale: il fotone con costante di accoppiamento $\alpha=e^2/4\pi$

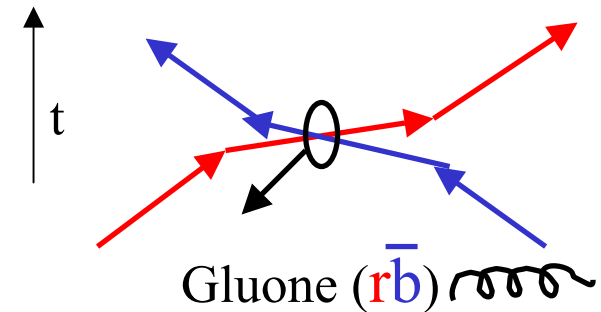
La QCD descrive l'interazione tra particelle dotate di carica di colore e ha come mediatore un bosone vettoriale: **il gluone** con costante di accoppiamento $\alpha_s=g_s^2/4\pi$

A differenza della carica elettrica esistono 3 tipi di carica di colore (e di anticolori):
es. red (r), blue (b), green (g).

La funzione d'onda dei quark è descritta dagli spinori di Dirac per la parte spin/impulso e dalle funzioni d'onda che dipendono dal colore:

$$r = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ad es. Interazione tra un quark rosso e uno blu:

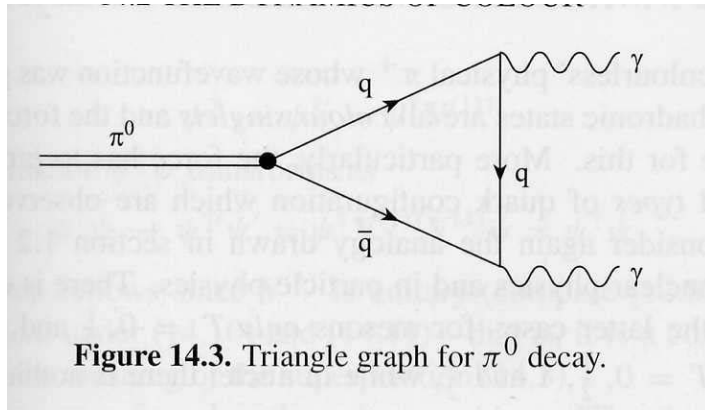


Ciascun gluone trasporta carica di colore e anticolori diversi (il fotone è invece neutro)

L'interazione di QCD deve essere invariante per rotazioni nello spazio del colore che (come nel caso del sapore u,d,s) sono descritte dal gruppo di simmetria

SU(3)

2)



$$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$$

Dove $q=u$ o $q=d$.

Ricordiamo anche che :

$$|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\bar{d}d - \bar{u}u\rangle$$

Quindi la larghezza del decadimento contiene in fattore: $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right)^2 = \frac{1}{9}$

Da notare che nel calcolo originale (1949) il loop era con protone e neutrone e il fattore di isospin **era 1** (il neutrone ha carica nulla) in accordo con il valore sperimentale.

Il calcolo della larghezza

con i quark richiede un fattore 9 che è giustificato dal colore.

3) Drell-Yan: $pp \rightarrow \mu^+ \mu^- + X$:

annichilazione di coppie di quark - antiquark in coppie di leptoni

$$\sigma_{DY} \propto \sum_i \sum_c q_i^c \bar{q}_i^{\bar{c}} = \frac{1}{3} \sum_i q_i \bar{q}_i$$

$1/N_C$

La lagrangiana di una particella carica a spin $\frac{1}{2}$ è quella di Dirac:

$$L = i \bar{\psi}_q \gamma_\mu \frac{\partial \psi_q}{\partial x_\mu} - m \bar{\psi}_q \psi_q$$

Dove ψ_q è un vettore a 3 componenti nello spazio del colore: $\psi_q = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)$

L è invariante per rotazioni locali nello spazio del colore descritte da una matrice unitaria a determinante=1 : U(x) (l'insieme delle U costituisce il gruppo SU(3))

$U(x) \Rightarrow 9$ parametri complessi (18 reali);

$U^+ = U^{-1}$ forniscono 9 equazioni

$\det(U) = 1$ equazione

$\Rightarrow 8$ parametri reali $\Lambda_i(x)$

$\Rightarrow 8$ campi vettoriali $G_\mu^i(x)$

$\Rightarrow 8$ gluoni di massa nulla

In QED $U = e^{\alpha x} \Rightarrow 1$ parametro reale $\Rightarrow 1$ campo vettoriale A_μ

$$U(x) = e^{\frac{i}{2} \sum_{k=1}^8 g_s \alpha_k(x) \cdot \lambda_k} = e^{\frac{i}{2} g_s \vec{\alpha} \cdot \vec{\lambda}}$$

α_k sono 8 funzioni reali di x

λ_k 8 matrici 3x3 hermitiane e a traccia nulla
ad. es. le matrici di Gell-Mann

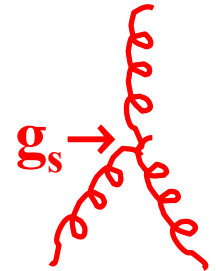
Se imponiamo che la lagrangiana L sia invariante per trasformazioni locali U(x) essa deve essere riscritta come:

$$L^{QCD} = \bar{\psi}_q \gamma_\mu \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - ig_s \frac{\vec{\lambda}}{2} \vec{G}_\mu \right) \psi_q - m \bar{\psi}_q \psi_q - \frac{1}{4} \vec{G}_{\mu\nu} \vec{G}_{\mu\nu} \quad \text{con } \vec{G}_\mu \equiv (G_\mu^1, G_\mu^2, \dots, G_\mu^8):$$

8 campi vettoriali a massa nulla : i gluoni

$$G_{\mu\nu}^i = \frac{\partial G_\nu^i}{\partial x_\mu} - \frac{\partial G_\mu^i}{\partial x_\nu}$$

$$+ g_s \varepsilon_{ijk} G_\mu^j G_\nu^k$$



Equivalente del tensore elettromagnetico Vertice gluone-gluone-gluone:

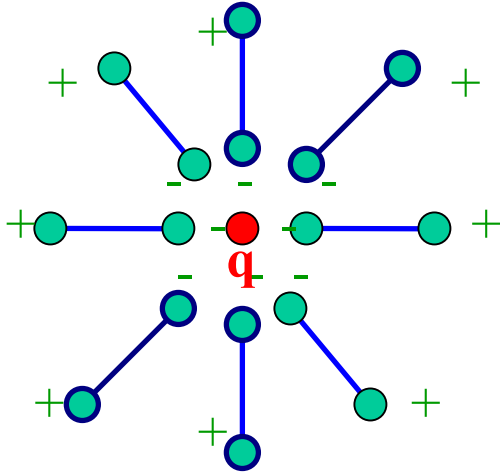
Il vertice (interazione) tra gluoni è reso possibile dal fatto che i gluoni sono carichi di colore o altrimenti detto che il gruppo SU(3) di QCD non è abeliano a differenza del gruppo U(1) della QED:

$$QED: e^{iA_1(x)} \cdot e^{iA_2(x)} = e^{iA_2(x)} \cdot e^{iA_1(x)}: \textit{abeliano}$$

$$QCD: U_1(x) \cdot U_2(x) \neq U_2(x) \cdot U_1(x): \textit{non abeliano}$$

Libertà asintotica

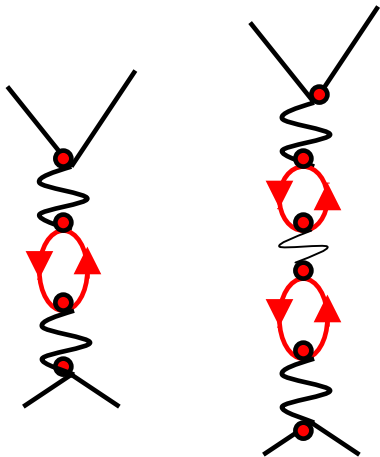
In QED il vuoto si comporta come un dielettrico: crea cariche di polarizzazione:



Le cariche di polarizzazione creano un effetto di schermo: $q_{\text{eff}} = q/\epsilon$

Quella che chiamiamo “carica libera” dell’elettrone ($\alpha=1/137$) è in effetti la carica totalmente schermata cioè a distanza infinita (Q^2 piccoli).

Se ci avviciniamo all’elettrone (Q^2 grandi) l’effetto di schermo diminuisce (tendo a vedere la carica “nuda”). In termini di diagrammi di Feynman:



L’elettrone virtuale è attratto da q , mentre il positrone è respinto \implies

Le cariche vedono un campo attenuato.

A quali distanze l’effetto si comincia a sentire:

$$\lambda_c = \frac{\hbar}{m_e c} = 3.86 \times 10^{-11} \text{ cm (lunghezza d'onda Compton)}$$

Quando Q^2 aumenta vedo una carica (α) che aumenta:

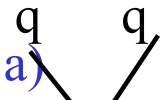
$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(m_e^2)}{1 - \frac{\alpha(m_e^2)}{3\pi} \ln \frac{Q^2}{m_e^2}}$$

$$[\alpha(m_e^2)]^{-1} = 137.03604 \pm 0.00011$$

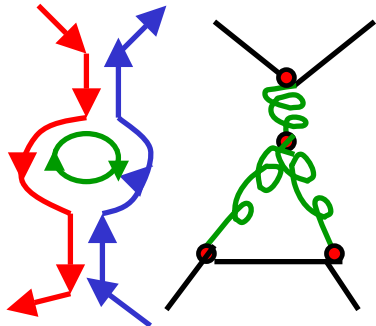
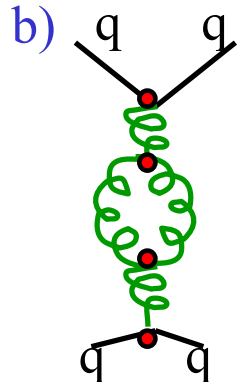
Problemi a $Q^2 \sim m_e^2 \exp(137) \Rightarrow$ energie $\sim 10^{26} \text{ GeV} \dots$

In **QCD** $e \rightarrow g_s$ $\alpha_s = g_s^2/4\pi$

Introduciamo un parametro arbitrario μ e $\alpha_s(\mu^2)$; studiamo $\alpha_s(Q^2)$ quando $Q^2 \neq \mu^2$.



Abbiamo come in QED l'effetto di **polarizzazione del vuoto**:
 questi processi schermano la carica di colore e
quindi α_s decresce quando $Q^2 \rightarrow 0$ (screening)



Interazioni di gluoni con scambio di gluoni:
 effetto opposto alla polarizzazione del vuoto:
 la carica di colore viene propagata e
 α_s aumenta quando $Q^2 \rightarrow 0$ (antiscreening)

L'effetto di antiscreening è dominante

$$\alpha_s(Q^2) = \alpha_s(\mu^2) \left[1 - \frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi} (33 - 2f) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + \dots \right]$$

Effetto dei gluoni

La polarizzazione del vuoto dipende dal numero di quark attivi f ($Q^2 > 4m_q^2$)

Sommando le potenze dei termini logaritmici dominanti:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi} (33 - 2f) \ln \frac{Q^2}{\mu^2}} \Rightarrow \text{QCD "running coupling constant"}$$

$$\alpha_s(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} 0 \text{ (se } 33 > 2f \text{) libert\`a asintotica}$$

E' applicabile la teoria perturbativa. Nota che $\alpha_s = 0.1 \div 1$ e, a differenza di α , varia in modo significativo con Q^2 . Introducendo $\ln \Lambda^2 = \ln \mu^2 - 12\pi / [(33 - 2f)\alpha_s(\mu^2)]$

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2f) \ln Q^2 / \Lambda^2}$$

1 solo parametro: $\Lambda \sim 100 \div 200 \text{ MeV} \sim 1 \text{ fm}^{-1}$
da determinarsi sperimentalmente.

Se $Q^2 \approx \Lambda^2$, α_s è grande:

confinamento??

Dalla misura di α_S si estrae il valore di Λ

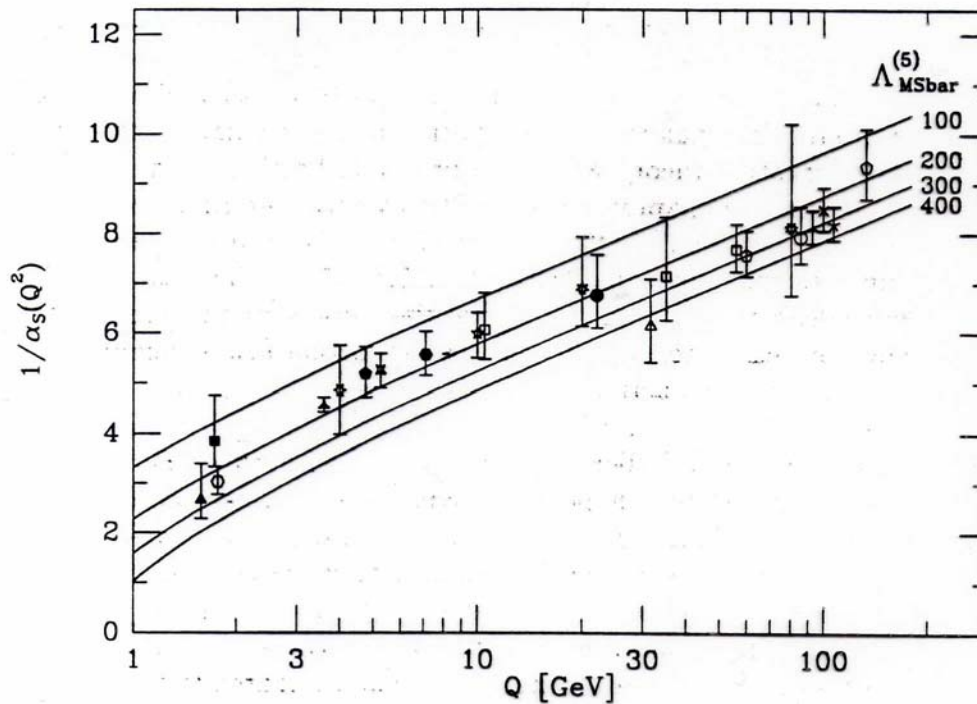
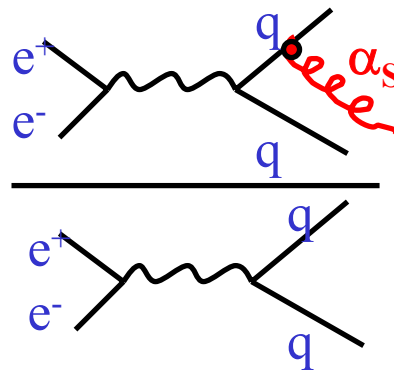


Fig. 2.5. Measurements of α_S compared with predictions for various values of $\Lambda^{(5)}$.

$$\text{ex. } \frac{e^+e^- \rightarrow 3 \text{ jets}}{e^+e^- \rightarrow 2 \text{ jets}} \propto \alpha_S$$



Misura imprecisa ex. $\alpha_S(Q=92 \text{ GeV}(Z)) = 0.117 \pm 10\% \Rightarrow$ incertezza su Λ : errore

magnificato esponenzialmente:

$$100 < \Lambda < 400 \text{ MeV}$$

Sezioni d'urto elementari di QCD

8 processi

| PARTON PROCESS | $ M ^2$ | F_M |
|-----------------------------------|--|-------|
| $qq' \rightarrow qq'$ | $\frac{4}{9} \frac{s^2+u^2}{t^2}$ | 2.22 |
| $qq \rightarrow qq$ | $\frac{4}{9} \left(\frac{s^2+u^2}{t^2} + \frac{s^2+t^2}{u^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{u^2}{st}$ | 3.26 |
| $q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'$ | $\frac{4}{9} \frac{t^2+u^2}{s^2}$ | 0.22 |
| $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$ | $\frac{4}{9} \left(\frac{s^2+u^2}{t^2} + \frac{t^2+u^2}{s^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{u^2}{st}$ | 2.59 |
| $q\bar{q} \rightarrow gg$ | $\frac{32}{27} \frac{u^2+t^2}{ut} - \frac{8}{3} \frac{u^2+t^2}{s^2}$ | 1.04 |
| $gg \rightarrow q\bar{q}$ | $\frac{1}{6} \frac{u^2+t^2}{ut} - \frac{3}{8} \frac{u^2+t^2}{s^2}$ | 0.15 |
| $gg \rightarrow gg$ | $\frac{4}{9} \frac{u^2+s^2}{us} + \frac{u^2+s^2}{t^2}$ | 6.11 |
| $gg \rightarrow gg$ | $\frac{9}{2} \left(3 - \frac{ut}{s^2} - \frac{us}{t^2} - \frac{st}{u^2} \right)$ | 30.4 |

Combridge, Kripfganz, Ranft (1977)
 t,s,u nel cms dei due partoni
 Valori a $\theta^*=90^\circ$

$$t = -s(1 - \cos\theta^*)/2, u = -s(1 + \cos\theta^*)/2$$

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta^*} = \frac{\pi\alpha_s^2}{2s} |M|^2$$

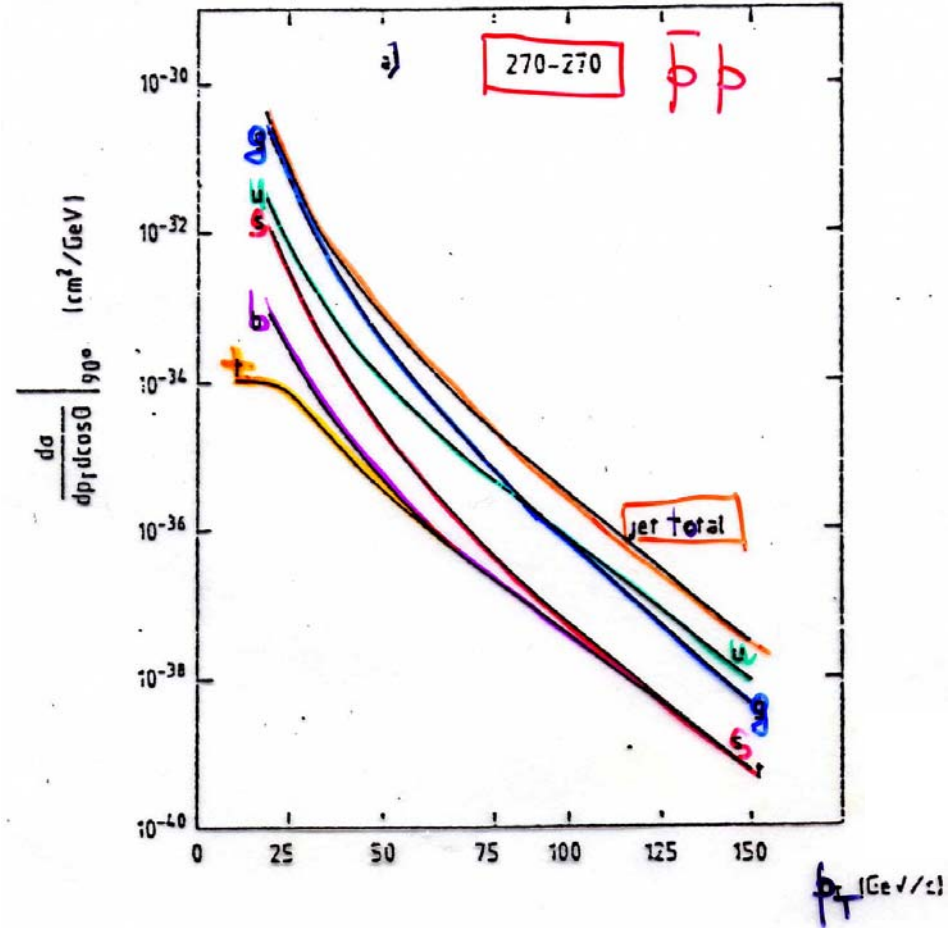
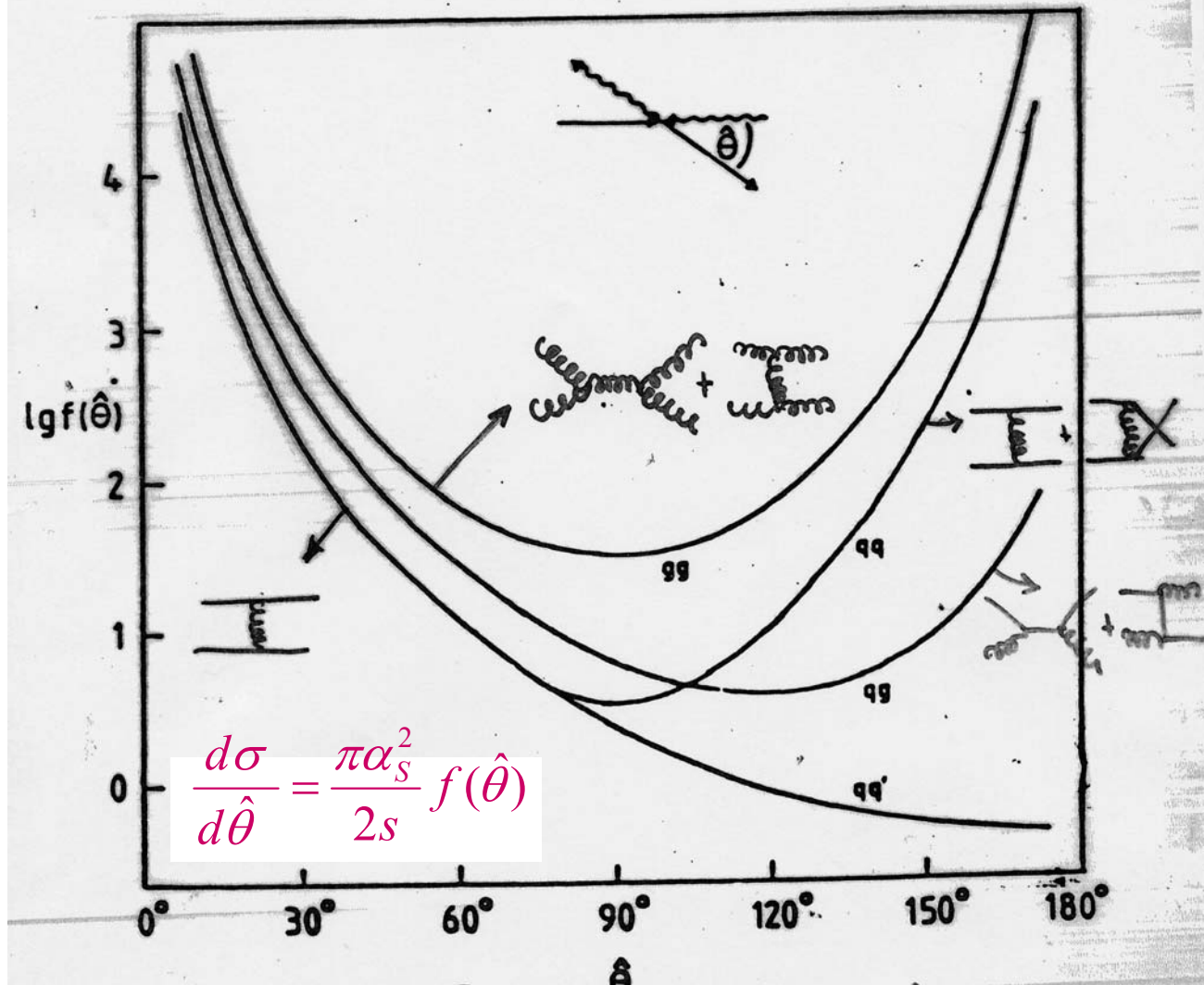


Fig. 5. Inclusive jet production from different types of jets. The dominance of gluon jets at lower p_T ($p_T < 40$ GeV) should eventually disappear as quark jets become dominant.



$qq \sim e^- e^-$ (Moeller scattering)

$qq' \sim e^+ e^-$ (Bhabha scattering)

Scattering alla Rutherford in $p\bar{p} \rightarrow \text{jet jet}$ (quark quark)

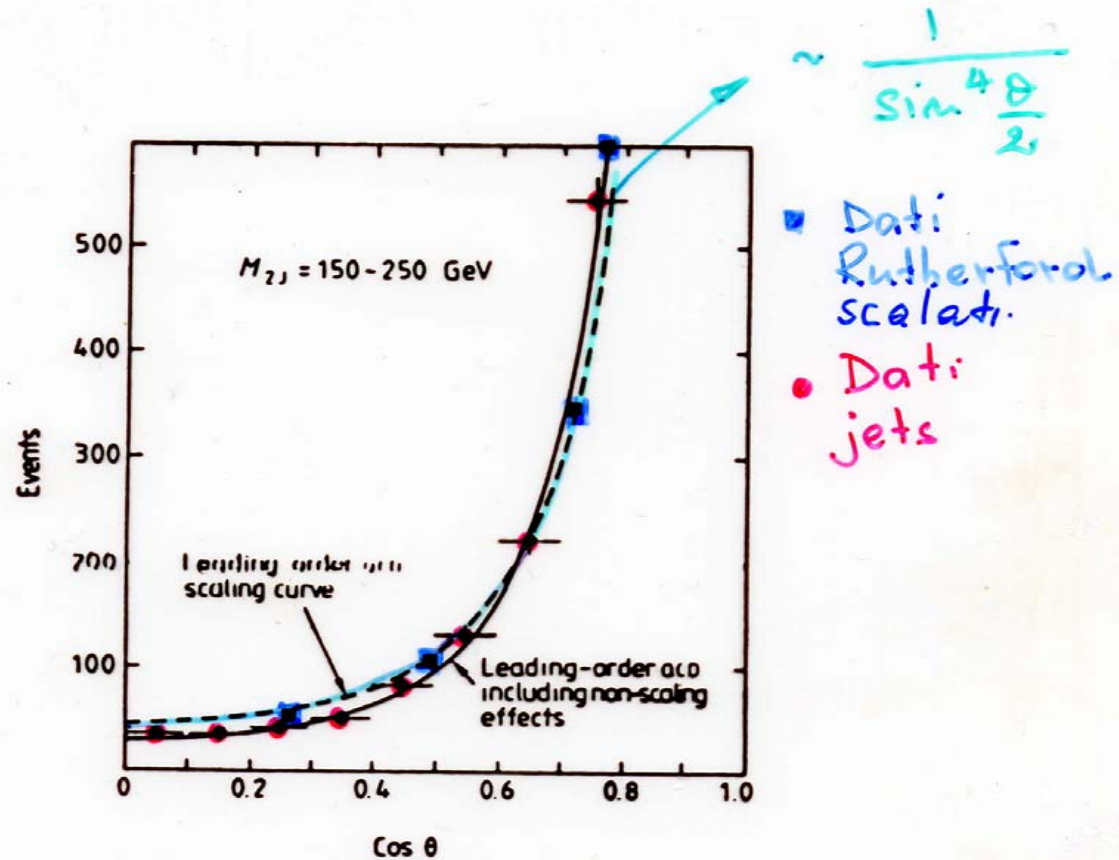


Figure 1.15 Angular distribution of two-jet events in $p\bar{p}$ collisions (Arnison *et al* 1985) as a function of $\cos \theta$, where θ is the CMS scattering angle. The points shown as squares are the Geiger–Marsden values from figure 1.1, scaled by an overall constant. The broken curve is the prediction of QCD, obtained in the lowest order of perturbation theory (see Chapter 9); it is virtually indistinguishable from the Rutherford shape $\sin^{-4}\theta/2$. The full curve includes corrections (Chapter 9).

Luminosità partoniche

La sezione d'urto per produrre due partoni (quark/gluoni) in interazioni adroniche:

$$\sigma = \sum_{i,j} dx_1 dx_2 f_i(x_1) f_j(x_2) \hat{\sigma}_{ij}$$

Stiamo sommando tutte le sezioni d'urto elementari tra partoni i, j pesate per la probabilità che i e j abbiano frazione x_1 e x_2 dell'impulso dell'adrone incidente.

Definiamo $\tau \frac{dL_{ij}}{d\tau} = \frac{1}{1 + \delta_{ij}} \int_0^1 dx_1 dx_2 \cdot [x_1 f_i(x_1) \cdot x_2 f_j(x_2) + 1 \leftrightarrow 2] \cdot \delta(\tau - x_1 x_2)$

$$x_1 x_2 = \hat{s} / s = \tau$$

Evita il doppio conteggio se i partoni sono identici

$$\rightarrow \sigma(s) = \sum_{i,j} \int_{\tau_0}^1 \frac{d\tau}{\tau} \left[\frac{1}{s} \frac{dL_{i,j}}{d\tau} \right] [\hat{s} \hat{\sigma}_{ij}]$$

La somma è effettuata su tutte le coppie di partoni iniziali i, j che contribuiscono alla σ .

τ_0 è la minima energia nel c.m. perche il processo avvenga, ex. $\tau_0 = 4m_q^2/s$

$\frac{1}{s} \frac{dL_{ij}}{d\tau}$ ha dimensioni di una sezione d'urto (GeV^{-2})

La quantità: $(\hat{s} \cdot \hat{\sigma})$ è adimensionale e, siccome $\hat{\sigma} \propto \frac{1}{\hat{s}}$, è in sostanza la costante di accoppiamento

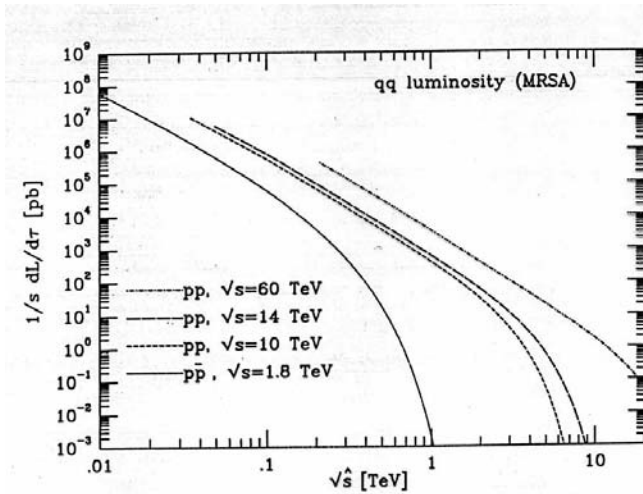


Fig. 7.4. Luminosity plot for quark-quark induced processes.

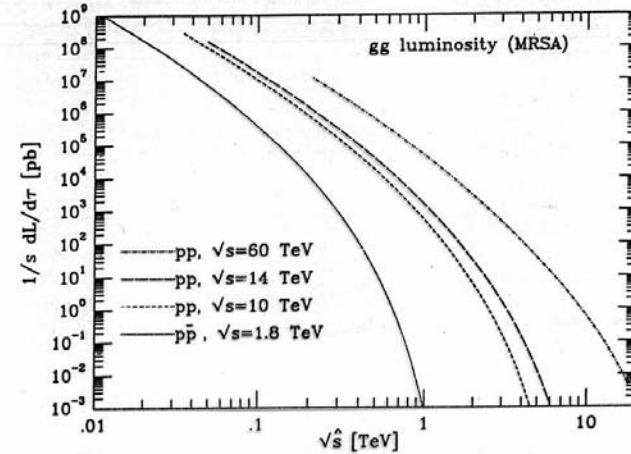


Fig. 7.2. Luminosity plot for gluon-gluon induced processes.

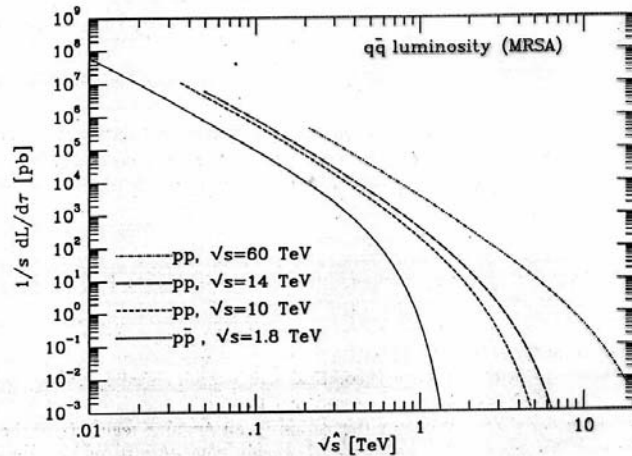


Fig. 7.5. Luminosity plot for quark-antiquark induced processes.

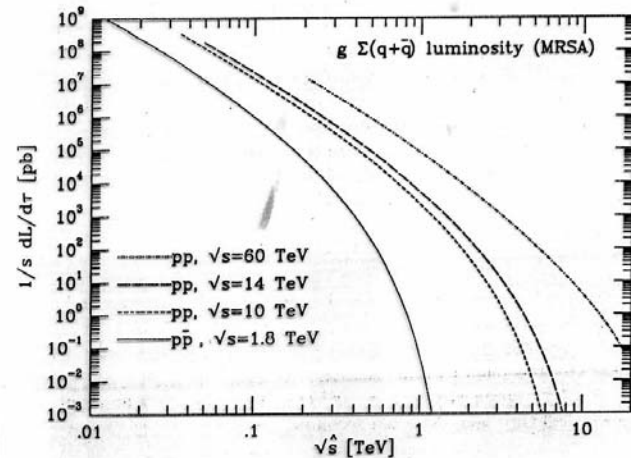


Fig. 7.3. Luminosity plot for gluon-quark induced processes.

Ex. Stimiamo a $\sqrt{s}=14$ TeV (LHC) la sezione d'urto per la produzione a 90° di due jet con $p_T > 0.5$ TeV ($\sqrt{\hat{s}} > 1$ TeV)

Contributo da gg: $\frac{1}{s} \frac{dL_{ij}}{d\tau} \approx 10^3$ pb Al Tevatron: $p\bar{p}, \sqrt{s} = 1.8$ TeV, $\frac{1}{s} \frac{dL_{ij}}{d\tau} \approx 10^{-3}$ pb

$$\hat{s} \hat{\sigma} \approx \alpha_s^2, \text{ se } \alpha_s \approx 0.1, = 10^{-2}$$

$$\sigma = \int_{\sqrt{\tau_0}}^1 \frac{d\tau}{\tau} \left[\frac{1}{s} \frac{dL_{ij}}{d\tau} \right] \cdot 10^{-2}, \text{ con } \sqrt{\tau_0} = 1/14.$$

L'integrale va fatto sulla dipendenza da τ di $\frac{1}{s} \frac{dL_{ij}}{d\tau}$
 e' rapidamente decrescente: parametrizziamolo
 come $e^{-\tau}$ Ho un integrale del tipo:

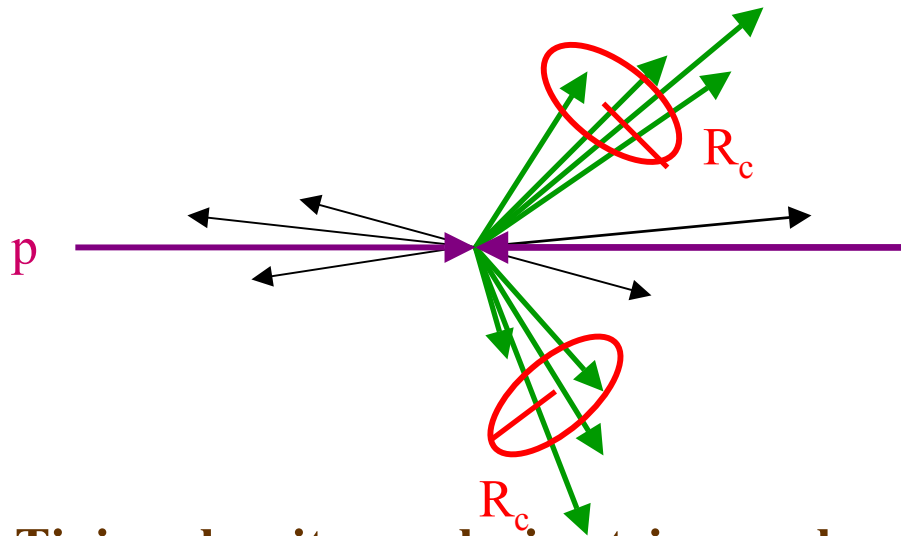
$$\int_{0.07}^1 \frac{e^{-\tau}}{\tau} \approx 1.9 \quad \text{Quindi: } \sigma \approx 1.9 \cdot 10^3 \left[\frac{1}{s} \frac{dL_{ij}}{d\tau} \right]_{\tau_0} \cdot 10^{-2} \approx 20 \text{ pb}$$

 $\sim 10^3$

Al Tevatron $\tau_0=0.5 \implies \sigma \sim 0.4 \cdot 10^{-5}$ pb.

MISURA DEI JET

Jet = materializzazione di quark e gluoni.



Le particelle dalla frammentazione dei partoni trasportano impulso trasverso limitato (centinaia di MeV)

rispetto all'asse del jet e sono contenute in un cono in η, ϕ con raggio:

$$R_C \approx \sqrt{\Delta\phi^2 + \Delta\eta^2}$$

Tipico algoritmo calorimetrico per la misura dei jet:

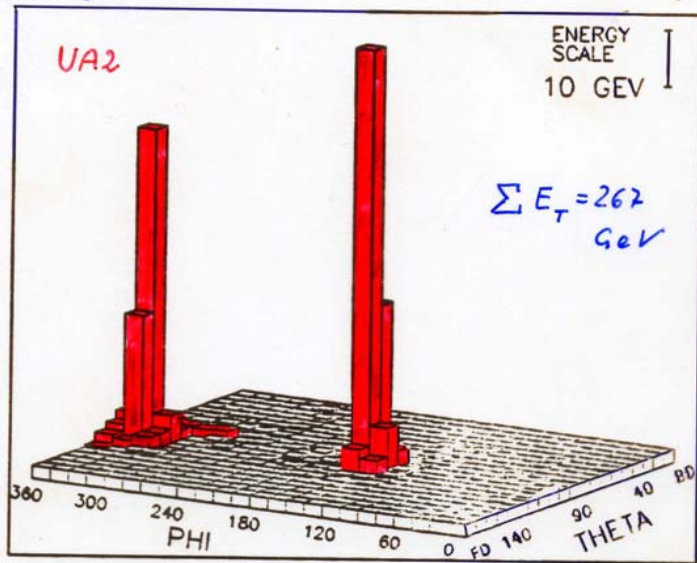
i) Si raggruppano celle del calorimetro contigue con energia trasversa depositata $E_T > 1$ GeV. Si definisce un centroide e una direzione del jet (conoscendo il vertice primario):

$$x_C = \frac{\sum_i x_i E_{Ti}}{\sum_i E_{Ti}}; y_C = \frac{\sum_i y_i E_{Ti}}{\sum_i E_{Ti}} \text{ somma sulle celle}$$

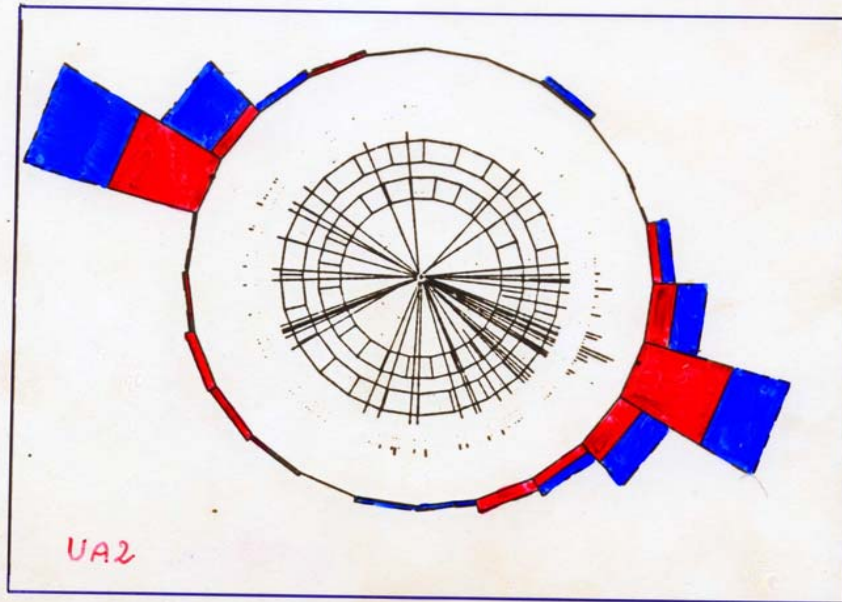
ii) In un raggio $R_C \sim 0.7$, si sommano tutte le energie > 0.1 GeV e si ricalcola il centroide e la direzione.

iii) Se due gruppi energetici condividono più del 75% di celle vengono unificati.

CDF: per $E_T > 15$ GeV $\epsilon_{\text{jet}} > 90\%$, jet falsi $< 5\%$.



Jet di UA2
presa dati 1983



$$E_T = \Sigma E_i \sin \theta_i$$

Sezioni d'urto

Sezione d'urto elementare invariante inclusiva partonica (tutte le masse sono nulle):

$$E \frac{d\hat{\sigma}}{dp^3} = \frac{1}{2\hat{s}8\pi^2} \sum_{spin} |M|^2 \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u})$$

Identificando i jet con i partoni e tenendo conto delle densità partoniche $f_i(x), f_j(x)$:

$$E_j \frac{d\sigma}{dp_j^3} = \frac{1}{16\pi^2 s} \sum_{i,j,k,l} \int_0^1 \frac{dx_1}{x_1} \frac{dx_2}{x_2} f_i(x_1) f_j(x_2) \cdot \sum_{spin} |M(ij \rightarrow kl)|^2 \frac{1}{1+\delta_{ij}} \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u})$$

$$E \frac{d\sigma}{dp^3} = \frac{d\sigma}{dy \cdot d\vec{p}_T} = \frac{d\sigma}{dy \cdot p_T \cdot dp_T \cdot d\phi} = 2\pi \frac{d\sigma}{dy \cdot p_T \cdot dp_T}$$

Sperimentalmente: $y = \sinh^{-1} \left(\frac{p_L}{\sqrt{p_T^2 + m^2}} \right) \xrightarrow{m^2/p_T^2 \ll 1} \eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2}$

$$E \frac{d\sigma}{dp^3} = \frac{d\sigma}{p_T \langle \Delta\eta \Delta\phi \rangle \Delta p_T} = \frac{N(p_T)}{\int L dt \cdot \varepsilon_C} \frac{1}{p_T \Delta p_T} \frac{1}{\langle \Delta\phi \cdot \Delta\eta \rangle}$$

$N(p_T)$ = numero di jet misurati nell'intervallo $\Delta p_T, < \Delta\eta \Delta\phi >$;
 $\int L dt$ = luminosità integrata fornita dall'acceleratore;
 ε_C = efficienza dei criteri di selezione dei jet;
 $< \Delta\eta \Delta\phi >$ = accettazione geometrica

Errori sulla sezione d'urto

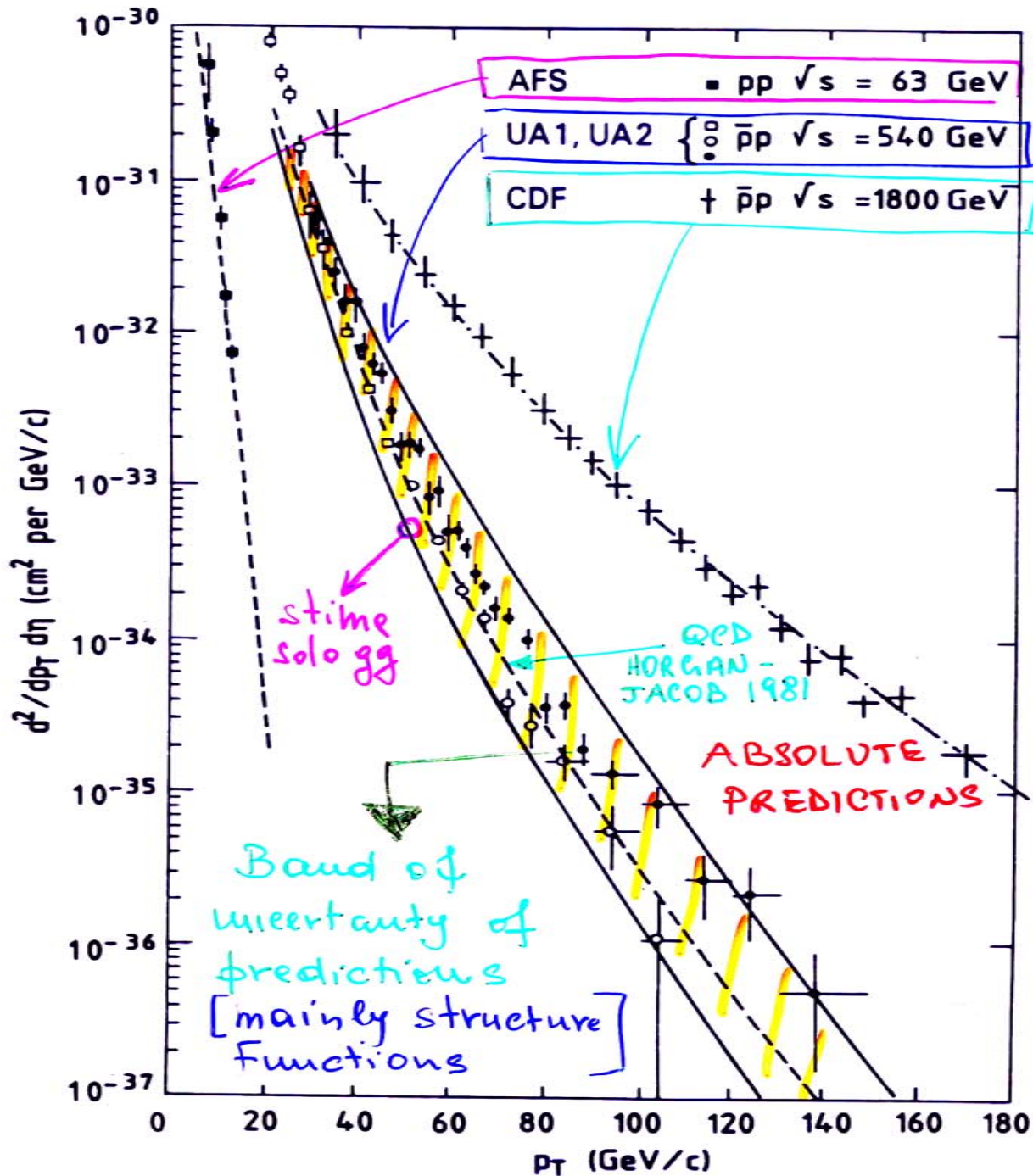
-Statistico: $N_J(p_T)$

-Sistematico: dalla conoscenza della luminosità $\int L dt$ (ex. a LHC $\sim 5\%$);
 ε_C ($\Delta \varepsilon_C < 10\%$);
 $< \Delta\eta \Delta\phi >$.

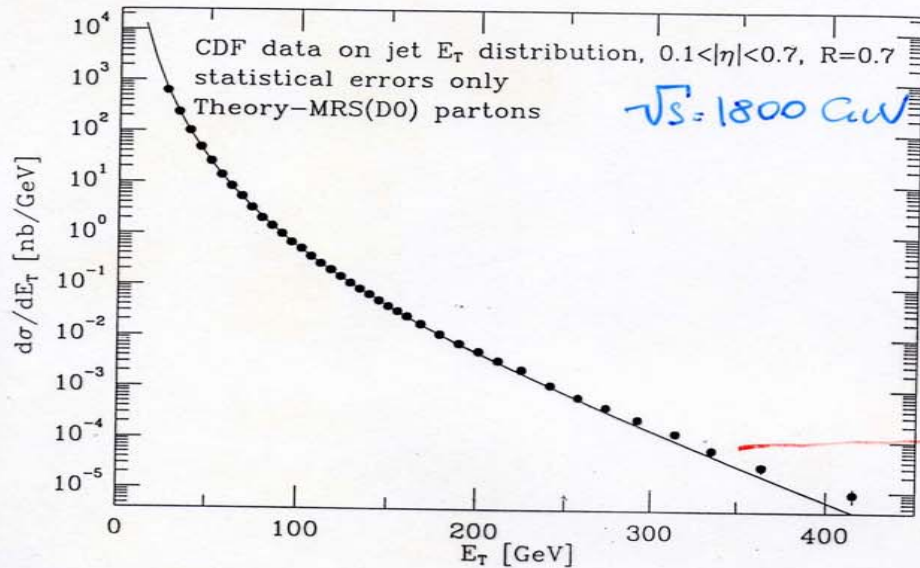
-Scala di energia:

Poichè $E \frac{d\sigma}{dp^3}$ decresce rapidamente con p_T , una piccola incertezza sulla scala orizzontale (p_T) modifica fortemente quella verticale ($E \frac{d\sigma}{dp^3}$)

Ex. In UA2 $\pm 4\%$ di incertezza sull'energia del jet si riflette in $\pm 30\%$ su valore della sezione d'urto



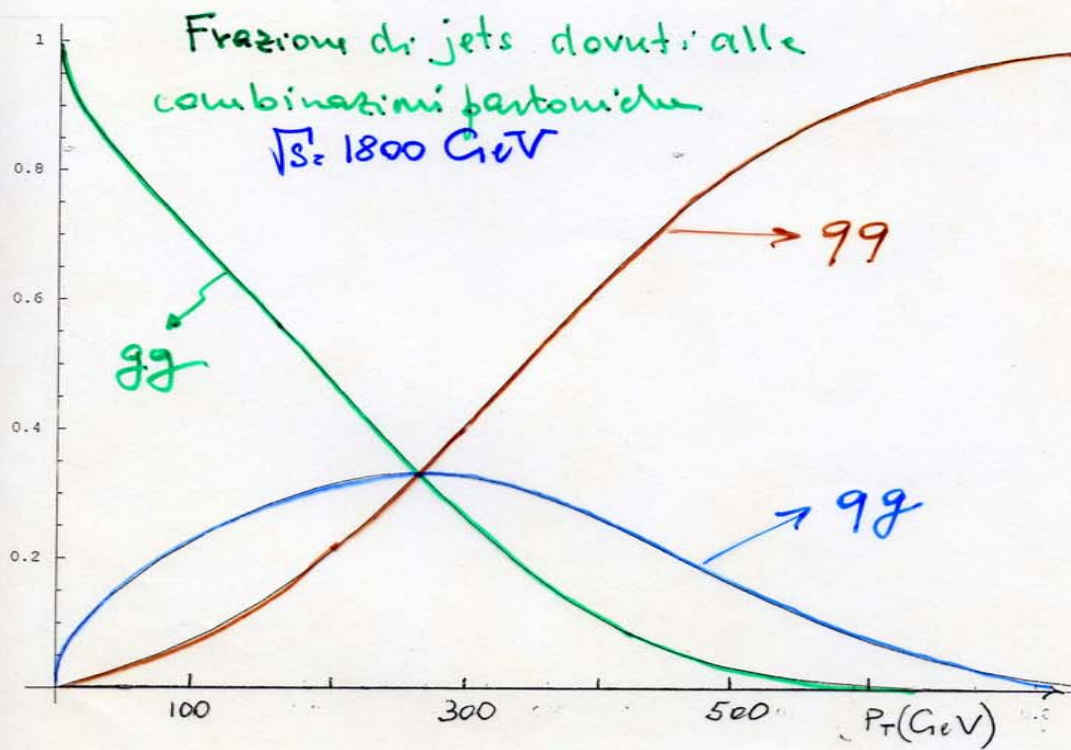
Sezioni d'urto inclusive di jet



Curva NLO
 insensibile ($\pm 5\%$)
 alle scelte def
 Q^2
 AL.O. dipendenza
 Q^2 (50%)

↓
 eccesso ($\sim 10^{-18}$)
 in errore sistematico
 p. fondo $\sim 70\%$

Fig. 7.7. Jet E_T distribution from the CDF collaboration [9], compared with a next-to-leading order QCD prediction from ref. [11].



Stima sezione d'urto $pp \rightarrow jj + X$ a $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$

Stima sezione d'urto. $pp \rightarrow jj + X$ a $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$
 a $y = 0$, $\theta = \theta^* = 90^\circ$ $p_T^j = 0.5 \text{ TeV}$ ($M_{jj} = \sqrt{s} = 1 \text{ TeV}$)

• Dominio $\frac{d\sigma}{d\cos\theta^*} = \frac{\pi \alpha_s^2}{2\hat{s}} |M|^2$ con $|M|^2 = \frac{g}{2} \left[3 - \frac{\hat{t}}{\hat{s}^2} - \frac{\hat{u}\hat{s}}{\hat{t}^2} - \frac{\hat{t}\hat{s}}{\hat{u}^2} \right]$

• Funzioni di distribuzione

$$x g(x) = \frac{7}{2} (1-x)^6$$

$$x u(x) = 1.8 \sqrt{x} (1-x)^3$$

$$x d(x) = 0.7 \sqrt{x} (1-x)^4$$

$$x s(x) = 0.2 (1-x)^8$$

• Sezione d'urto: $d\sigma = P_A P_B d\hat{\sigma} = f(x_1) f(x_2) dx_1 dx_2 d\hat{\sigma}$

passiamo da $dx_1, dx_2 \rightarrow d\hat{\sigma} dy$ ($dx_1, dx_2 = d\hat{s} dy \frac{1}{\hat{s}}$)
($x = x_1 \cdot x_2$, $y = \text{rapporto delle componenti}$)

$$\hat{t} = -\frac{\hat{s}}{2} (1 - \cos\hat{\theta}), \quad \hat{u} = -\frac{\hat{s}}{2} (1 + \cos\hat{\theta}), \quad \text{se } \hat{\theta} = 90^\circ$$

$$\hat{t} = -\frac{\hat{s}}{2} = \hat{u}, \quad y = 0$$

$$x_1 = \frac{2 p_T}{\sqrt{\hat{s}}} e^y$$

$$x_2 = \frac{2 p_T}{\sqrt{\hat{s}}} e^{-y}$$

$$\Rightarrow |M|^2 = \frac{g}{2} \left\{ 3 - \frac{1}{4} + 2 + 2 \right\} = 243/8$$

e $\frac{d\sigma}{d\hat{\sigma} dy} = f(x_1) f(x_2) \frac{243}{8} \frac{\pi \alpha_s^2}{2\hat{s}}$ me $\hat{\sigma} = \frac{\hat{s}}{s}$

$$\frac{d\sigma}{d\hat{s} dy} = \frac{1}{s\hat{s}} f(x_1) f(x_2) \frac{243}{8} \frac{\pi \alpha_s^2}{2}$$

me $\hat{s} = (2 p_T)^2$ e $s = \frac{\hat{s}}{x_1 x_2} \Rightarrow d\hat{s} = 8 p_T d p_T$, $x_1 = x_2 = \sqrt{\hat{s}}$

$$\frac{d\sigma}{dy d p_T} = \frac{8 p_T}{s^2} x_1 x_2 f(x_1) f(x_2) \frac{243}{8} \frac{\pi \alpha_s^2}{2} = \frac{1}{s} \cdot \frac{2}{p_T} \left[\frac{7}{2} (1 - \sqrt{\hat{s}}) \right]^6 \frac{243}{8} \frac{\pi \alpha_s^2}{2}$$

$$z = \frac{\hat{s}}{s} = \frac{M_{jj}^2}{s} = \frac{1}{(14)^2}, \quad \hat{s} = 10^6 \text{ GeV}^2, \quad P_T = 500 \text{ GeV}$$

$$\alpha_s = 0.1$$

$$\frac{d\sigma}{dy dP_T} = \frac{1}{10^6} \cdot \frac{1}{500} \cdot 5 \cdot 30.4 \cdot \pi \cdot (0.1)^2 = 95 \cdot 10^{-10} \text{ GeV}^{-3}$$

$$\text{me } \frac{1}{\text{GeV}^2} = (0.2 \text{ fm})^2 = 0.04 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$$

$$\frac{d\sigma}{dy dP_T} = 3.8 \cdot 10^{-36} \text{ cm}^2/\text{GeV} \quad (\text{cfr a } \sqrt{s} = 1800 \text{ GeV})$$

$$\frac{d\sigma}{dy dP_T} \Big|_{y=0} \Big|_{P_T=500 \text{ GeV}} \sim 10^{-39} \frac{\text{cm}^2}{\text{GeV}}$$

$$\text{N.B. a } M_{jj} = \sqrt{\hat{s}} = 1 \text{ TeV} \quad z = x^2 = \frac{M_{jj}^2}{s} = 0.0051, \quad x = 0.07$$

$$\text{Le densità partoniche: } g(x) = \frac{1}{x} \cdot \frac{7}{2} (1-x)^6 = 32$$

$$u(x) = \frac{1.8}{\sqrt{x}} (1-x)^3 = 5.4$$

$$d(x) = \frac{0.7}{\sqrt{x}} (1-x)^4 = 2$$

$$s(x) = \frac{0.2}{x} (1-x)^8 = 1.5$$

Diunque è giustificato considerare

prevalente lo scattering $gg \rightarrow gg$.

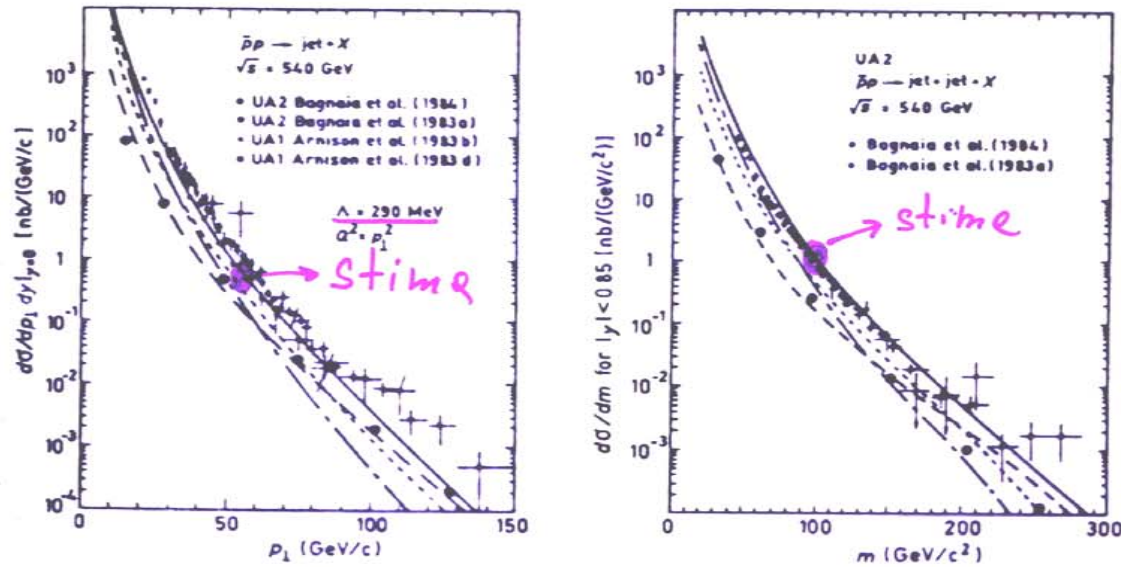


Fig. 4.6. Invariant mass and p_{\perp} distributions of two-jet events from UA2. Hand estimates are shown as • points. Both jets have $|y| < 0.85$. (From Gen. Ref. 1.)

Stima con solo contributi $gg \rightarrow gg$

$$\left. \frac{d\sigma}{dM dy} \right|_{M=100, y=0, \Delta y=0.85} = 1.0 \text{ nb/GeV}$$

$$\left. \frac{d\sigma}{dp_{\perp} dy} \right|_{p_{\perp}=50, y=0, \Delta y=0.85} \approx 0.4 \text{ nb/GeV}$$

Evidenza di scattering alla Rutherford $\propto \frac{1}{\hat{t}^2}$

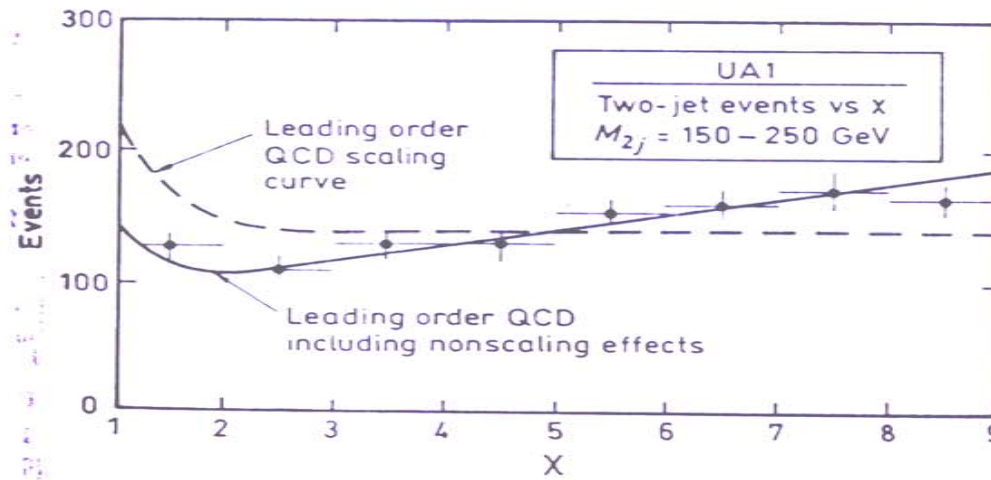
dominio gg: ($\hat{t} = \frac{\hat{s}}{2}(\cos\hat{\theta}-1)$):

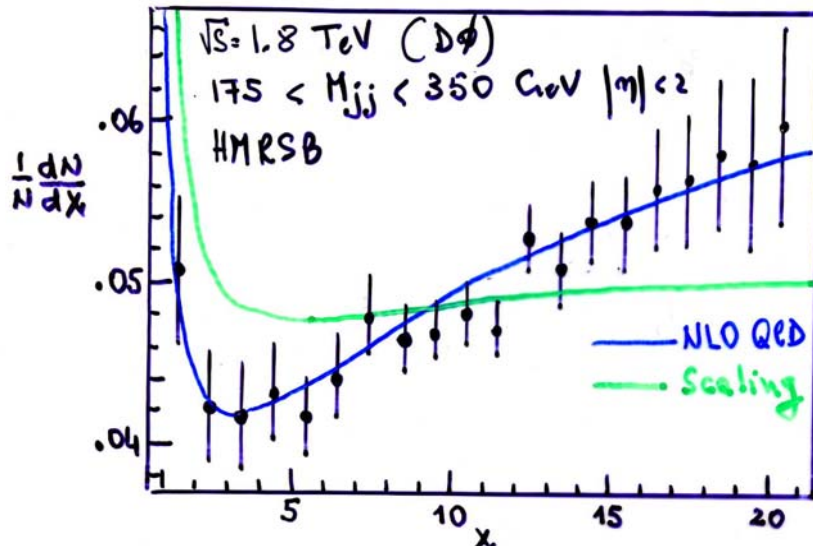
$$d\hat{t} = \frac{\hat{s}}{2} d(\cos\hat{\theta}) \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\cos\hat{\theta}^*} = \frac{\pi\alpha_s^2}{2s} |M|^2 \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{\pi\alpha_s^2}{\hat{s}^2} |M|^2,$$

$$|M|^2_{gg} = \frac{9}{2} \left\{ 3 - \frac{\hat{u}\hat{t}}{\hat{s}^2} - \frac{\hat{u}\hat{s}}{\hat{t}^2} - \frac{\hat{t}\hat{s}}{\hat{u}^2} \right\} \text{ se } \hat{\theta} \rightarrow 0 (\hat{t} \rightarrow 0, \hat{u} \rightarrow -\hat{s}) \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\hat{t}} \approx \frac{\pi\alpha_s^2}{\hat{s}^2} \frac{9}{2} \left[3 + \frac{\hat{s}^2}{\hat{t}^2} \right] \xrightarrow{\hat{t} \rightarrow 0} \frac{9}{2} \frac{\pi\alpha_s^2}{\hat{t}^2}$$

$$\text{def: } \chi = \frac{1 + \cos\hat{\theta}}{1 - \cos\hat{\theta}} = \frac{\hat{u}}{\hat{t}} = \cot^2 \frac{\hat{\theta}}{2} \quad \frac{d\chi}{d\cos\hat{\theta}} \xrightarrow{\hat{\theta} \rightarrow 0} \frac{1}{\hat{t}^2} \text{ ma } d\hat{t} \approx d\cos\hat{\theta} \Rightarrow \frac{d\chi}{d\hat{t}} \approx \frac{1}{\hat{t}^2}$$

$$\frac{d\sigma}{d\chi} \approx \frac{d\sigma}{d\hat{t}} \frac{d\hat{t}}{d\chi} \approx \text{costante (vera per } t \rightarrow 0 \text{ : grandi } \chi)$$





I dati mostrano un andamento ancora piu' piccatto a $\theta=0$ (piccoli t , grandi χ) del semplice andamento alla Rutherford.

La predizione NLO QCD include la dipendenza da Q^2 di α_s e delle funzioni di distribuzione e descrive egregiamente i dati.

N.B. Una interazione con gluone scalare avrebbe prodotto:

$$\frac{d\sigma}{d \cos \hat{\theta}} \approx \text{costante (così come } \frac{d\sigma}{dt} \text{)} \text{ e quindi: } \frac{d\sigma}{d\chi} \xrightarrow{\hat{t} \rightarrow 0} \frac{1}{\chi^2}$$

Che va a 0 se $\chi \rightarrow \infty$

Funzioni di struttura e di frammentazione

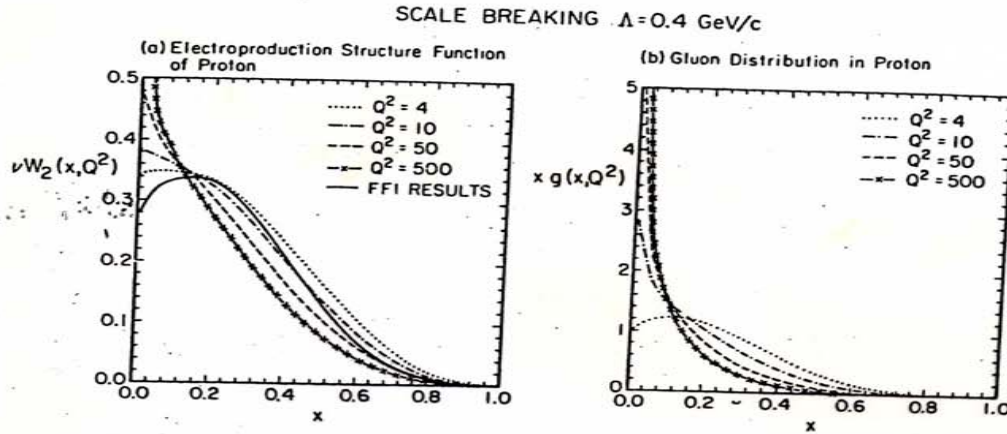


Fig.7.4. Typical parameterization of quark and gluon structure functions of the proton for various Q^2 /282/

Il numero "osservato" di partoni e' "dinamico". Se Q^2 aumenta sono messi in luce sempre più strutture: **Rottura dello scaling** :

$$F(x) \rightarrow F(x, Q^2) \text{ (equazione di Altarelli/Patti)}$$

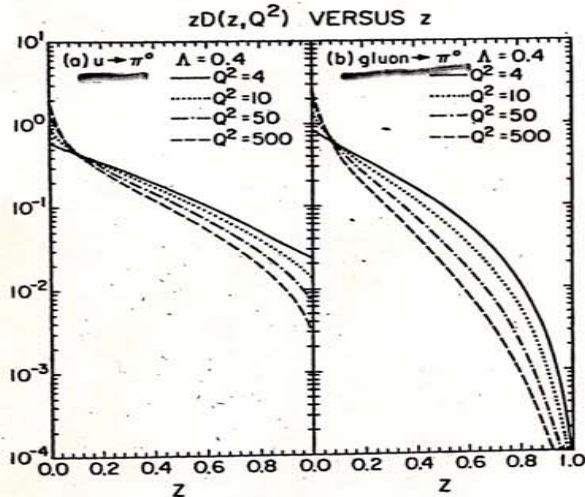


Fig.7.5. As Fig.7.4, but for fragmentation functions

$D(z)$ descrive la frammentazione del partone in un adrone con frazione z del partone genitore

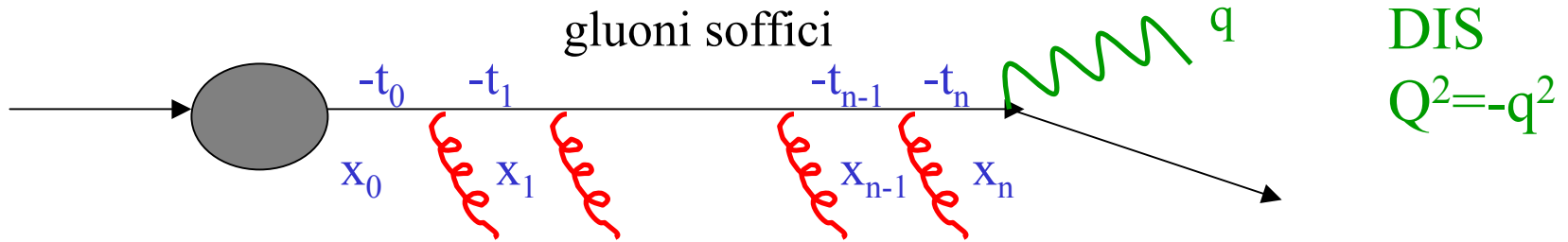


Rottura dello scaling
 $D(z) \rightarrow D(z, Q^2)$

Evoluzione della distribuzione dei partoni

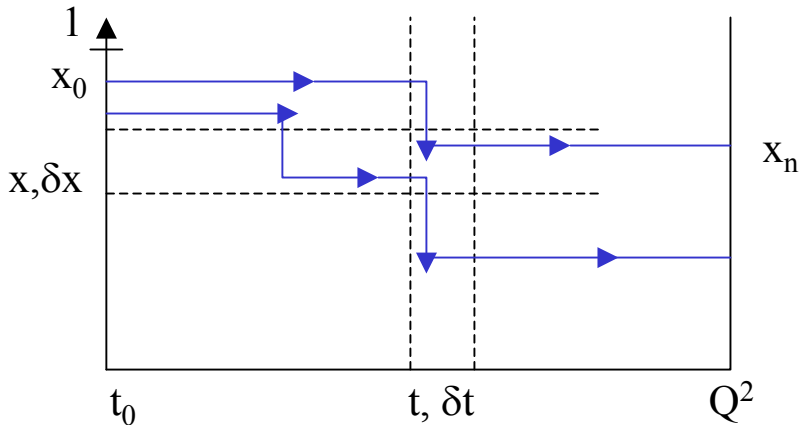
Adrone A

quark spacelike si evolve emettendo
gluoni soffici



Il quark diventa sempre più virtuale (la massa quadra: $-t$ è negativa) emettendo gluoni e riducendo la sua frazione di impulso:

⇒ La distribuzione in x : $f(x)$ dipende dalla “scala” t : $f(x) \rightarrow f(x,t) \rightarrow f(x,Q^2)$



Come cambia $f(x,t)$ quando:

$t \rightarrow t + \delta t$ e $x \rightarrow x + \delta x$:

Consideriamo il numero di traiettorie che “entrano” in $(\delta t, \delta x)$ meno quelle che ne “escono”.

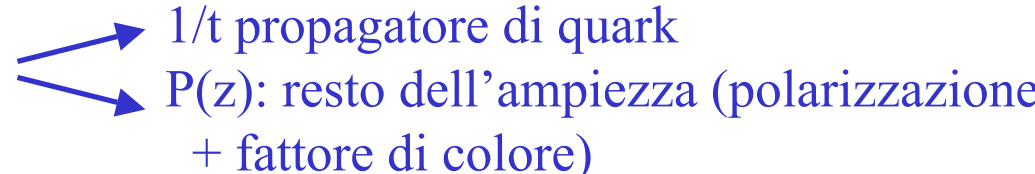
Traiettorie che entrano: integrale del prodotto della densità partonica a ogni $x' > x$ per la probabilità di emettere gluoni (perdendo una frazione z dell'impulso):

BRANCHING PROBABILITY

$$\delta f_{in}(x,t) = \frac{\delta t}{t} \int_x^1 dx' dz \frac{\alpha_s P(z)}{2\pi} f(x',t) \delta(x - zx')$$

Con $x' = x/z$ frazione dell'impulso precedente l'emissione ($x' > x$)
 z = frazione di impulso perso;

$$\frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{P(z)}{t} \equiv \textit{branching probability}$$



$$\delta f_{in}(x,t) = \frac{\delta t}{t} \int_0^1 \frac{dz}{z} \frac{\alpha_s P(z)}{2\pi} f(x/z,t)$$

N.B. L'integrando è nullo se $z < x$ ($x' > 1$)

Per le traiettorie che escono l'integrale deve essere fatto su tutti gli x' minori di x : $x' = zx$

$$\delta f_{out}(x,t) = \frac{\delta t}{t} f(x,t) \int_x^1 dx' dz \frac{\alpha_s P(z)}{2\pi} \delta(x' - zx) = \frac{\delta t}{t} f(x,t) \int_0^1 dz \frac{\alpha_s P(z)}{2\pi}$$

La variazione di popolazione: $\delta f(x, t) = \delta f_{in} - \delta f_{out} = \frac{\delta t}{t} \int_0^1 dz \frac{\alpha_s P(z)}{2\pi} \left[\frac{1}{z} f(x/z, t) - f(x, t) \right]$

Per ogni “ragionevole” distribuzione continua posso trascurare nell’integrando il termine $f(x, t)$ che non dipende da z : (sto escludendo il valore a $z=1$ della $P(z)$ e $f(x/z, t)$):
funzione di splitting regolarizzata

$$t \frac{d}{dt} f(x, t) = \int_0^1 \frac{dz}{z} \frac{\alpha_s P(z)}{2\pi} f(x/z, t)$$

Equazione di **evoluzione di Altarelli-Parisi**: equazione integro-differenziale che data una funzione di distribuzione dei partoni a un certo valore $f(x, t_1)$ mi permette di calcolarla a un valore diverso: $f(x, t_2)$.

Per $\frac{q}{E_1} \frac{q}{E_2}$

$$z = E_2/E_1$$

$$P(z) = C_F \frac{1+z^2}{1-z} \text{ con } 0 \leq z \leq 1.$$

Fattore di colore=4/3

Fattori di colore

-Generatori di SU(3): T_a (8 matrici di Gell-Mann)

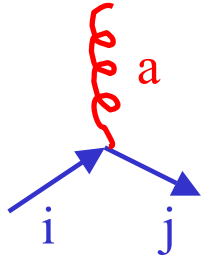
-regole di commutazione: $[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c$ (algebra di Lie)

f^{abc} = costanti di struttura del gruppo (antisimmetrico per lo scambio di indici)

$$f_{123}=1; f_{147}=1/2; f_{156}=-1/2; f_{246}=1/2; f_{257}=1/2; f_{345}=1/2; f_{367}=-1/2; f_{458}=\sqrt{3}/2; f_{678}=\sqrt{3}/2$$

Nella lagrangiana di QCD (regole di Feynman):

1) Peso di colore per il vertice QQG (quark i che diventa j emettendo il gluone a):



$g \gamma_\mu T_{ji}^a$ sommato sui colori finali j passando per tutti i possibili gluoni a :

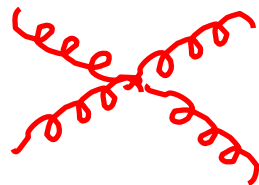
$$P_{QQG} = \sum_{a,j} |T_{ji}^a|^2 = \sum_{a,j} T_{ij}^a T_{ji}^a = \frac{4}{3}$$

2) Peso di colore per il vertice GGG $-igf^{abc} \rightarrow$ somma sui colori finali b,c :



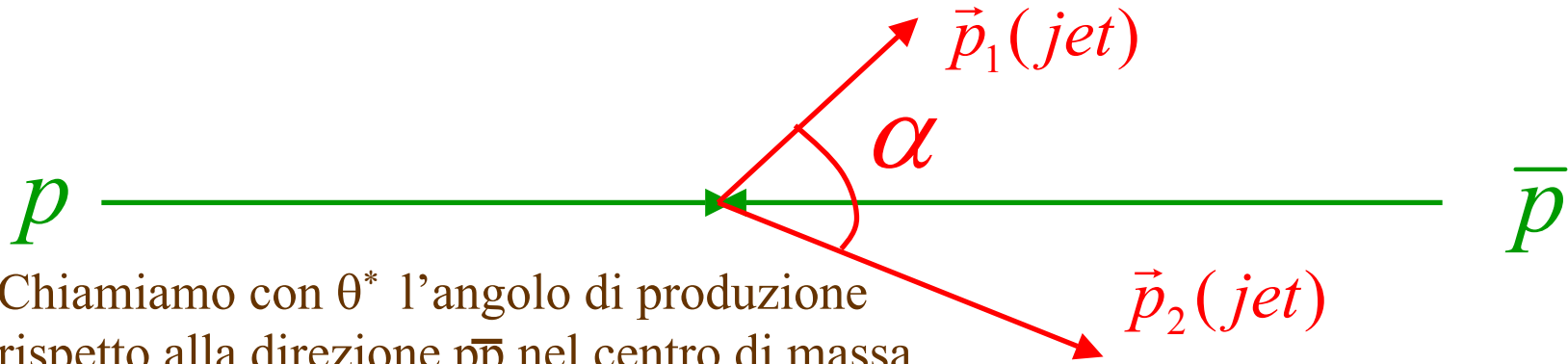
$$P_{GGG} = \sum_{b,c} |f^{abc}|^2 = \sum_{b,c} f^{abc} f^{abc} = 3$$

3) Vertice a 4 gluoni:



$\propto g^2$ e quindi e' soppresso

Cinematica dell'interazione partone-partone



Chiamiamo con θ^* l'angolo di produzione rispetto alla direzione \bar{p} nel centro di massa partone-partone

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2, \quad M_{jj}^2 = 4p_1 p_2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} = x_1 x_2 s; \quad \text{se } p_T^{1+2} = 0, \quad p_T^1 = p_T^2 \equiv p_T = p^* \sin \theta^*$$

$$\Rightarrow \theta^* = \sin^{-1}(2p_T / M_{jj}) \quad (M_{jj} = \sqrt{\hat{s}} = x_1 x_2 s = 2p^*)$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{p_L^2 + M_{jj}^2} + p_L}{\sqrt{s}}, \quad x_2 = \frac{\sqrt{p_L^2 + M_{jj}^2} - p_L}{\sqrt{s}} \quad (p_L = (x_1 - x_2) \frac{\sqrt{s}}{2})$$

\Rightarrow misurando p_T, p_L, M_{jj} , si estraggono x_1, x_2, θ^*

Criteri per selezionare eventi con 2 jet bilanciati:

$$p_T^{1,2} > 20 \text{ GeV}, \quad p_T \ll p_T^1, p_T^2$$

$$\frac{d\sigma}{dx_1 dx_2 d(\cos\theta^*)} = \sum_{a,b} \frac{F_a(x_1)}{x_1} \frac{F_b(x_2)}{x_2} \sum_f \frac{d\sigma(ab \rightarrow f)}{d(\cos\theta^*)}$$

$\sigma(ab \rightarrow f)$ è la sezione d'urto elementare tra partoni a e b con stato finale f.
il processo gg \rightarrow gg è quello dominante

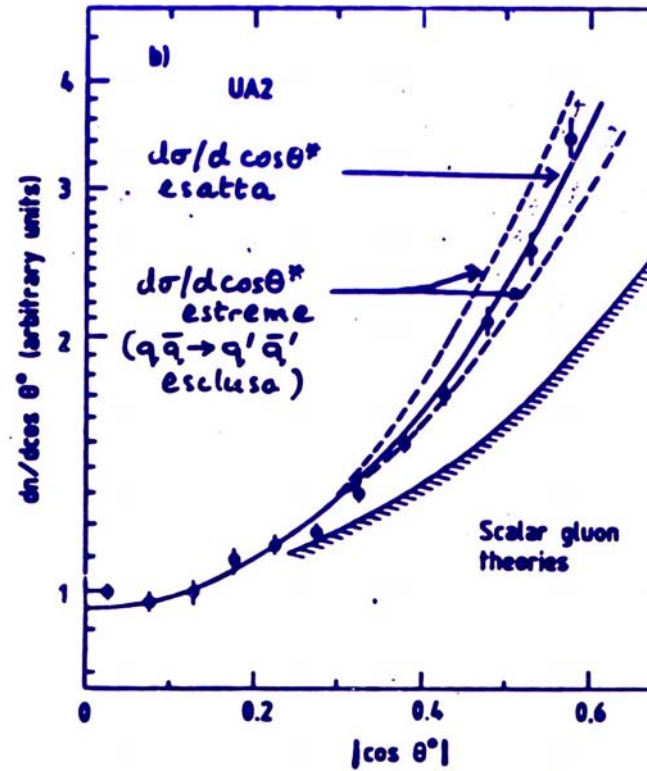
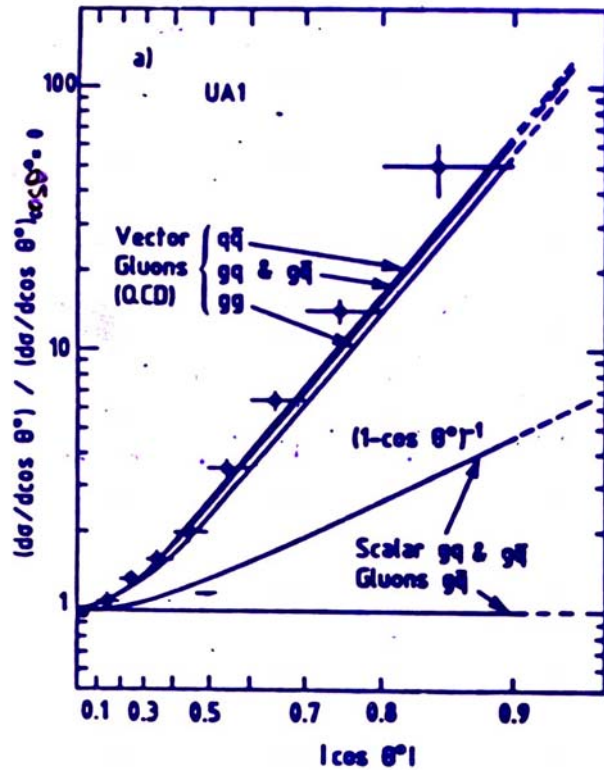
$$\left. \frac{d\sigma}{d\cos\theta^*} \right|_{gg} = \frac{\pi\alpha_s^2}{2\hat{s}} \frac{9}{2} \left(3 - \frac{\hat{u}\hat{t}}{\hat{s}^2} - \frac{\hat{u}\hat{s}}{\hat{t}^2} - \frac{\hat{s}\hat{t}}{\hat{u}^2} \right), \hat{u} = -\hat{s}(1 + \cos\theta^*), \hat{t} = -\hat{s}(1 - \cos\theta^*) \Rightarrow$$

$$\left. \frac{d\sigma}{d\cos\theta^*} \right|_{gg} = \frac{9}{8} \frac{\pi\alpha_s^2}{2x_1 x_2 s} \frac{(3 + \cos\theta^*)^3}{(1 - \cos\theta^*)^2} \rightarrow \text{Rutherford}$$

$$\frac{d\sigma}{dx_1 dx_2 d(\cos\theta^*)} = \left[\frac{1}{x_1} \sum_a F_a(x_1) \right] \left[\frac{1}{x_2} \sum_b F_b(x_2) \right] \left. \frac{d\sigma}{d(\cos\theta^*)} \right|_{gg}$$

Funzione di struttura "globale": $\sum_a F_a(x) = G(x) + \left(\frac{4}{9} \right) [Q(x) + \bar{Q}(x)]$

Peso relativo del colore per il vertice ggg (3) e qqg (4/3)



- Conferma QCD
- Termine di Rutherford:
- Esclusi i gluoni scalari.

$$(1 - \cos \theta^*)^{-2} = \sin^{-4} \frac{\theta^*}{2}$$

Misura delle funzioni di struttura

Definiamo θ_{\min}^* se $\theta > \theta_{\min}^*$ i 2 jet sono compresi nell'accettanza del calorimetro:

$$\int_0^{\cos\theta_{\min}^*} \frac{d\sigma}{dx_1 dx_2 d\cos\theta^*} \approx \left[\frac{1}{x_1} F(x_1) \right] \left[\frac{1}{x_2} F(x_2) \right] \int_0^{\cos\theta_{\min}^*} \frac{d\sigma(gg)}{d\cos\theta^*} d\cos\theta^*$$

Misurato

$$\frac{F(x_1)F(x_2)}{x_1 x_2} \approx \frac{d\sigma}{dx_1 dx_2} \bigg/ \int_0^{\cos\theta_{\min}^*} \frac{d\sigma(gg)}{d\cos\theta^*} d\cos\theta^*$$

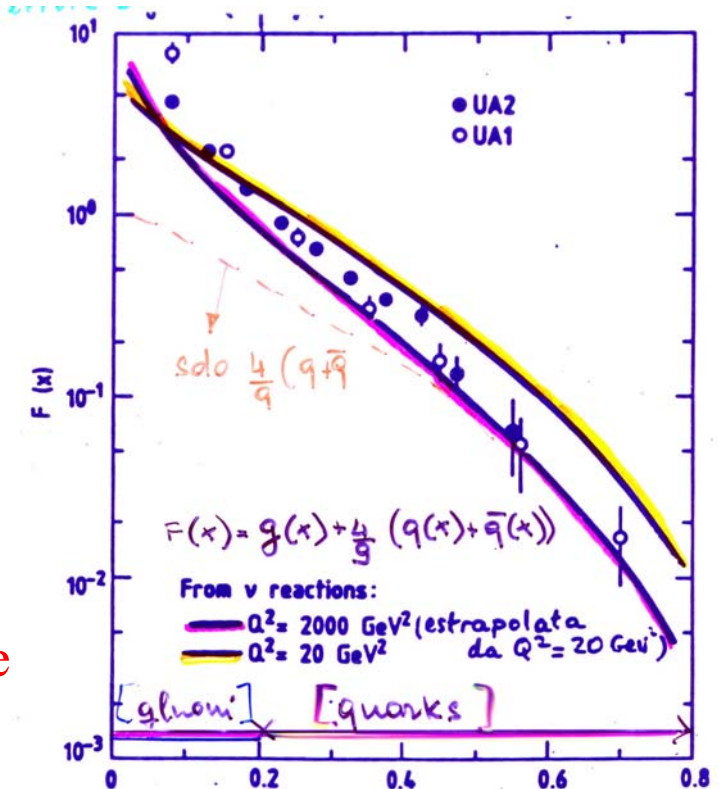
Incertezze sperimentali **Incertezze teoriche**
fattore K
calcolo ordini sup.

Ipotesi:
 fattore K=1

$$\alpha_s = \frac{12\pi}{(33-2f) \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}}, \Lambda = 0.2 \text{ GeV}$$

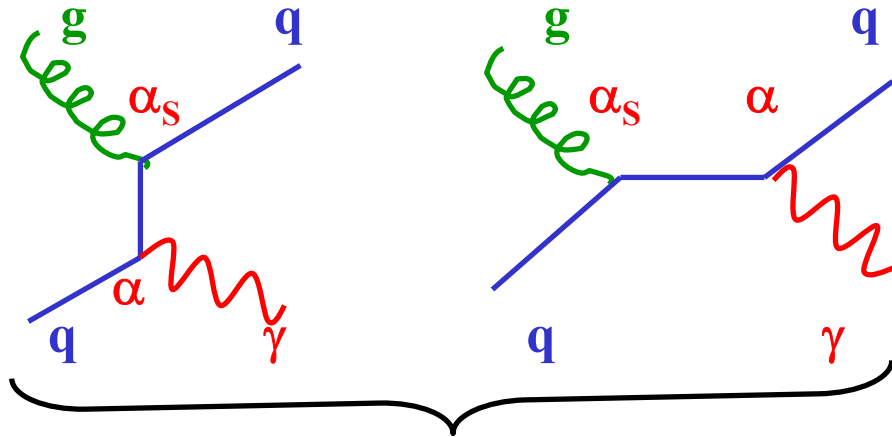
f=5

Errore sistematico di normalizzazione
~ 50%



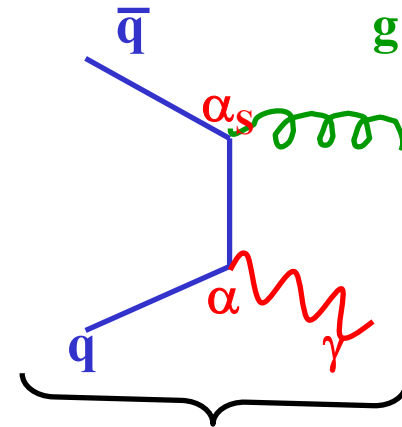
Fotoni invece di jet

Produzione di fotone jet: all'ordine piu' basso solo 2 ampiezze(invece che le 8 di jet jet)



“Compton”: $gq \rightarrow q\gamma$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi\alpha\alpha_s}{3} \frac{s^2 + u^2}{s^3 u}$$

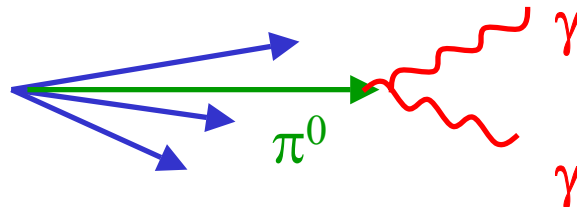


Annichilazione: $\bar{q}q \rightarrow q\gamma$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{8\pi\alpha\alpha_s}{3} \frac{t^2 + u^2}{s^2 tu}$$

Vantaggio: uno dei “jet” è ben misurato: il fotone
sensibile alla funzione di struttura dei gluoni

Svantaggio: grande fondo dai π^0 nei jet:

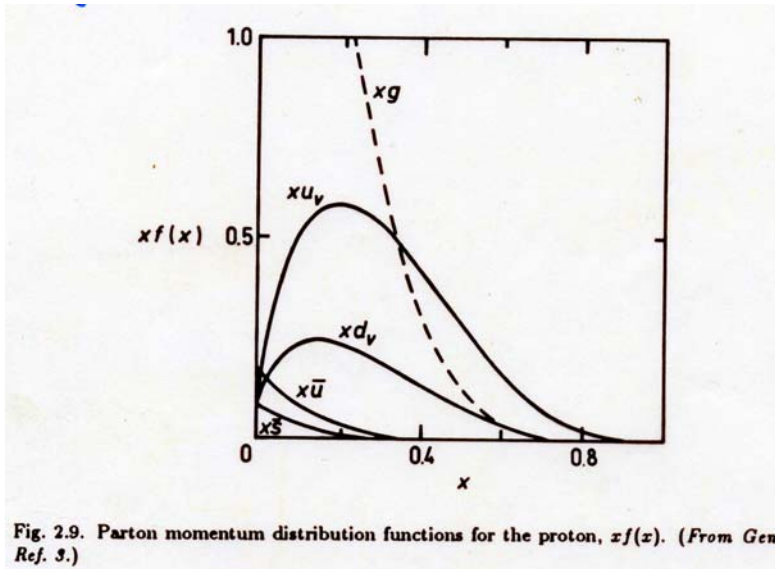


Ma: al crescere di p_T il numero di π^0 diminuisce (il π^0 è soggetto alla funzione di frammentazione);

i fotoni da π^0 **non sono isolati**;

a basso p_T (dipendentemente dalla risoluzione del rivelatore) si può imporre la condizione $m(\gamma\gamma)=m(\pi^0)$.

Valutiamo il rapporto $\sigma_{\gamma j}/\sigma_{jj}$



$$xu_v \approx 1.8 \cdot \sqrt{x}(1-x)^3$$

$$xd_v \approx 0.7 \cdot \sqrt{x}(1-x)^4$$

$$x\bar{u}_s \approx x\bar{d}_s = 2x\bar{s} \approx 0.2 \cdot (1-x)^8$$

$$xg(x) \approx \frac{7}{2}(1-x)^6$$

$\sigma_{jj} \sim \alpha_s^2 [xg(x)xg(x)]; \sigma_{\gamma j} \sim \alpha_s Q_u^2 \alpha [xu(x)xg(x)]$, do min io Compton e quark u

$$\frac{\sigma_{\gamma j}}{\sigma_{jj}} \approx \left[\frac{\alpha Q^2}{\alpha_s} \right] \left[\frac{xu(x)}{xg(x)} \right], \text{ se } x < .1, \text{ dominio u di mare:}$$

$$\frac{\sigma_{\gamma j}}{\sigma_{jj}} \approx \left[\frac{\alpha Q^2}{\alpha_s} \right] \left[\frac{0.2(1-x)^8}{3.5(1-x)^6} \right] = \frac{\alpha Q^2}{\alpha_s} [0.057(1-x)^2]$$

Se il jet (e il fotone) sono a 90°:

$$\hat{s} = (2p_T)^2, x^2 = \tau = \frac{\hat{s}}{s} \Rightarrow x = \frac{2p_T}{\sqrt{s}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{\gamma j}}{\sigma_{jj}} (\alpha_s = 0.1) = 9.2 \cdot 10^{-4} \left(1 - \frac{2p_T}{\sqrt{s}}\right)^2 \xrightarrow{p_T=50 \text{ GeV}, \sqrt{s}=630 \text{ GeV}} 6.5 \cdot 10^{-4}$$

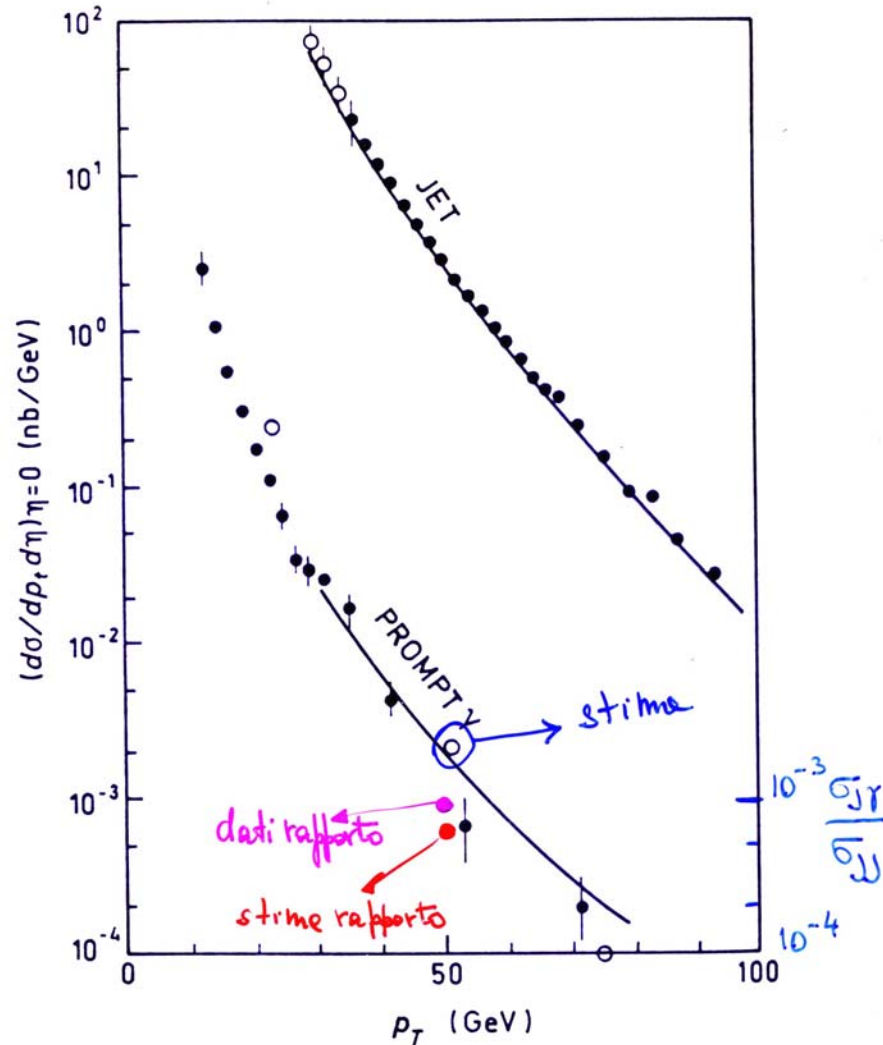
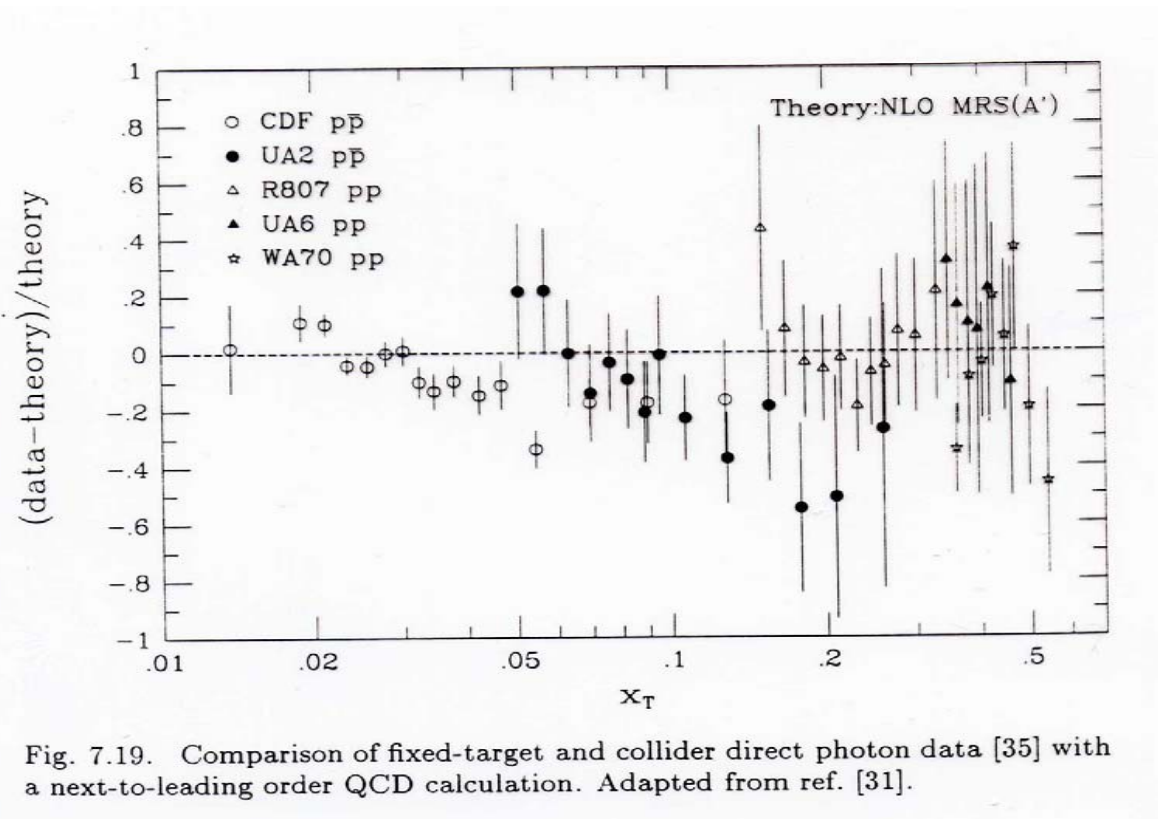


Fig. 4.9. Data from UA2 comparing p_{\perp} distributions of jets and single prompt photons. Hand estimates are shown as \circ points. (From Gen. Ref. 6.)

Correzioni $\alpha_s^2\alpha$ alla sezione d'urto di produzione fotoni diretti (NLO):

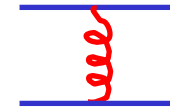


$$x_T = \frac{2p_T}{\sqrt{s}}$$

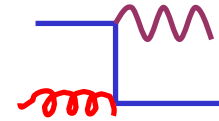
Differenze distribuzioni angolari per jj e γj

jj : scambio di un bosone a spin=1

γj : scambio di un fermione a s=1/2

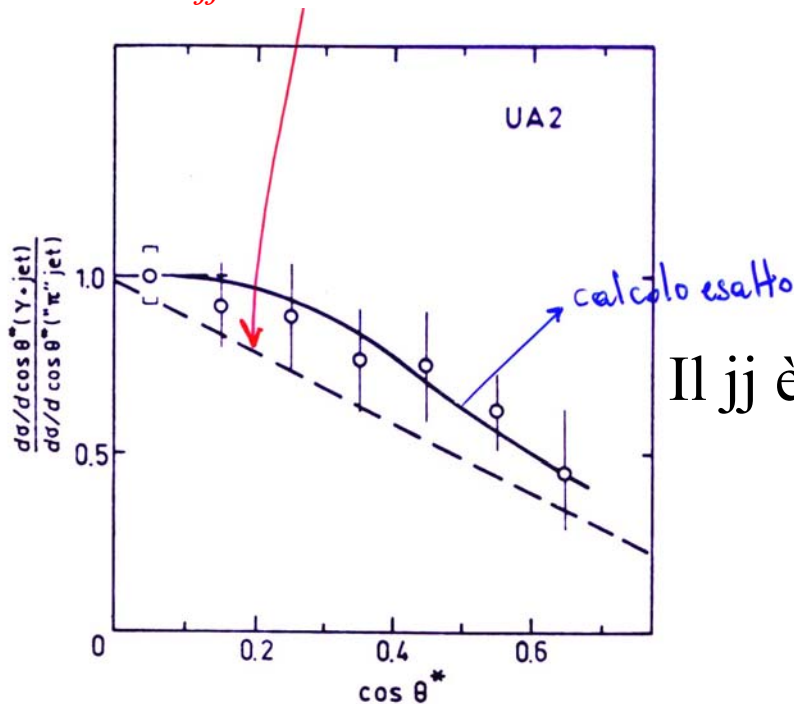


$$A \propto \frac{1}{q^2} \Rightarrow A^2 \propto \frac{1}{q^4} = \frac{1}{t^2}$$



$$A \propto \frac{1}{q+m} \Rightarrow A^2 \propto \frac{1}{q^2} = \frac{1}{t}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma_{\gamma j}}{d\sigma_{jj}} \propto (1 - \cos \theta)$$

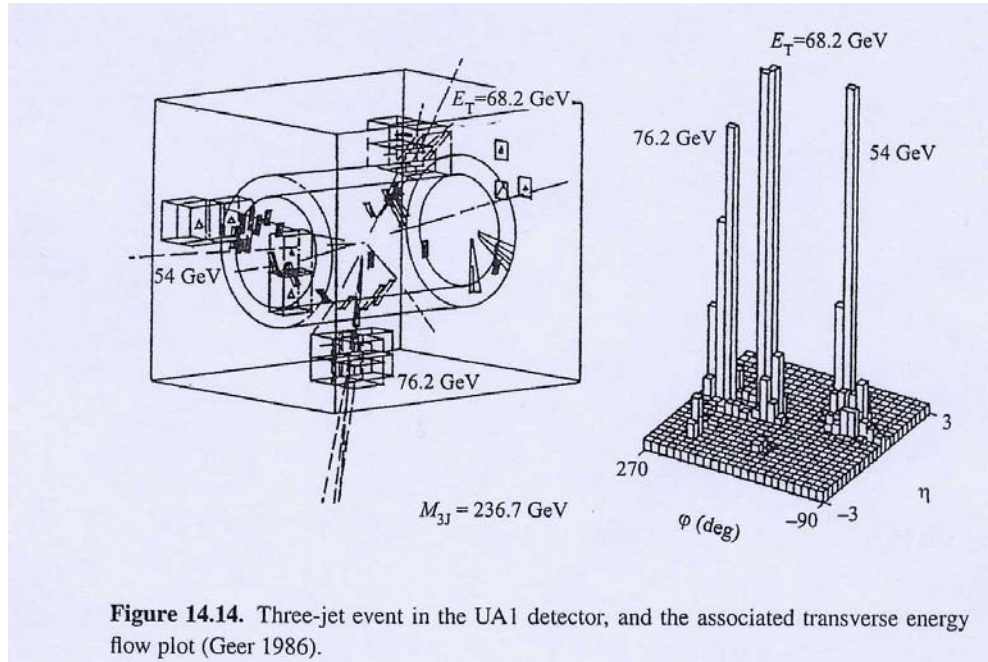


Il jj è emesso con più probabilità del γj a piccolo angolo ($\theta \sim 0$)

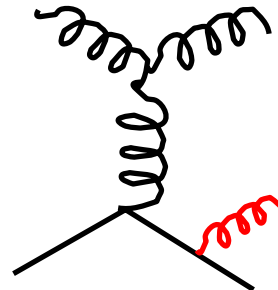
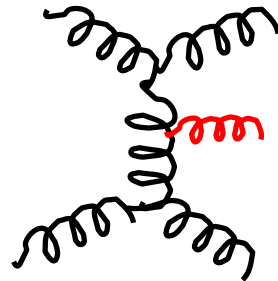
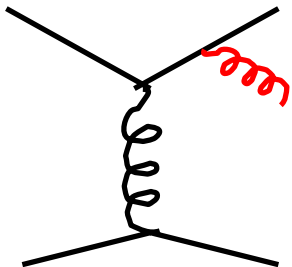
Fig. 4.10. Data from UA2 comparing the angular distributions of photons and jets, and estimates are shown as the (---) curve. (From Gen. Ref. 6.)

Eventi a tre jet

La maggior parte degli eventi a grande ΣE_T in interazioni adroniche contengono 2 jet. Tuttavia in una frazione pari a $\sim 10-30\%$ l'energia trasversa totale e' ripartita su 3 jet.



In QCD questi eventi sono spiegati come un processo: **2 partoni \rightarrow 2 partoni + 1 gluone**



Diagrammi di
bremmstrahlung singola

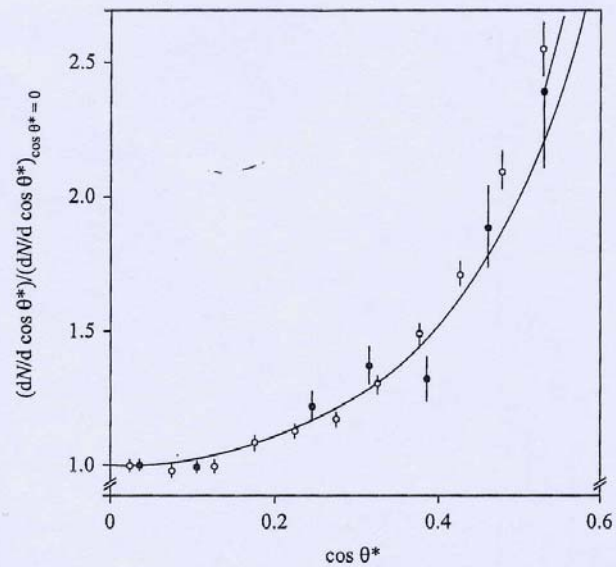


Figure 14.16. The distribution of $\cos \theta^*$ (\bullet), the angle of the leading jet with respect to the beam line (normalized to unity at $\cos \theta^* = 0$), for three-jet events in $\bar{p}p$ collisions (Appel *et al* 1986). The distribution for two-jet events is also shown (\circ). The full curve is a parton model calculation using the tree-graph amplitudes for $gg \rightarrow ggg$, and cut-offs in transverse momentum and angular separation to eliminate divergences (see remarks following equation (14.68)).

L'andamento angolare rispetto alla direzione dei fasci del jet piu' energetico in eventi a 3 jet mostra ancora un termine di Rutherford i.e. $1/\sin^4\theta/2$ come ci aspettiamo dallo scambio di mediatori vettoriali a massa nulla.

Tuttavia nelle interazioni adroniche lo studio dei multijet e' complicato dalla presenza di adroni che vengono da partoni che non partecipano alla interazioni di QCD (spettatori)
 Lo studio della produzione multijet e' piu' agevole nelle interazioni e^+e^-

Bibliografia

- **D.Griffiths**, "Introduction to elementary particles" Harper & Row, Publisher, New York, 1987;
- **I.J.Aitchison, A.J.G.Hey**, "Gauge theories in particle physics" II vol., Institute of physics 2003.
- **L.B.Okun**, "Leptons and quarks" North Holland pub.
- **D.Green**, "Lectures in particle physics" World Scientific.
- **R.K.Ellis et al.**, "QCD and Collider Physics", Cambridge University Press.