

Programma.

Richiami dei concetti fondamentali sugli insiemi, applicazioni. Ordinamento, relazione di equivalenza. Cardinalità. Elementi di calcolo combinatorio, richiami delle strutture algebriche.

Introduzione dei numeri reali, le proprietà fondamentali: estremo inferiore e estremo superiore, massimi e minimi, Cardinalità. Topologia della retta reale: limiti e continuità delle funzioni reali. Compattezza e l'esistenza di massimi e minimi delle funzioni reali.

Funzioni reali di una variabile reale:

Funzioni limitate ed illimitate, la retta reale estesa, estremo superiore ed estremo inferiore di una funzione a valori reali, massimo e minimo, funzioni monotone; funzioni trigonometriche e funzioni inverse; funzione esponenziale e funzione logaritmo.

Limiti di funzioni:

Definizione del limite di una funzione quando l'argomento x tende ad un punto di accumulazione del dominio della funzione e loro proprietà; limiti notevoli:

Limite all'infinito per funzioni definite su intervalli illimitati, e loro proprietà.

Caratterizzazione dei limiti mediante le successioni.

Limite sinistro e limite destro e la loro relazione rispetto all'esistenza del limite, limiti di funzioni monotone. Massimo e minimo limiti di una funzione e l'esistenza dei limiti.

Continuità e uniforme continuità

Funzioni continue; generalità, esempi; continuità degli funzioni composte, teorema del permanenza del segno, funzioni continue su compatti, compattezza dell'immagine, teorema di Weierstrass su massimi e minimi di funzioni continue su compatti.

Punti di discontinuità e la loro classificazione: discontinuità di tipo eliminabile, di tipo salto e discontinuità della seconda specie, teorema sull'insieme dei punti di discontinuità delle funzioni monotone.

Uniforme continuità:

Teorema di limitatezza, teorema di prolungamento; funzioni lipschitziane e holderiane; teorema dell'uniforme continuità delle funzioni continue su compatti.

Funzioni continue su intervalli:

Immagine di un intervallo per una funzione continua \(\) è un intervallo, teorema sugli zeri di funzioni continue e dei valori intermedi; stretta monotonia delle funzioni iniettive su intervalli;

Funzioni monotone e funzioni inverse. Le potenze reali e le funzioni esponenziale e logaritmo e loro proprietà \(\), continuità \(\) delle funzioni inverse:

$\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$, $\log x$.

Successioni reali: Limiti di successioni reali; proprietà \(\) dei limiti, teorema dei due carabinieri, teoremi del permanenza del segno; successioni monotone e loro limiti in relazione con estremo superiore ed estremo inferiore, il numero e come limite notevole della successione monotona $(1 + \frac{1}{n})^n$; massimo e minimo limite di una successione reale; criterio di Cauchy per convergenza; sotto successione di una successione e loro proprietà \(\), caratterizzazione di massimo e minimo limite come il massimo ed il minimo dei sottosuccessioni convergenti; successioni definite per ricorrenza e loro limiti.

Insiemi compatti:

Teorema di Bolzano - Weierstrass; insiemi compatti come insiemi chiusi e limitati.

Serie reali:

Somma parziale, convergenza, divergenza, serie indeterminate, condizione necessaria per convergenza; criterio di Cauchy per convergenza di una serie.

Serie a termini positivi:

Criterio del confronto per convergenza; serie geometrica; criteri del rapporto e della radice; criterio di condensazione di Cauchy; teoremi su reordinamento e raggruppamento dei termini di una serie a termini positivi; divergenza della serie armonica.

Serie a termini di segno alterno; teorema di Leibniz.

Assoluta convergenza di una serie a termini di segno arbitrario:

Assoluta convergenza implica convergenza semplice; proprietà \(\) rispetto a reordinamento ed a raggruppamento dei termini di una serie assolutamente convergente; esempi e contro-esempi; serie condizionatamente convergenti.

Numeri complessi:

Definizione e rappresentazione trigonometrica dei numeri complessi, successioni complessi, radici n-esime dei numeri complessi,

risoluzione di un sistema di equazioni in campo complesso.

Calcolo differenziale delle funzioni di una variabile reale:

Definizione e primi esempi, proprietà di differenziabilità rispetto alle operazioni algebriche, differenziabilità e continuità, derivazione delle funzioni composte e della funzione inversa, derivata e massimi e minimi locali, funzioni definite e differenziabili su intervalli: teoremi di Rolle, Lagrange (del valor medio) e di Cauchy.

Derivate di ordine superiore e formula di Leibniz.

Massimi e minimi locali, punti stazionari,

Testi consigliati:

E.Giusti, Analisi Matematica, Vol I; Esercizi e Complementi di Analisi Matematica I, Boringhieri

N.Fusco, Marcellini e C. Sbordone, Analisi Matematica Uno, Liguori Editori

J. Cecconi e Guido Stampacchia, Analisi Matematica I; Complementi di problemi e di esercizi di Analisi Matematica I, Liguori Editori

G.Prodi, ANALISI MATEMATICA I, Boringhieri

W. Rudin, Principles of Mathematical Analysis, Mc Graw Hill