

Testo n.1

Temi e esercizi.

Fare il tema (Max 3 pagine) e risolvere, a scelta, due degli esercizi:

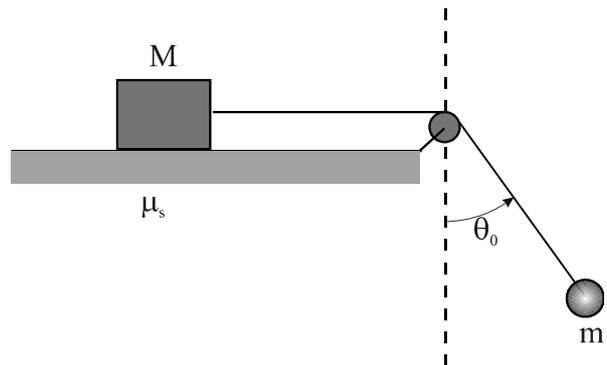
Temi

Illustrate brevemente una scoperta recente o una tecnica innovativa in Fisica, di natura teorica, sperimentale o applicativa, nell'area di ricerca che più vi interessa. Discutete l'importanza e il significato particolare di tale sviluppo nella prospettiva generale dell'avanzamento scientifico-tecnologico, e le implicazioni possibili per il futuro dell'area della ricerca.

Esercizi:

Problema 1

Un corpo di massa M è fermo su un piano orizzontale scabro, con coefficiente di attrito statico μ_s . Ad esso è collegata, mediante una fune inestensibile e di massa trascurabile, una sferetta di massa m . La sferetta viene spostata di un angolo θ_0 rispetto alla verticale e viene fatta oscillare. Si determini il minimo valore di μ_s per cui il corpo di massa M rimane fermo. Si trascuri l'attrito dell'aria.



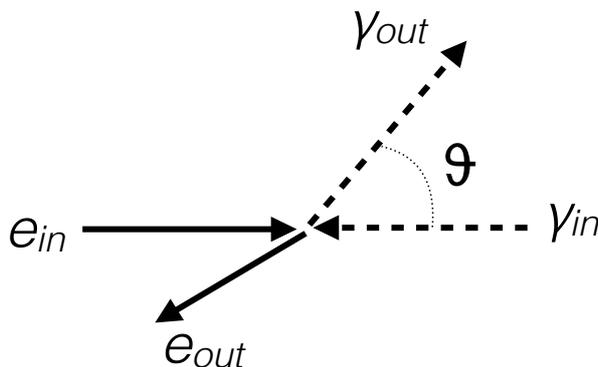
Problema 2

Fotoni di alta energia possono essere generati facendo incidere un fascio laser su degli elettroni ultrarelativistici in un anello di accumulazione. Un fascio laser ($\lambda = 266 \text{ nm}$) viene fatto incidere testa-testa contro degli elettroni con impulso $800 \text{ MeV}/c$. Si assuma che gli elettroni viaggino in direzione $+\hat{x}$ e i fotoni in direzione $-\hat{x}$. Si indichi con ϑ l'angolo fra il fotone diffuso e l'asse delle x (vedi figura).

- (1). Qual'è l'energia (in MeV) dei fotoni diffusi all'indietro ($\vartheta = 0$)?
- (2). Si scriva un'espressione per l'energia del fotone in funzione di ϑ .

Potete usare

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 6.58 \cdot 10^{-22} \text{ MeV s}$$



Problema 3

Per studiare lo spettro emesso da un campione contenente diversi radionuclidi viene usato un rivelatore di silicio. La corrente di buio del rivelatore è $I = 10^{-9} \text{ A}$ e il tempo di integrazione del segnale viene fissato a $\Delta T_{\text{int}} = 10^{-6} \text{ s}$.

Calcolate la risoluzione energetica attesa per fotoni da 60 keV .

Considerate come valore per l'energia per creare una coppia in silicio $E_w = 3.6 \text{ eV}$

Problema 4

Un sistema di due oscillatori armonici indipendenti è descritto dall'Hamiltoniana

$$H_0 = \omega \hbar (a^\dagger a + b^\dagger b + 1), \quad (1)$$

dove

$$[a, a^\dagger] = [b, b^\dagger] = 1; \quad [a, b] = [a, b^\dagger] = 0.$$

- (i) Discutere lo spettro della (1), i.e., i livelli di energia e relative degenerazioni.
- (ii) Dire qual'è il gruppo di simmetria dell'Hamiltoniana, (1), e spiegare la degenerazione dei livelli di cui al punto (i), utilizzando l'argomento di simmetria.

Il sistema è ora modificato con un accoppiamento tra i due oscillatori,

$$H_1 = \lambda \hbar (a^\dagger b + b^\dagger a).$$

- (iii) Determinare lo spettro del sistema $H_0 + H_1$ esattamente, e discutere come esso dipenda dal valore di λ . (*Suggerimento:*) Considerare due combinazioni lineari appropriate (A, B) degli operatori (a, b) ;
- (iv) Per $|\lambda| \ll \omega$, dimostrare che i livelli di energia trovata al punto (iii) siano consistenti
- (v) con la teoria delle perturbazioni, limitandosi ai primi due livelli di energia.

Essay and exercises

Write an essay (Max 3 pages) and solve two of the exercises

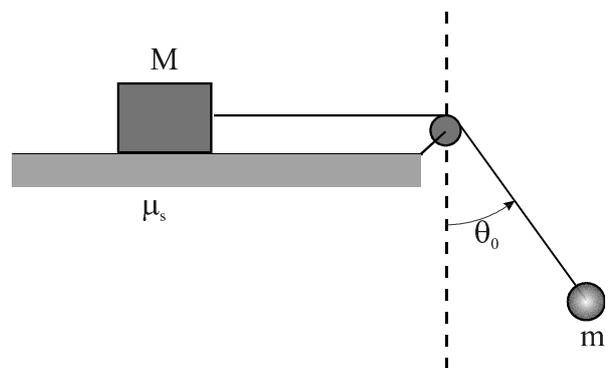
Essay

Briefly illustrate a recent discovery or a new technology, either of theoretical, experimental or applicative nature, in the research area of your interest. Discuss the importance and the particular significance of such a discovery in the general perspective of scientific and technological advancement, and possible implications for the future of the area of research.

Exercises:

Problem 1:

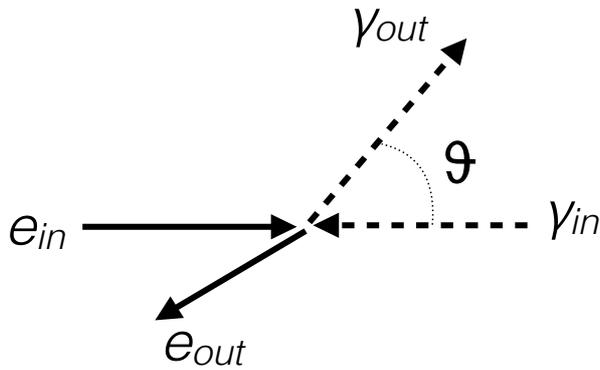
A block with mass M is still on a rough horizontal plane with static friction coefficient μ_s . The block is connected, by an inextensible cable with negligible mass, to a small sphere with mass m . The sphere is displaced by an angle θ_0 with respect to the equilibrium vertical position and starts to oscillate. Neglecting the friction of air, calculate the minimum value of μ_s for which the block remains still.



Problem 2:

High-energy photons can be generated by casting a laser beam upon ultrarelativistic electrons in a storage ring. An Helium-Neon ($\lambda = 266$ nm) laser light is made to collide head on with electrons carrying momentum 800 MeV/c. Assume that the electrons travel in the $+\hat{x}$ direction and the photons in $-\hat{x}$ direction. Let ϑ be the angle between the scattered photon and the x axis. (see figure).

- (1). What is the energy (in MeV) of the photons scattered backward ($\vartheta = 0$)?
- (2). Give the energy of the scattered photon as a function ϑ .



Problem 3:

To study the spectrum emitted from a sample containing different radionuclides, the investigators use a silicon detector.

The dark current of the detector is $I = 10^{-9} \text{ A}$, and the selected integration time for the signal is $\Delta T_{\text{int}} = 10^{-6} \text{ s}$.

Calculate the expected energy resolution for 60keV photons

Problem 4:

A system of two independent harmonic oscillators is described by the Hamiltonian,

$$H_0 = \omega \hbar (a^\dagger a + b^\dagger b + 1), \quad (1)$$

where

$$[a, a^\dagger] = [b, b^\dagger] = 1; \quad [a, b] = [a, b^\dagger] = 0.$$

- (i) Discuss the spectrum of the above system, i.e., the energy levels and degeneracy of each level.
- (ii) What is the symmetry group of the Hamiltonian, (1)? Explain the degeneracy of the energy levels above by use of this symmetry.

The system is now modified by the coupling of the two oscillators,

$$H_1 = \lambda \hbar (a^\dagger b + b^\dagger a).$$

- (iii) Determine the spectrum of $H_0 + H_1$ exactly, and discuss how it depends on the value of λ . (*Hint:*) Consider two appropriate linear combinations (A, B) of the operators (a, b);
- (iv) For $|\lambda| \ll \omega$, show that the energy levels found above are consistent with the result of perturbation theory, restricting yourselves to the cases of the first two levels.

Testo n.2

Tema e esercizi

Fare il tema (Max 3 pagine) e risolvere, a scelta, due degli esercizi

Temi

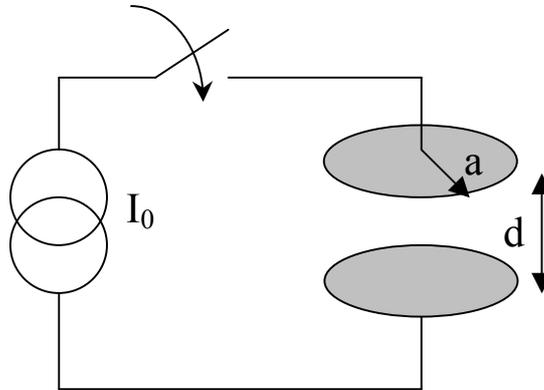
Illustrate brevemente una scoperta recente o una tecnica innovativa in Fisica, di natura teorica, sperimentale o applicativa, nell'area di ricerca che più vi interessa. Discutete l'importanza e il significato particolare di tale sviluppo nella prospettiva generale dell'avanzamento scientifico-tecnologico, e le implicazioni possibili per il futuro dell'area della ricerca.

Esercizi:

Problema 1:

Un condensatore piano, costituito da due armature circolari di raggio a poste alla distanza d , è collegato tramite un interruttore ad un generatore di corrente costante I_0 . All'istante $t = 0$ l'interruttore viene chiuso. Si determinino:

- la tensione $V(t)$ ai capi del condensatore;
- il campo magnetico $B(r,t)$ tra le armature del condensatore.



Problema 2:

Nel nostro universo, anti-neutrini di altissima energia possono scontrarsi con neutrini, detti relivi, che riempiono l'universo stesso (temperatura dei neutrini relivi ~ 1.95 K, densità numerica $\sim 113/cm^3$). La sezione d'urto è particolarmente grande ad un'energia del centro di massa pari alla massa della particella Z^0 ($M \approx 91$ GeV/ c^2)

$\sigma_{annichilazione} \approx 42$ nanobarn.

(i) Per quale energia degli anti-neutrini il processo di annichilazione diventa possibile? Si discuta sia il caso in cui i neutrini abbiano massa nulla, sia il caso in cui i neutrini abbiano massa piccola ma non trascurabile (10^{-2} - 10^{-3} eV/ c^2).

(ii) Qual'è il cammino libero medio di questi anti-neutrini nel nostro universo?

Problema 3:

Per calibrare un apparato sperimentale di rivelazione vengono fatte delle acquisizioni della durata di 1 secondo usando una sorgente γ -emittente. Sapendo che il tempo di dimezzamento della sorgente usata è di $T_{1/2} = 6$ h e che l'efficienza di rivelazione totale dell'apparato sperimentale è pari al 3%, calcolate il valore iniziale dell'attività della sorgente se si vuole poter misurare dopo 48h l'attività della sorgente stessa con la precisione dell'1%.

Problema 4:

Una particella di spin $\frac{1}{2}$, con la carica e (> 0) e la massa m , si muove in tre dimensioni. Essa è descritta dalla funzione d'onda,

$$\Psi = C e^{-r^2/a} \begin{pmatrix} 2z \\ x \end{pmatrix}, \quad (1)$$

dove C, a (> 0) sono costanti.

(iii) Si misura la componente s_z dello spin della particella nello stato (1), con un apparato à la Stern-Gerlach, posto nella direzione di (θ, φ) . Trovare la probabilità P_{\pm} che tale misura dia $s_z = \pm \frac{1}{2}$, per generico valore di (θ, φ) , e in particolare, per $(\theta, \varphi) = (\frac{\pi}{3}, 0)$.

(iv) Quali sono i valori possibili del momento angolare totale?

(v) Trovare una possibile Hamiltoniana di cui lo stato (1) è un autostato.

(vi) Il sistema è ora sottoposto ad un campo magnetico esterno uniforme debole, $\vec{B} = (0, 0, B)$. Si assuma che la particella abbia un momento magnetico, $\vec{\mu} = g \mu_0 \vec{s}$, dove

$\mu_0 = \frac{e \hbar}{2mc}$. g è il fattore giromagnetico. Dire se lo stato (1) è ancora un autostato dell'Hamiltoniana totale, che include gli effetti delle interazioni tra la particella con il campo magnetico. Se non lo è, qual è la probabilità che il sistema descritto dalla (1) si trovi nello stato fondamentale della Hamiltoniana totale.

Essay and exercises

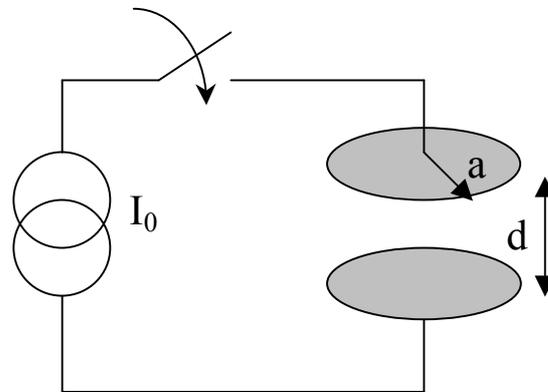
Write an essay (Max 3 pages) and solve two of the exercises

Essay

Briefly illustrate a recent discovery or a new technology, either of theoretical, experimental or applicative nature, in the research area of your interest. Discuss the importance and the particular significance of such a discovery in the general perspective of scientific and technological advancement, and possible implications for the future of the area of research.

Exercises:

Problem 1



A plane capacitor consisting of two circular plates with radius a at a distance d is connected by a switch to a stationary current generator I_0 . At time $t = 0$ the switch is closed. Calculate:

- the voltage difference $V(t)$ between the capacitor plates;
- the magnetic field $B(r,t)$ between the capacitor plates.

Problem 2

In our universe, high-energy anti-neutrinos can collide with relic neutrinos which fill the universe (the relic neutrino temperature is ~ 1.95 K; their density $\sim 113/cm^3$). The cross section is particularly large at the centre-of-mass energy equal to the Z^0 particle mass ($M \approx 91$ GeV/c), with $\sigma_{annichilazione} \approx 42$ nanobarn.

- At which energy of the anti-neutrinos the annihilation process becomes possible?

Discuss both in the case of massless neutrinos and in the case the neutrinos have small but nonvanishing masses (10^{-2} - 10^{-3} eV/c²).

- What is the mean free path of these anti-neutrinos in the Universe?

Problem 3:

To calibrate an experimental detection apparatus, the investigators perform acquisitions of 1 second using a γ -emitting source. The half-life of the source is $T_{1/2} = 6$ h, and the total detection efficiency of the experimental apparatus is 3%. Calculate the initial source activity if you want to be able to measure the source activity with a precision of 1% after 48hrs.

Problem 4:

A particle of spin $\frac{1}{2}$, charge $e (> 0)$ and mass m , moves in three dimensions. Its wave function is given by,

$$\Psi = C e^{-r^2/a} \begin{pmatrix} 2z \\ x \end{pmatrix}, \quad (1)$$

where $C, a (> 0)$ are constants.

(i) The spin component s_z is measured in the state (1), with a Stern-Gerlach magnets, placed in the direction (θ, φ) . What are the probabilities P_{\pm} of finding $s_z = \pm \frac{1}{2}$, for generic value of (θ, φ) , and in particular, for $(\theta, \varphi) = (\frac{\pi}{3}, 0)$?

(ii) What are the possible values of the total angular momentum?

(iii) Find a possible Hamiltonian such that the state (1) is an eigenstate of it.

(iv) The system is now put under a weak external constant magnetic field, $\vec{B} = (0, 0, B)$.

Suppose that the particle carries a magnetic moment $\vec{\mu} = g \mu_0 \vec{s}$, where $\mu_0 = \frac{e \hbar}{2mc}$ and g is the gyromagnetic ratio. Is the state (1) an eigenstate of the total Hamiltonian, including the effect of the interactions of the particle and the magnetic field? If not, what is the probability that the system described by (1) is in the ground state of the total Hamiltonian.

Testo n.3

Tema e esercizi

Fare il tema (Max 3 pagine) e risolvere, a scelta, due degli esercizi

Tema

Illustrate brevemente una scoperta recente o una tecnica innovativa in Fisica, di natura teorica, sperimentale o applicativa, nell'area di ricerca che più vi interessa. Discutete l'importanza e il significato particolare di tale sviluppo nella prospettiva generale dell'avanzamento scientifico-tecnologico, e le implicazioni possibili per il futuro dell'area della ricerca.

Esercizi:

Problema 1:

Una macchina termica funziona tra le temperature $t_1 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ e $t_2 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ con un rendimento pari a $\frac{2}{3}$ di quello di una macchina di Carnot operante tra le stesse temperature e compiendo due cicli al secondo. La sorgente a temperatura inferiore è costituita da una miscela di acqua e ghiaccio e in ogni secondo si scioglie la quantità $m = 7 \text{ g}$ di ghiaccio. Determinare il calore Q_2 che la macchina assorbe dalla sorgente a temperatura maggiore in ogni ciclo.

[Calore latente di fusione del ghiaccio: $\lambda_f = 3.3 \times 10^5 \text{ J/kg}$].

Problema 2:

Nell'esperimento di Pound e Rebka, si cerca il red-shift su fotoni indotto dalla gravità terrestre. I fotoni prodotti da una sorgente alla base di una torre alta 22.5 m vengono rivelati in una postazione situata sulla cima della torre stessa.

(i) Usando l'equivalenza massa/energia stimare la variazione relativa di energia attesa per questi fotoni.

(ii) Supponendo che i fotoni siano emessi da una sorgente di ^{57}Fe ($E = 14.4 \text{ keV}$) si dica qual è la minima vita media del radioisotopo per cui l'incertezza in energia è pari al red-shift calcolato in (i).

(iii) A che velocità si deve muovere il nucleo di ^{57}Fe alla base della torre in modo da compensare lo spostamento in frequenza osservato in cima alla stessa?

Problema 3:

Per calibrare un apparato sperimentale di rivelazione vengono fatte delle acquisizioni della durata di 1 secondo usando una sorgente γ -emittente.

Sapendo che il tempo di dimezzamento della sorgente usata è di $T_{1/2} = 6h$ e che l'efficienza di rivelazione totale dell'apparato sperimentale è pari al 3%, calcolate il valore iniziale dell'attività della sorgente se si vuole poter misurare dopo 48h l'attività della sorgente stessa con la precisione dell'1%.

Problema 4:

Una particella con carica e (> 0) e massa m , è legata ad un centro di forza armonica,

$$H_0 = \frac{1}{2m} p^2 + \frac{m\omega^2}{2} r^2 \quad (1)$$

Il sistema è posto sotto un campo elettrico esterno costante e uniforme, $E = (0, 0, \mathcal{E})$.

- (i) Si determini il potenziale aggiuntivo dovuto al campo elettrico, V .
- (ii) Si calcoli il momento di dipolo elettrico indotto.
- (iii) Il teorema di Feynman-Hellman afferma che

$$\frac{\partial E}{\partial \mathcal{E}} = \langle \psi | \frac{\partial V}{\partial \mathcal{E}} | \psi \rangle, \quad (2)$$

dove ψ è uno stato stazionario di $H = H_0 + V$, E l'autovalore relativo.

Dimostrare (2).

- (iv) Si verifichi che il risultato del punto (ii) sia consistente con il teorema di Feynman-Hellman.

Essay and exercises

Write an essay (Max 3 pages) and solve two of the exercises

Essay

Briefly illustrate a recent discovery or a new technology, either of theoretical, experimental or applicative nature, in the research area of your interest. Discuss the importance and the particular significance of such a discovery in the general perspective of scientific and technological advancement, and possible implications for the future of the area of research.

Exercises:

Problem 1:

A heat engine works between the temperatures $t_1 = 0^\circ\text{C}$ and $t_2 = 80^\circ\text{C}$ with an efficiency which is $2/3$ of that of a Carnot engine working between the same two temperatures, and completes two cycles every second. The lower temperature heat source consists of a mixture of water and ice and every second a mass $m = 7\text{ g}$ of ice is melted. Calculate the heat Q_2 which the engine absorbs from the higher temperature source for each cycle.

[Melting latent heat of ice: $\lambda_f = 3.3 \times 10^5\text{ J/kg}$].

Problem 2:

In Pound and Rebka's experiment, the red-shift of the photons due to the Earth's gravity is measured. The photons generated from a source at the base of a tower of height 22.5 m are measured at an apparatus set on top of the tower.

- (i) By using the equivalence between mass and energy, estimate the variation of the photon's energy.
- (ii) Assuming that the photons are generated from the source ^{57}Fe ($E = 14.4\text{ keV}$) find the minimum half-lifetime of the radioisotope for which the uncertainty of the energy of the photon produced is equal to the red-shift calculated above.

- (iii) At which velocity should the source ^{57}Fe nucleus at the base move in order to compensate the shift of the frequency?

Problem 3:

To calibrate an experimental detection apparatus, the investigators perform acquisitions of 1 second using a γ -emitting source. The half-life of the source is $T_{1/2} = 6\text{h}$, and the total detection efficiency of the experimental apparatus is 3%.

Calculate the initial source activity if you want to be able to measure the source activity with a precision of 1% after 48hrs.

Problem 4:

A particle with charge $e (> 0)$ and mass m , is bound to a harmonic potential

$$H_0 = \frac{1}{2m} p^2 + \frac{m\omega^2}{2} r^2 \quad (1)$$

The system is further set under an external constant electric field, $E = (0, 0, \mathcal{E})$.

- (i) Determine the additional potential due to V .
- (ii) Compute the induced electric dipole moment.
- (iii) The Feynman-Hellman theorem states that

$$\frac{\partial E}{\partial \mathcal{E}} = \langle \psi | \frac{\partial V}{\partial \mathcal{E}} | \psi \rangle, \quad (2)$$

here ψ is an eigenstate of $H = H_0 + V$, E its eigenvalue.

Prove the theorem, (2).

- (iv) Verify that the result found in (ii) is consistent with the Feynman-Hellman theorem.