

TEMA n.1

DISSERTAZIONI

- 1) Si discuta una misura di precisione in fisica, e come questa abbia influenzato lo sviluppo successivo di un'area della fisica moderna.
- 2) Il gas di elettroni omogeneo e non omogeneo: aspetti rilevanti per la descrizione della distribuzione elettronica nella materia, oppure in astrofisica.
- 3) Descrivere le tecniche sperimentali di "heavy-flavor tagging" commentandone l'importanza che hanno avuto per la verifica del Modello Standard e che potranno avere per possibili nuove scoperte ai futuri acceleratori.
- 4) Proprieta' delle particelle descritte da un campo di Dirac.
- 5) Si discuta un problema della fisica moderna in cui l'interazione tra fisica delle particelle elementari e astrofisica sia stata particolarmente fruttuosa.

PROBLEMI

1-Si ipotizzi l'esistenza di un bosone di Higgs con una massa di $130 \text{ GeV}/c^2$ che venga prodotto in una interazione protone-protone ad altissime energie e se ne consideri il canale di decadimento in $\gamma\gamma$.

a) Supponendo che l'errore sulla misura dell'angolo di apertura tra i due fotoni dia un contributo trascurabile all'errore sulla misura della massa dello Higgs, valutare la risoluzione in energia $\Delta E/E$ che deve avere il calorimetro elettromagnetico (assumendo una risoluzione costante nell'intervallo di energie che interessano) perche' si abbia un errore sulla misura della massa dello Higgs di $1 \text{ GeV}/c^2$.

b) Si assuma che sia $\sigma_{BR}(H \rightarrow \gamma\gamma) = 100 \text{ fb}$ (femtobarn) dove σ e' la sezione d'urto di produzione e $BR(H \rightarrow \gamma\gamma)$ e' il branching ratio dello Higgs in $\gamma\gamma$ e che l'efficienza di rivelazione del calorimetro sia 1. Si ipotizzi inoltre la presenza di un fondo costante al variare della massa invariante $m_{\gamma\gamma}$ dei due fotoni con una sezione d'urto di produzione $d\sigma/dm_{\gamma\gamma} = 50 \text{ fb}/\text{GeV}/c^2$.

Calcolare il valore della luminosita' integrata necessaria per avere una significativita' del segnale sul fondo $N_S/\sqrt{N_B} = 10$ (N_S =numero di eventi di segnale e N_B = numero di eventi di fondo in un intervallo di massa $m_{\gamma\gamma}$ scelto dal candidato nel modo ritenuto migliore).

c) Calcolare quale tempo di presa dati e' necessario per integrare un tale valore di luminosita' se il collisionatore e' fatto funzionare ad un valore costante della luminosita' istantanea di $10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$.

M. Coni

G. Guano

P. Nutti

F. S. L.

2-Si consideri un elettrone posto a distanza $z > 0$ dalla superficie di un metallo perfetto.

a) Determinare la forza che agisce sull'elettrone.

b) Trascurando il moto dell'elettrone parallelamente alla superficie si consideri l'Hamiltoniana unidimensionale corrispondente, con $V(z) = +\infty$ per $z \leq 0$. Per ottenere una stima variazionale della funzione d'onda e dell'energia dello stato fondamentale, in analogia con l'atomo di idrogeno si possono provare le seguenti funzioni:

i- $\psi_1(z) = A_1 e^{-\alpha z}$

ii- $\psi_2(z) = A_2 z e^{-\alpha z}$

iii- $\psi_3(z) = A_3 (z^2 - z) e^{-\alpha z}$

dove A_1, A_2, A_3 sono fattori di normalizzazione ed α è il parametro variazionale.

Si scelga la forma più appropriata (giustificandola) per la funzione di prova tra le funzioni i), ii) iii) determinando il valore di α che minimizza l'energia e il valore dell'energia dello stato fondamentale.

(Integrali utili $\int_0^{\infty} z^n e^{-z} dz = n!$)

3. Si consideri un gas di N fermioni identici di massa m e spin $1/2$ non interagenti soggetti ad un potenziale esterno armonico

$$V(x,y,z) = 1/2 \omega^2 m (x^2 + y^2 + z^2)$$

a) Si dica quale è per un singolo fermione la degenerazione del livello n -esimo.

b) si calcoli in funzione di m, ω, N il livello di Fermi ($T=0$) nel caso di grande N .

c) Si ricavi il valore medio della energia \bar{E} a temperatura T (usando per es. la funzione di partizione gran canonica).

d) Quanto vale la capacità termica del sistema per grandi temperature? Come si comporta la capacità termica del sistema a basse temperature?

4- Un oggetto di massa m viene immesso nella nostra Galassia, che schematizzeremo come una sfera di raggio R contenente $N \gg 1$ stelle, ciascuna di massa $M \gg m$. Supponiamo inoltre che ciascuna stella abbia moto termico con dispersione di velocità unidimensionale σ .

a) determinare la velocità che verrà raggiunta asintoticamente dall'oggetto di massa m .

b) per raggiungere questa velocità l'oggetto subisce urti che lo accelerano. Chiamiamo v_0 la sua velocità istantanea. Si calcoli, in approssimazione impulsiva, l'energia guadagnata dall'oggetto in un urto con parametro d'impatto b (in approssimazione impulsiva, la traiettoria di m è una retta percorsa a velocità v_0 costante: si dica la condizione di validità dell'approssimazione).

c) Il numero di urti per unità di tempo e con parametro d'impatto compreso tra b e $b+db$ è $2\pi b db v_0 n$, ove n è la densità locale di stelle. Integrare su tutti gli urti compresi nel range $b_{\min} < b < b_{\max}$. Quale è una scelta ragionevole di b_{\max} e b_{\min} ? Dedurre l'equazione per l'evoluzione temporale dell'energia cinetica dell'oggetto.

PAG. 2

Mario Carrà

G. Grossi

P. M. L. S.

F. V. S. L.

TEMA n.2

DISSERTAZIONI

- 1) Si discuta una misura di precisione in fisica, e come questa abbia influenzato lo sviluppo successivo di un'area della fisica moderna.
- 2) Densità degli stati e livelli di energia di un gas di elettroni liberi in un campo magnetico uniforme.
- 3) Dissertare sull'importanza che le scoperte sperimentali della J/ψ , della Y , e del "top" hanno avuto per la comprensione e la verifica del Modello Standard. Descrivete le caratteristiche essenziali di un esperimento per verificare almeno una di queste scoperte.
- 4) Operatori di creazione e distruzione in teoria relativistica dei campi e/o nella teoria dei molti-corpi.
- 5) Si discuta un problema della fisica moderna in cui l'interazione tra fisica delle particelle elementari e astrofisica sia stata particolarmente fruttuosa.

PROBLEMI

- 1- A LHC nei processi del tipo $pp \rightarrow Z^0 + X \rightarrow \mu^+ \mu^- + X$ risulta importante poter misurare con buona precisione l'impulso dei due μ per separare il segnale dal fondo imponendo che la massa invariante $m_{\mu\mu}$ sia compatibile con la massa dello Z^0 ($M_Z \sim 91 \text{ GeV}/c^2$).
 - a) Valutare l'errore $\sigma_{m_{\mu\mu}}$ con cui è possibile ricostruire la massa invariante dei due μ trascurando l'errore di misura sull'angolo di apertura tra i due μ e assumendo di misurare l'impulso dei due μ con una precisione σ_p/p del 2%.
 - b) Si consideri una sezione d'urto di produzione di coppie di μ da Z^0 nel processo che si sta considerando (per esempio $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow \mu^+ \mu^- \tau^+ \tau^-$) di 50 fb (femtobarn) nell'intervallo di massa $m_{\mu\mu} = M_Z \pm 3\sigma_{m_{\mu\mu}}$ e si assuma la presenza di un fondo di coppie $\mu^+ \mu^-$ non risonanti con sezione d'urto $d\sigma/dm_{\mu\mu} = 10 \text{ fb}/\text{GeV}/c^2$ costante nell'intervallo di massa in considerazione. Assumendo una efficienza 1 del rivelatore si valuti il valore della luminosità integrata necessaria per avere una significatività del segnale sul fondo $N_S/\sqrt{N_B} = 10$ (N_S =numero di eventi di segnale e N_B = numero di eventi di fondo).
 - c) Calcolare quale tempo di presa dati è necessario per integrare un tale valore di luminosità se il collisionatore è fatto funzionare ad un valore costante di luminosità istantanea di $10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$.
 - d) Si consideri un rivelatore cilindrico di tracce cariche in un campo magnetico solenoidale B parallelo all'asse del fascio capace di misurare N punti equidistanti ciascuno con errore σ lungo la traiettoria dei μ nel piano perpendicolare al campo magnetico. Può essere mostrato che per $N > 10$ la curvatura k della particella in questo piano ($k=1/\rho$ dove ρ è il raggio di curvatura nel piano) può essere misurata (ignorando effetti di scattering multiplo) con un errore ben approssimato da $\sigma_k = (\sigma/L^2) \sqrt{720/(N+5)}$ dove L è la lunghezza misurata della traccia nel piano di curvatura.

M. C. M.

P. M. M.

G. Guano

J. J. J.

Si consideri un rivelatore di tracce cilindrico di 1 m di raggio in un campo solenoideale di 2 Tesla capace di misurare nel piano di curvatura $N=15$ punti equidistanti con un errore $\sigma=50 \mu\text{m}$. Valutare con quale precisione σ_p/p e' possibile misurare l'impulso dei due μ supponendo che lo Z^0 da cui i μ provengono possa essere considerato fermo nel sistema pp e che i due μ siano emessi entrambi a pseudo-rapidita' $\eta = 0$ (cioe' a 90° nel sistema pp).

2- Si consideri una molecola formata da una catena rettilinea finita di atomi di carbonio contenente legami singoli e doppi. Ogni carbonio mette a disposizione della catena un elettrone. Schematizziamo il moto degli elettroni come libero nella scatola unidimensionale di lunghezza L pari alla dimensione lineare della molecola.

a) Calcolare la lunghezza d'onda del fotone corrispondente all'energia di prima eccitazione della molecola sapendo che sperimentalmente, la lunghezza della catena e' data con buona approssimazione da $L=1.4(k+2) \text{ \AA}$, dove k e' il numero dei legami doppi e 1.4 \AA e' la distanza media tra atomi di carbonio.

Si confrontino i risultati ottenuti con i seguenti dati sperimentali:

Molecola	N. Atomi C	k	$\lambda_{\text{sper}}(\text{Å})$
Etilene	2	1	1625
Butadiene	4	2	2100
Hexatriene	6	3	2470
Octatetraene	8	4	2860
Vitamina A	10	5	3060

b) Stimare l'intensita' del momento di dipolo di transizione tra i livelli interessati.

- 3- a) Si dica quale e' il valore del fattore giromagnetico g (definito da $\vec{\mu} = g e \hbar \vec{s} / (2mc)$) che l'equazione di Dirac predice per l'elettrone.
- b) Si paragoni a livello quantistico, la precessione del vettore velocita' di un elettrone non relativistico in un campo magnetico costante B , con la precessione dello spin.
- c) Si derivi (semplicemente) il valore di g dalla equazione di Dirac mettendo in luce in quale senso l'equazione di Dirac fornisce tale valore.

4- Si consideri un sistema chiuso e autogravitante.

- a) Al sistema viene fornito calore dall'esterno. Si riscalda o si raffredda? Ricordate che all'equilibrio, un sistema autogravitante obbedisce al teorema del viriale $2T+W = 0$
- b) Ora invece, immaginiamo di fare espandere il sistema in maniera tale da ridurre la densita', ovunque, di un fattore 2, senza tuttavia cambiare la temperatura. Il sistema e' ancora legato?

PAG. 2

TEMA n.3

DISSERTAZIONI

1. Si discuta una misura di precisione in fisica, e come questa abbia influenzato lo sviluppo successivo di un'area della fisica moderna.
2. Descrivere le approssimazioni e i metodi fondamentali che consentono di trattare sistemi a molti corpi come atomi, molecole e solidi con una teoria a particella singola in un potenziale appropriato.
3. Dissertare sull'importanza che le scoperte dello Z^0 e dei W^\pm al $p\bar{p}$ Collider hanno avuto per la verifica del modello standard. Descrivere le caratteristiche essenziali di un esperimento per verificare queste scoperte.
4. Il ruolo della invarianza di Lorentz nella classificazione delle particelle elementari.
5. Si discuta un problema della fisica moderna in cui l'interazione tra fisica delle particelle elementari ed astrofisica sia stata particolarmente fruttuosa.

PROBLEMI

- 1- Si consideri un processo del tipo $pp \rightarrow Z^0 + X \rightarrow B^0 \bar{B}^0 + X$ a un collisionatore protone protone ad alta energia e si assuma che lo Z^0 ($M_{Z^0} \sim 91 \text{ GeV}/c^2$) venga prodotto fermo nel sistema pp .
 - a) Sapendo che la vita media del mesone B^0 e' circa 1.5 picosecondi e che la massa del B^0 e' circa $5 \text{ GeV}/c^2$ valutare la distanza media che il mesone B^0 percorre prima di decadere.
 - b) Si consideri il decadimento $B^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D^-$ e si voglia identificare il mesone B^0 dalla presenza di un μ con un grande parametro d'impatto d_0 definito come la distanza tra il vertice di interazione primario e la direzione di volo del μ nel laboratorio. Si consideri inoltre il caso in cui il B^0 abbia percorso la distanza di volo media prima di decadere e in cui il μ venga emesso nel centro di massa del B^0 a 90° rispetto alla direzione di volo del B^0 nel laboratorio. Dire quale deve essere la risoluzione σ_{d_0} necessaria ad un rivelatore di vertice perche' la misura del parametro d'impatto del μ sia **non** compatibile con zero per piu' di $5\sigma_{d_0}$.
 - c) Si consideri una sezione d'urto di 100 fb (femtobarn) di produzione di coppie di $B^0 \bar{B}^0$ da Z^0 nell'intervallo di massa $M_{Z^0} \pm 5 \text{ GeV}/c^2$ per processi come quello precedentemente descritto e si assuma la presenza di un fondo di coppie $B^0 \bar{B}^0$ non risonanti con sezione d'urto $d\sigma/dm_{BB} = 20 \text{ fb}/\text{GeV}/c^2$ costante nell'intervallo di massa in considerazione. Assumendo una efficienza 1 del rivelatore si valuti il valore della luminosita' integrata necessaria per avere una significativita' del segnale sul fondo $N_S/\sqrt{N_B} = 10$ (N_S =numero di eventi di segnale e N_B = numero di eventi di fondo).

Ra. Cam

P. Mura

G. Grossi

J. J. J.

- d) Calcolare quale tempo di presa dati e' necessario per integrare un tale valore di luminosita' se il collisionatore e' fatto funzionare ad un valore costante di luminosita' istantanea di $10^{33} \text{cm}^{-2} \text{sec}^{-1}$.
- e) Si consideri un rivelatore di vertice cilindrico con due strati di sensori entrambi con risoluzione σ_r posti a distanza $r_1 = 5 \text{cm}$ e $r_2 = 10 \text{cm}$ dall'asse del fascio e si trascuri lo scattering multiplo. Si consideri inoltre il caso particolare in cui il μ ha una direzione di volo ortogonale all'asse del fascio. Valutare la risoluzione σ_{d0} sul parametro d'impatto in funzione di r_1 , r_2 e σ_r determinando la risoluzione σ_r necessaria per ottenere la misura precedente.

- 2- a) Si classificano a livello non relativistico, elencando le costanti del moto, gli stati legati della coppia e^+e^- (positronio); si dica quali di queste costanti sopravvivono a livello relativistico.
- b) Si dica, sempre a livello non relativistico, quale e' lo spettro, in eV del positronio.
- c) Si stimi l'effetto dell'interazione spin-orbita e spin-spin sui livelli energetici.
- d) Si considerino gli stati con $n=1$. Si dica quali di questi puo' decadere in un fotone, due o tre fotoni, giustificando le risposte.

3- Si consideri un elettrone posto a distanza $z > 0$ dalla superficie di un metallo perfetto.

- a) Determinare la forza che agisce sull'elettrone.
- b) Trascurando il moto dell'elettrone parallelamente alla superficie si consideri l'Hamiltoniana unidimensionale corrispondente, con $V(z) = +\infty$ per $z \leq 0$. Per ottenere una stima variazionale della funzione d'onda e dell'energia dello stato fondamentale, in analogia con l'atomo di idrogeno si possono provare le seguenti funzioni:

- i- $\psi_1(z) = A_1 e^{-\alpha z}$
 ii- $\psi_2(z) = A_2 z e^{-\alpha z}$
 iii- $\psi_3(z) = A_3 (z^2 - z) e^{-\alpha z}$

dove A_1, A_2, A_3 sono fattori di normalizzazione ed α è il parametro variazionale.

Si scelga la forma più appropriata (giustificandola) per la funzione di prova tra le funzioni i), ii) iii) determinando il valore di α che minimizza l'energia e il valore dell'energia dello stato fondamentale.

(Integrali utili $\int_0^{\infty} z^n e^{-z} dz = n!$)

PAG. 2

Ro con

P. Rulli

G. Guono

J. J. J.

4- Un oggetto di massa m viene immesso nella nostra Galassia, che schematizzeremo come una sfera di raggio R contenente $N \gg 1$ stelle, ciascuna di massa $M \gg m$. Supponiamo inoltre che ciascuna stella abbia moto termico con dispersione di velocità unidimensionale σ .

- a) determinare la velocità che verrà raggiunta asintoticamente dall'oggetto di massa m .
- b) per raggiungere questa velocità l'oggetto subisce urti che lo accelerano. Chiamiamo v_0 la sua velocità istantanea. Si calcoli, in approssimazione impulsiva, l'energia guadagnata dall'oggetto in un urto con parametro d'impatto b (in approssimazione impulsiva, la traiettoria di m è una retta percorsa a velocità v_0 costante: si dica la condizione di validità dell'approssimazione).
- c) Il numero di urti per unità di tempo e con parametro d'impatto compreso tra b e $b+db$ è $2\pi b db v_0 n$, ove n è la densità locale di stelle. Integrare su tutti gli urti compresi nel range $b_{\min} < b < b_{\max}$. Quale è una scelta ragionevole di b_{\max} e b_{\min} ? Dedurre l'equazione per l'evoluzione temporale dell'energia cinetica dell'oggetto.

M. C. e P. M.

G. G.

J. J.