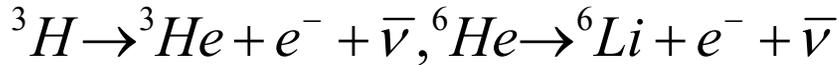
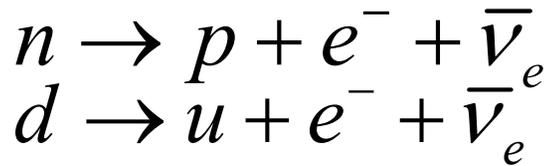


Interazioni deboli

La prima misurata :il decadimento beta



Se l'impulso trasferito è piccolo

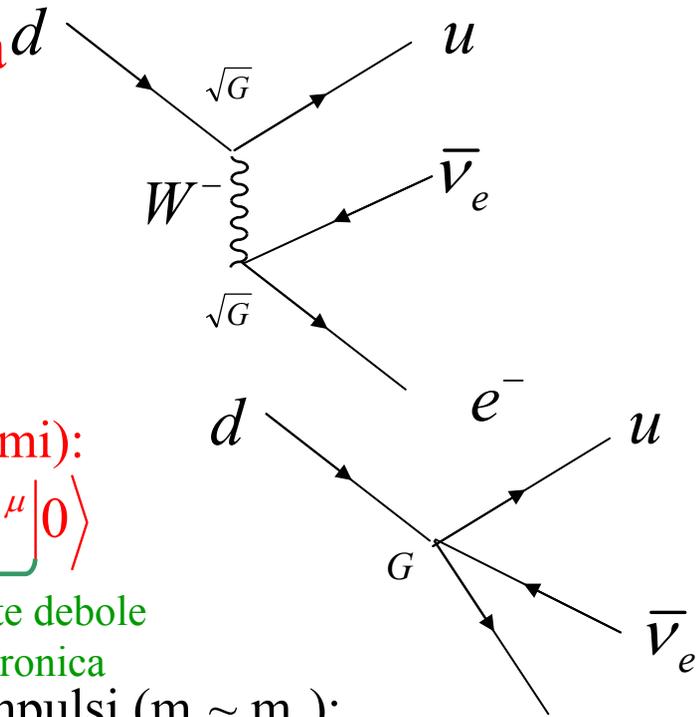
è un'interazione di contatto tra le correnti (Fermi):

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \langle u | J_\mu | d \rangle \langle e \bar{\nu} | J^\mu | 0 \rangle$$

Corrente debole adronica (quark) Corrente debole elettronica

Trascurando la dipendenza di M dagli impulsi ($m_p \sim m_n$):

$$M = G = 1.166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \text{ (per Gamow-Teller } \Delta J=1, \text{ spin flip } M \rightarrow 3M) e^-$$



La probabilità di transizione W (regola d'oro) dipende solo dallo spazio delle fasi dN/dE_0

$$W = 2\pi |M|^2 \frac{dN}{dE_0} (E_0 = E_p + E_{\bar{\nu}} + E_e, \vec{p}_p + \vec{p}_e + \vec{p}_{\bar{\nu}} = 0)$$

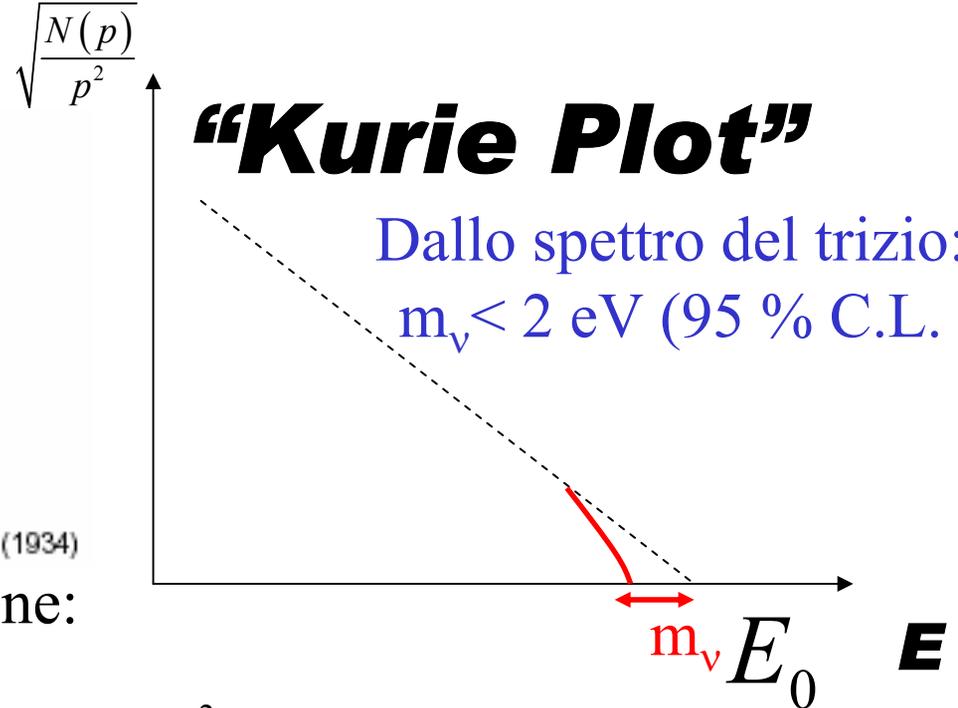
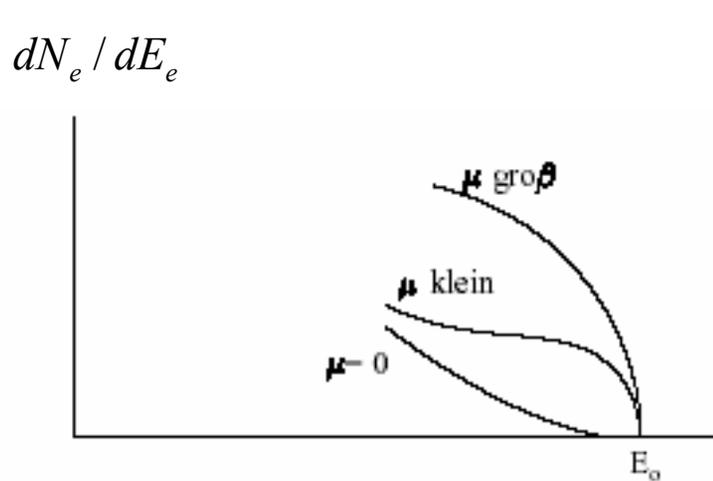
$$\frac{dN}{dE_0} = 16\pi^2 p^2 (E - E_0)^2 dp; N_e(p) dp = p^2 (E - E_0)^2 dp;$$

(l'energia è trasportata solo da e e ν : spazio delle fasi 2 corpi)
 $|M|^2 = G_F^2 = \text{costante}$

$$N_e(p) dp = p^2 (E - E_0)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{m_\nu}{E_0 - E}\right)^2} dp \text{ (se } m_\nu \neq 0)$$

(Perkins)

Spettro di energia dell'elettrone



Da E. Fermi, "Versuch einer Theorie der beta-Strahlen", Z.Phys.88, 161-77 (1934)

La probabilità totale di transizione:

$$W = \frac{G^2}{2\pi^3} \int_0^{p_{\max}} N(p) dp \propto G^2$$

Se l'elettrone è relativistico: $N(E)dE = E^2(E_0 - E)^2 dE \Rightarrow N = \int_0^{E_0} N(E)dE = \frac{E_0^5}{30}$

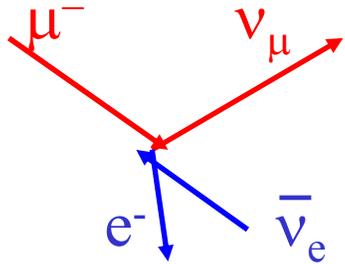
$\Rightarrow W \propto G^2 E_0^5$, $E_0 = \text{energia max dell'elettrone} = m_n - m_p$

G si estrae dalle probabilità di transizioni (vite medie) in funzione di E_0 :

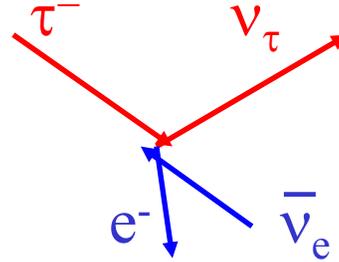
Le vite medie dei decadimenti beta variano da secondi a anni (E_0^5)

Le correnti deboli cariche

Esistono (oltre quella elettronica) altri 2 tipi di correnti deboli cariche con accoppiamento universale G (ma differenze nello spazio delle fasi):



$$: \mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$$



$$: \tau^- \rightarrow e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$$

Questo porta all'introduzione di tre doppietti leptonici

$$\begin{bmatrix} e^- \\ \nu_e \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{bmatrix} + \text{antiparticelle}$$

Evidenza sperimentale: solo gli stati con elicità negativa partecipano alle interazioni deboli. ($\lambda = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} = \pm \frac{1}{2}$ se $s = 1/2$)

Si incorpora nella teoria con il fattore $(1-\gamma_5)$ nella corrente (V-A). **$(1-\gamma_5)$ è un proiettore di elicità negativa (operatore di chiralità).** In QED invece ho entrambi gli stati di elicità

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \gamma^\mu \equiv \text{vettore}; \gamma^\mu \gamma^5 \equiv \text{vettore assiale}$$

$$\frac{1}{2}(1-\gamma^5) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{seleziona le due componenti in basso dello spinore:}$$

$$\left. \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \right\}$$

N.B. L'elicità λ è un buon numero quantico (Lorentz) solo per particelle di massa nulla (neutrini?)

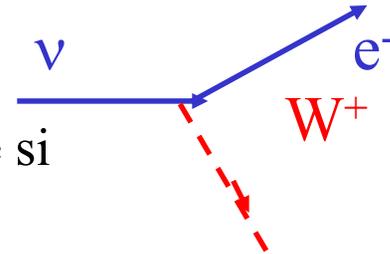
La corrente leptonica debole :



$$J^\mu = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}(e) \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) u(\nu_e)$$

Differenza da QED

L'interazione puntuale alla Fermi crea anche problemi di unitarietà e, d'altra parte sappiamo che le interazioni deboli hanno range limitato $\implies \implies$ Propagatore bosonico massivo.



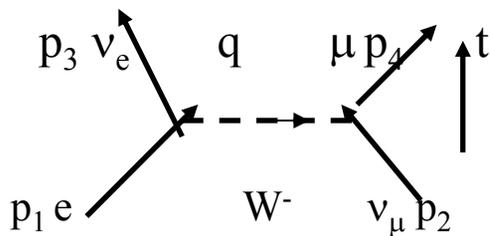
Le regole di Feynman per la costruzione delle ampiezze si Modificano rispetto a QED:

1) Propagatore: $-i \frac{(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M^2)}{q^2 - M_W^2} \xrightarrow{q^2 \ll M^2} i \frac{g_{\mu\nu}}{M_W^2}$ (in QED era $-i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2}$)

2) fattore di vertice: $\frac{-ig_W}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)$, $g_W = \sqrt{4\pi\alpha_W}$ (in QED era $-ie\gamma^\mu$)

Es. Il decadimento inverso del μ :

$$\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e \text{ (analogo a } \mu e \rightarrow \mu e \text{ in QED)}$$



$q = p_1 - p_3$; se $|q^2| \ll M_W^2$, il propagatore si semplifica: $\frac{i g_{\mu\nu}}{M_W^2}$

$$M = i \frac{g_W^2}{8M_W^2} \left\{ \bar{u}(3) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u(1) \right\} \left\{ \bar{u}(4) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u(2) \right\}$$

Oppure con la notazione di Fermi (G) e la modifica alla corrente $(1 - \gamma_5)$

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{u}(3) \gamma^\mu \frac{(1 - \gamma^5)}{2} u(1) \right\} \left\{ \bar{u}(4) \gamma^\mu \frac{(1 - \gamma^5)}{2} u(2) \right\} \text{ con } \frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{8M_W^2}$$

Modulo quadro dell'ampiezza, mediata sugli spin iniziali e sommata su quelli finali trascurando le masse (regole di Casimir (Griffiths)):

$$|M|^2 = 2 \left(\frac{g_W}{M_W} \right)^4 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) = 2 \left(\frac{g_W}{M_W} \right)^4 (p_1 \cdot p_2)^2 = \left(\frac{g_W}{M_W} \right)^4 \left(\frac{s}{2} \right)^2 = 16G^2 s^2$$

Cfr. Nel caso di QED $\mu + e \rightarrow \mu + e$

$$|M|^2 = 8 \frac{e^4}{t^2} \{ s^2 + u^2 \}$$

Nel c.m. le particelle hanno tutte energia E e, trascuriamo le masse, $s=(2E)^2$ La regola d'oro per le interazioni $1+2 \rightarrow 3+4$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{8\pi}\right)^2 \frac{|M|^2}{(E_1 + E_2)^2} \frac{|\vec{p}_f|}{|\vec{p}_i|} = \frac{1}{2} \left[\frac{g_W^2 E}{4\pi M_W^2} \right]^2, \text{ indipendente dall'angolo di scattering}$$

La sezione d'urto differenziale si può scrivere anche in funzione di $t=2E^2(\cos\theta-1)$:

$$dt = 2E^2 d \cos \theta \Rightarrow \frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{2E^2} 2\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi} \frac{g_W^4}{M_W^4} = \frac{G^2}{\pi}$$

Si può integrare su t: $-4E^2 = -s < t < 0$: $\sigma = \int_{-s}^0 \frac{G^2}{\pi} dt = \frac{G^2}{\pi} s$

La sezione d'urto differenziale è isotropa;
la sezione d'urto totale cresce come s .

L'ampiezza di $\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$ per simmetria di crossing mi fornisce anche quella del decadimento: $\mu^- \rightarrow \nu_\mu + e^- + \bar{\nu}_e$ (Es.) da cui

$$\frac{1}{\Gamma_\mu} \equiv \tau_\mu = \frac{192\pi^3}{G^2 m_\mu^5}$$

Dalla misura di τ_μ (e dalla conoscenza di m_μ) si estrae il valore di G
 La dipendenza da m^{-5} è tipica di ogni decadimento debole (trascurando le masse finali).

Risultato sperimentale: $\tau_\mu = 2.197 \cdot 10^{-6}$ s, $m_\mu = 0.105658$ GeV \implies

$$G = 1.166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

$$\text{con } \frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{8M_W^2}, M_W \approx 80 \text{ GeV} \implies g_W = 0.66, \alpha_W = \frac{g_W^2}{4\pi} = \frac{1}{129}$$

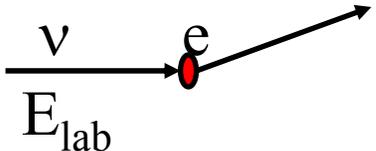
Le interazioni deboli sono tali non tanto perchè la costante di accoppiamento sia debole, quanto perchè il mediatore (W) è molto pesante e il termine di massa nel propagatore (a bassi Q^2) domina.

Se $Q^2 \sim M_W^2$ (80 GeV)² le interazioni deboli diventano paragonabili a quelle elettromagnetiche:

UNIFICAZIONE?

Torniamo a $\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$:

$$\sigma = \frac{G^2}{\pi} s \xrightarrow{c.m.} \frac{4}{\pi} G^2 E^2 = 1.48 \cdot 10^{-10} \text{ GeV}^{-2} \cdot E^2 \quad (E \text{ in GeV}) \approx 0.576 \cdot 10^{-37} \text{ cm}^2 \cdot E^2$$

Normalmente la reazione avviene nel laboratorio: 

$$s = (2E)^2 = (E_{lab} + m_e)^2 - E_{lab}^2 \cong 2m_e E_{lab} \Rightarrow E_{lab} \cong \frac{2E^2}{m_e} \quad (E = 1 \text{ GeV} \Rightarrow E_{lab} \approx 4000 \text{ GeV})$$

$$\sigma_{lab} = \frac{4}{\pi} G^2 \frac{m_e E_{lab}}{2} \text{ cresce linearmente con } E_{lab} : \frac{\sigma_{lab}}{E_{lab}} = 1.5 \cdot 10^{-42} \text{ cm}^2 \text{ GeV}^{-1}$$

Più probabile l'interazione tra neutrino e nucleone di massa M (puntiforme?)

$$\sigma_{lab} = \frac{4}{\pi} G^2 \frac{ME_{lab}}{2} \Rightarrow \frac{\sigma_{lab}}{E_{lab}} = 0.3 \cdot 10^{-38} \text{ cm}^2 \text{ GeV}^{-1}$$

L'interazione con i nucleoni è più probabile perchè a parità di energia incidente dei neutrini $s=2ME_{lab}$ a causa del fatto $M \sim 2000 m_e$ è 2000 volte più grande.

Neutrini e antineutrini

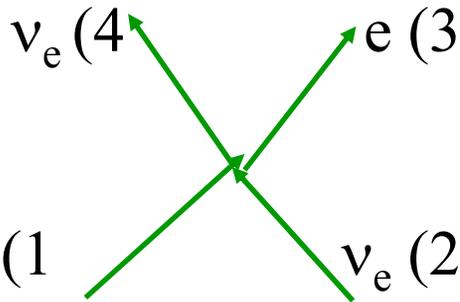
Consideriamo l'ampiezza del processo: $\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$

$$|M|_v^2 = 2 \left(\frac{g_W}{M_W} \right)^4 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) = 16G^2 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4)$$

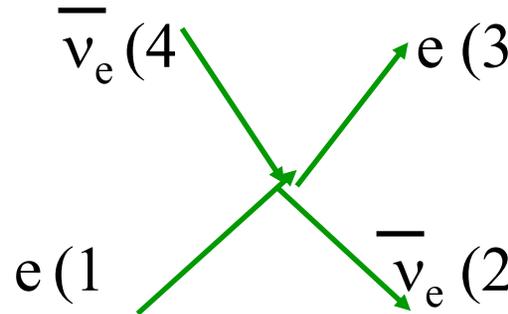
Tale ampiezza vale anche per l'interazione
(per la parte di corrente carica)

$$\nu_e + e^- \rightarrow e^- + \nu_e$$

Consideriamo ora $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ (o anche $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$): **crossing**



crossing \longrightarrow



Equivale a scrivere
 $|M|^2$ con:

$$\mathbf{p}_2 \rightarrow -\mathbf{p}_4; \mathbf{p}_4 \rightarrow -\mathbf{p}_2$$

$$\text{o } \mathbf{p}_1 \rightarrow -\mathbf{p}_3; \mathbf{p}_3 \rightarrow -\mathbf{p}_1$$

quindi $|M|_v^2 = 2 \left(\frac{g_W}{M_W} \right)^4 (p_1 \cdot p_4)(p_3 \cdot p_2)$; ma $u = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 = -2p_1p_4 = -2p_2p_3$

quindi: $|M|_v^2 = 16G^2 u^2 \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega}(\bar{\nu}) = \frac{1}{(8\pi)^2} \frac{1}{s} |M|_v^2 = \frac{G^2}{4\pi^2} \frac{u^2}{s} \xrightarrow{c.m.} \frac{G^2}{4\pi^2} \frac{s}{2} (1 + \cos\theta)^2$

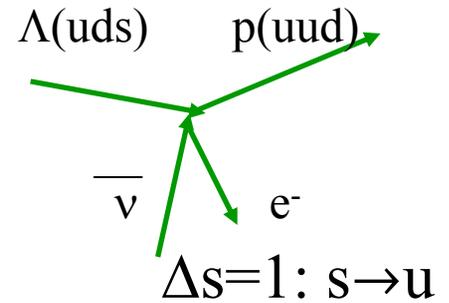
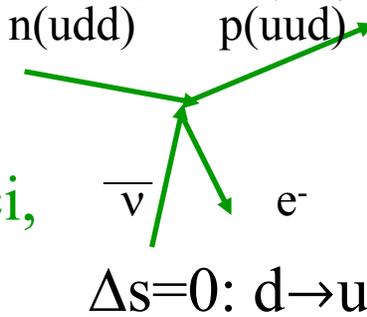
La distribuzione angolare per interazioni di antineutrini:

NON è isotropa (nel c.m.); si annulla per $\theta=\pi$ e viola la parità.

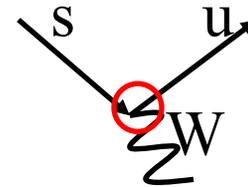
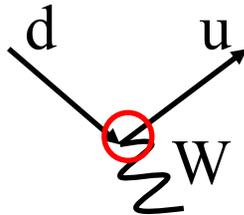
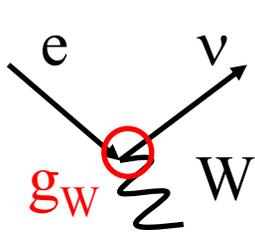
$$\text{Integrando in } \cos\theta: \sigma^{\bar{\nu}} = \frac{G^2}{3\pi} s = \frac{1}{3} \sigma^{\nu}$$

Correnti deboli adroniche

Evidenza sperimentale per due tipi di decadimento beta adronici, del n e della Λ :



UNIVERSALITA' del decadimento beta?



Leptonico: g_W adronico $\Delta S=0$ $g_W \cos \theta_c$ adronico $\Delta S=1 = \Delta Q$ $g_W \sin \theta_c$

Cabibbo: $\sin \theta_c = 0.23$ ($\theta = 13^\circ$) sperimentale.

Struttura della corrente ancora (V-A) $(1-\gamma_5)$. Ma gli stati dei quark

da usare sono:

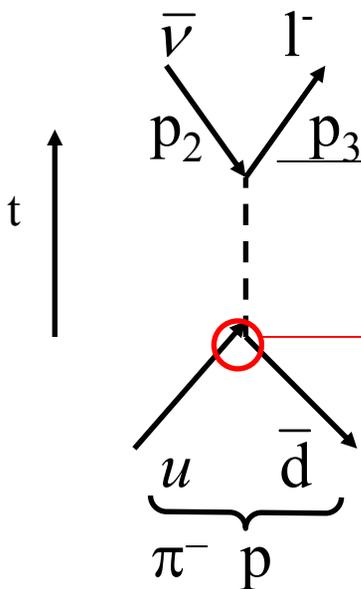
$$\begin{aligned} d' &= d \cos \theta + s \sin \theta \\ s' &= -d \sin \theta + s \cos \theta \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} d' \\ s' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ s \end{bmatrix}$$

Come nel caso leptonico l'interazione debole accoppia i due elementi di un doppietto:

es. Il I:

$$\begin{bmatrix} u \\ d' \end{bmatrix} \text{ è equivalente a } \begin{bmatrix} \nu_e \\ e^- \end{bmatrix}$$

Decadimento $\pi^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_e$



Corrente debole leptonica, nota
corrente debole adronica con
correzioni per interazioni forti
dei quark (fattore di forma)

$$M = \frac{g_W^2}{8M_W^2} [\bar{u}(3)\gamma_\mu(1-\gamma_5)v(2)] F^\mu$$

F^μ = fattore di forma:
Accoppiamento π/W

Unica possibilit : $F^\mu = f_\pi \mathbf{p}_\mu$ con f_π uno scalare (m_π ?)

Modulo quadro di M e somma sugli spin finali (Griffiths, Seiden):

$$|M|^2 = \frac{1}{8} \left[f_\pi \left(\frac{g_W}{M_W} \right)^2 \right]^2 \{ 2(pp_2)(pp_3) - p^2(p_2p_3) \} = (m_\nu = m_2 = 0, p = p_2 + p_3) = \frac{1}{8} \left[\left(\frac{g_W}{M_W} \right)^4 \right] f_\pi^2 \frac{1}{2} m_l^2 [m_\pi^2 - m_l^2]$$

$$\text{regola d'oro nel c.m. (1} \rightarrow 2 + 3): \Gamma = \frac{1}{8\pi m_1} |M|^2 \frac{|\vec{p}_2|}{m_1}$$

$$\text{con } |\vec{p}_2| = \text{funzione triangolare} = \frac{1}{2m_1} [m_1^4 + m_2^4 + m_3^4 - 2m_2^2m_3^2 - 2m_1^2m_2^2 - 2m_1^2m_3^2]^{1/2} \text{ prop alla massa leptone}$$

Con $m_2 = m_\nu = 0$

$$\Rightarrow \Gamma_\pi = \frac{f_\pi^2}{\pi m_\pi^3} \left[\frac{g_W}{4M_W} \right]^4 m_l^2 [m_\pi^2 - m_l^2]^2 = \frac{f_\pi^2}{\pi m_\pi^3} \frac{G^2}{8} m_l^2 [m_\pi^2 - m_l^2]^2$$

$$f_\pi = (?) = m_\pi \cos \theta_C; G^2 = 8 \left[\frac{g_W}{4M_W} \right]^4; m_\pi = 140 \text{ MeV}, m_l = m_\mu = 106 \text{ MeV}, \theta_C = 13^\circ$$

$$\Gamma = 3.13 \cdot 10^{-17} \text{ GeV}; \frac{1}{\Gamma} = 2.2 \cdot 10^{-8} \text{ s}; \text{misurato } \frac{1}{\Gamma} = 2.6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

Osservazioni:

-L'assunzione $f_\pi = m_\pi \cos \theta_C$ è arbitraria; piu' stringente un test sul rapporto:

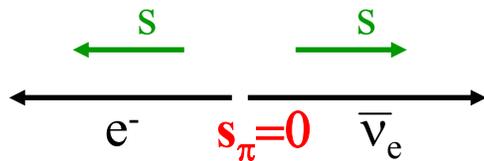
$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = \frac{m_e^2 (m_\pi^2 - m_e^2)^2}{m_\mu^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} = 1.28 \cdot 10^{-4} \text{ (exp.: } 1.22 \cdot 10^{-4} \text{)}$$

Lo spazio delle fasi $R_2 = \frac{m_\pi^2 - m_l^2}{2m_\pi^2} \pi$ ($R_2 = \int \frac{d\vec{p}_2}{2E_2(2\pi)^3} \frac{d\vec{p}_3}{2E_3(2\pi)^3} \delta(E_1 - E_2 - E_3)$)

avrebbe favorito l'elettrone: $\frac{R_2^e}{R_2^\mu} = \frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2} = 2.3$

L'abbattimento del decadimento elettronico viene dall'elemento di matrice:

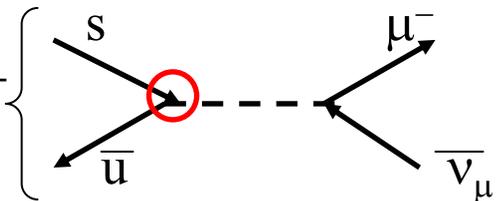
L'antineutrino è autostato dell'elicità (+1) e l'elettrone è "costretto" ad avere l'elicità "sbagliata" (+1) la cui



probabilità è rispetto al muone:

$$P(\lambda = +1) = 1 - \beta_{e^-} = \frac{2m_e^2}{m_\pi^2 + m_e^2} \text{ sfavorito}$$

Analogamente per il decadimento: $K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$



Dal rapporto $\frac{\Gamma_K}{\Gamma_\pi}$ l'angolo di Cabibbo?

($f_K = m_K \sin \theta_C$?)

$$\Rightarrow \Gamma_K = \frac{G^2 \sin^2 \theta_C f_K^2}{8\pi} \frac{1}{m_K^3} m_\mu^2 [m_K^2 - m_\mu^2]^2$$

Ma il decadimento $K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ Rappresenta il 63.44% dei possibili decadimenti

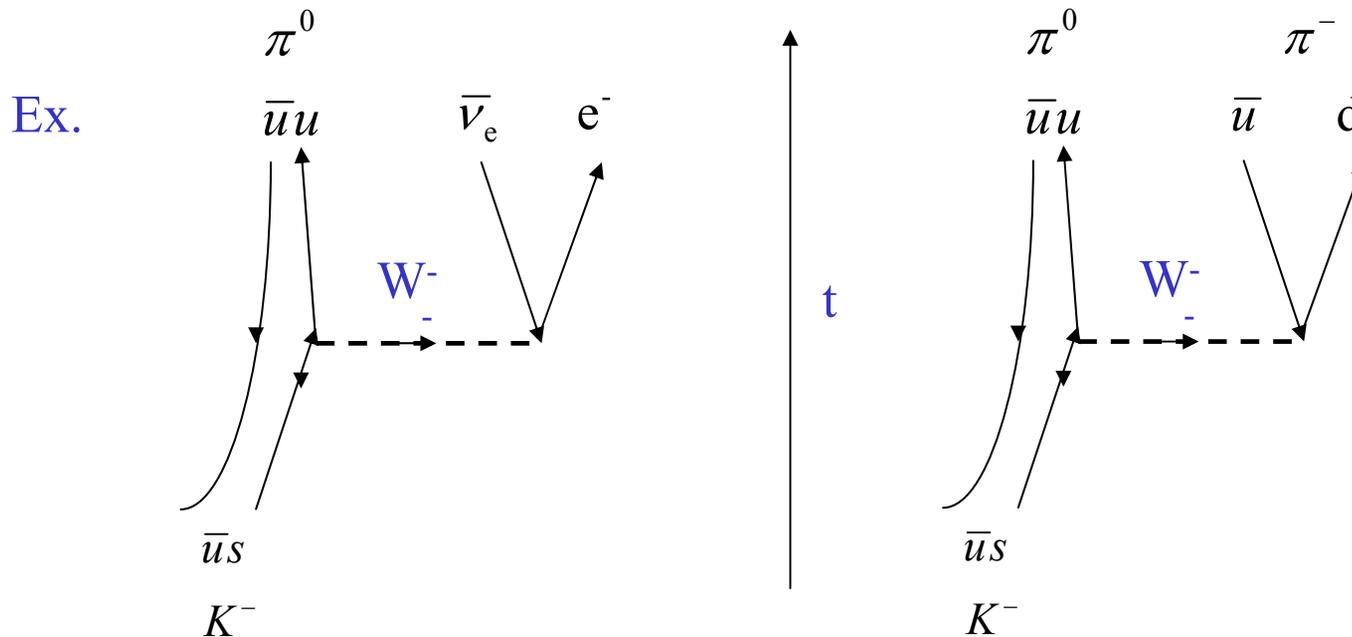
Il decadimento elettronico $K^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$ è fortemente soppresso (come per il π)

Ci sono decadimenti in tre corpi:

$K^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \pi^0, \mu^- \bar{\nu}_\mu \pi^0$, rispettivamente circa 5% e 3% (decadimenti semileptonici)

$K^- \rightarrow \pi^- \pi^0, \pi^- \pi^0 \pi^0, \pi^- \pi^+ \pi^-$, rispettivamente circa 21%, 2%, 6% (decadimenti adronici)

Sono decadimenti deboli dei quark che costituiscono il K^- ($s\bar{u}$)

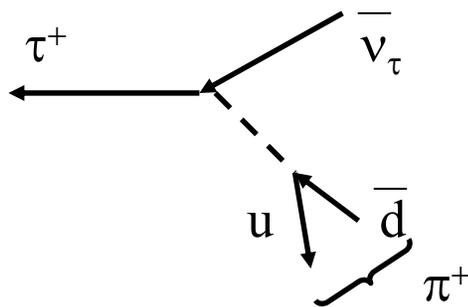


Torniamo al decadimento del π : $\Gamma_\pi = \frac{G^2 \cos^2 \theta_C}{8\pi} \frac{1}{m_\pi} m_\mu^2 [m_\pi^2 - m_\mu^2]^2 (f_\pi = m_\pi \cos \theta_C)$

Simmetria di crossing $\mu^+ \rightarrow \pi^+ \bar{\nu}_\mu$ Vietata però dallo spazio delle fasi.

Ma per il τ ($m_\tau \sim 1.800 \text{ GeV}$) è possibile: $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \bar{\nu}_\tau$

Nella Γ_π invertiamo la massa del pione con quella del leptone:



$$\Gamma(\tau^+ \rightarrow \pi^+ \bar{\nu}_\tau) = \frac{G^2 \cos^2 \theta_C}{8\pi} \frac{1}{m_\tau} m_\pi^2 [m_\tau^2 - m_\pi^2]^2$$

Attenzione: devo fare anche la media sugli spin iniziali: $\Gamma_\tau \rightarrow \frac{1}{2} \Gamma_\tau = 2.8 \cdot 10^{-13} \text{ GeV}$

Ma $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \bar{\nu}_\mu$ è solo uno dei canali di decadimento possibili (B.R. 11%, 65% e' adronico: attenti al colore!)

$(\tau \rightarrow e \nu \nu, \tau \rightarrow \mu \nu \nu, \tau \rightarrow \rho \nu, \tau \rightarrow \pi \pi \pi \nu, \dots)$

$$\Gamma_{tot} = \frac{\Gamma_\pi}{B.R.} = 2.5 \cdot 10^{-12} \text{ GeV} \Rightarrow \tau_\tau = \frac{1}{\Gamma_{tot}} = 6.57 \cdot 10^{-25} \cdot 0.4 \cdot 10^{-12} = 2.7 \cdot 10^{-13} \text{ s}$$

sperimentalmente $\tau_\tau = 2.9 \cdot 10^{-13} \text{ s}$

Matrice di Cabibbo Kobayashi Maskawa (CKM)

1973: generalizzazione della teoria di Cabibbo con 3 doppietti di quark: **almeno 3 generazioni sono necessarie per introdurre la violazione di CP (una fase irriducibile).**

La matrice V ha 9 elementi complessi:

18 numeri: ma è unitaria:

$$V_{\alpha\beta}^+ V_{\beta\alpha} = \delta_{\alpha\beta} \text{ (9 equazioni)} \Rightarrow 9 \text{ elementi}$$

Fase arbitraria per ciascun campo:

$9 - 3 \times 2 = 3$, ma V è invariata per una fase

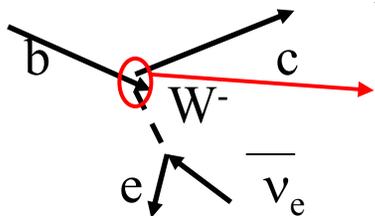
comune: $3 + 1 = 4$ **elementi indipendenti di cui uno e' una fase**

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{vmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Forma canonica (Kobayashi Maskawa) (tre angoli $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, + fattore di fase δ)

$$V = \begin{bmatrix} c_1 & s_1 c_1 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 c_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} c_i &= \cos \theta_i \\ s_i &= \sin \theta_i \end{aligned}$$

N.B. La V non è predicibile ma i suoi elementi sono estraibili dai dati sperimentali:

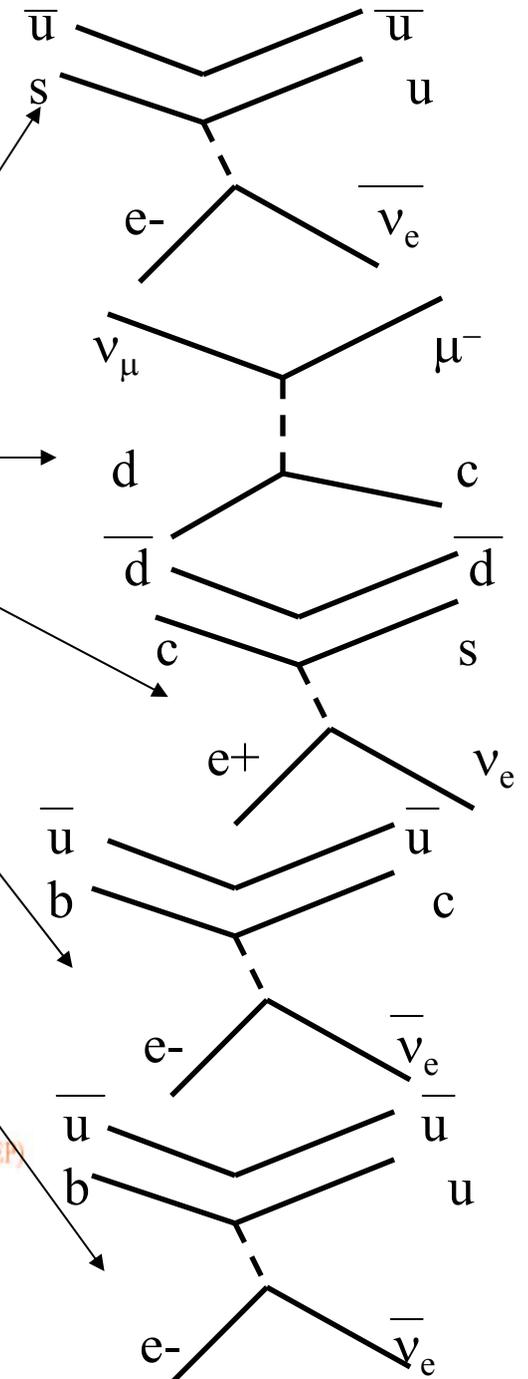


$$V_{cb} \quad \Gamma(b \rightarrow ce^- \bar{\nu}_e) = \frac{G^2 m_b^5}{192\pi} |V_{cb}|^2 F(m_c / m_b)$$

$F(m_c/m_b)$ è un fattore di spazio delle fasi (=1 nel caso si trascurino le masse finali)

CKM

CKM entry	Value	Source
$ V_{ud} $	0.9740 ± 0.0005 0.9731 ± 0.0015 0.9739 ± 0.0005	Nuclear β decay $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$
$ V_{us} $	0.2196 ± 0.0026	$K \rightarrow \pi e^- \bar{\nu}_e$
$ V_{cd} $	0.224 ± 0.016	$vd \rightarrow cX$
$ V_{cs} $	1.04 ± 0.16 0.97 ± 0.11	$D \rightarrow \bar{K} e^+ \nu_e$ $W^+ \rightarrow c \bar{s}$
$ V_{cb} $	0.0421 ± 0.0021 0.0414 ± 0.0011 0.0416 ± 0.0020	$B \rightarrow D^* l \bar{\nu}_l$ $b \rightarrow c l \bar{\nu}_l$
$ V_{ub} $	0.0033 ± 0.0005 0.0041 ± 0.0006 0.0036 ± 0.0005	$B \rightarrow \rho l \bar{\nu}_l$ $b \rightarrow u l \bar{\nu}_l$
$ V_{tb} / \sqrt{\sum_q V_{tq} ^2}$	$0.97^{+0.16}_{-0.12}$	$t \rightarrow bW / qW$



$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0.9967 \pm 0.0021$$

$$\sum_j (|V_{uj}|^2 + |V_{cj}|^2) = 2.039 \pm 0.025 \quad (\text{LEP})$$

Necessita di una terza famiglia
(deve fare 3)

Valori sperimentali

$$V_{CKM} = \begin{vmatrix} V_{ud} = 0.975 & V_{us} = 0.221 & V_{ub} = 0.005 \\ V_{cd} = 0.221 & V_{cs} = 0.974 & V_{cb} = 0.04 \\ V_{td} = 0.01 & V_{ts} = 0.041 & V_{tb} = 0.999 \end{vmatrix}$$

L'unitarietà connette valori differenti, es.

$$|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1$$

La matrice è quasi diagonale;

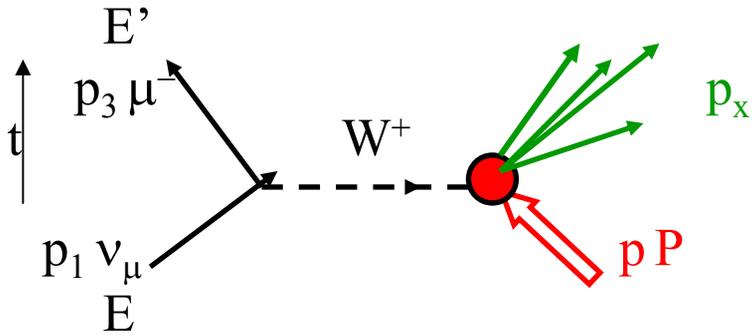
Gli elementi fuori diagonale delle III riga e della III colonna sono molto piccoli: la III generazione (t,b) è quasi disaccoppiata quindi la vita media dei b è “lunga” ($\sim 10^{-12}$ s) a dispetto del grande spazio delle fasi disponibile (m_b^5).

Ci sono altre generazioni di doppietti di quark?

Generalizzazione a n generazioni: $\frac{n(n-1)}{2}$ angoli; $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ fasi.

Ma abbiamo buone ragioni per pensare che ci siano solo 3 generazioni...

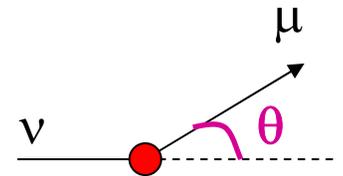
I neutrini per studiare la struttura della materia



$\nu_\mu N \rightarrow \mu^- X$ **Misura inclusive: si somma su tutti gli stati X, ancora, come nel DIS da elettrone, due variabili indipendenti. (Griffiths)**

Effetto dell'elemento di matrice costante: no propagatore!

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{G^2 E'^2}{2\pi^2} \left\{ 2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{E + E'}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2} W_3 \right\}$$



Se e N : $\frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$

Come nello scattering eN **Compare il termine W_3 come conseguenza del termine assiale nella corrente (V-A): e' permessa la violazione della parita'**

Le funzioni di struttura W_1, W_2, W_3 sono funzioni di due variabili cinematiche indipendenti ad es. (Q^2, ν) . Anche in questo caso, se l'interazione di neutrini è con i componenti elementari del nucleone (i quark) vale lo scaling di Bjorken:

$$\begin{aligned} MW_1(Q^2, \nu) &\rightarrow F_1(x); \\ \nu W_2(Q^2, \nu) &\rightarrow F_2(x) \text{ e } F_2 = 2xF_1; \\ \nu W_3(Q^2, \nu) &\rightarrow F_3(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-q^2}{2q \cdot p} \xrightarrow{LAB} \frac{-q^2}{2M(E - E')} \\ y &= \frac{q \cdot p_2}{p_1 \cdot p_2} \xrightarrow{LAB} \frac{E - E'}{E} \end{aligned}$$

$$\frac{d\sigma}{dx dy} = \frac{G^2 s}{2\pi} \left\{ F_2 \frac{1 + (1-y)^2}{2} + x F_3 \frac{1 - (1-y)^2}{2} \right\}$$

Per un $\bar{\nu}$ incidente (invece di un ν) $F_3 \rightarrow -F_3$ ($\gamma_5 \rightarrow -\gamma_5$): *proiettore destrorso* $\frac{(1+\gamma_5)}{2}$

Un po' di cinematica:

interazione neutrino-quark:

\hat{t}, \hat{s} variabili di Mandelstam nel c.m. (νq)

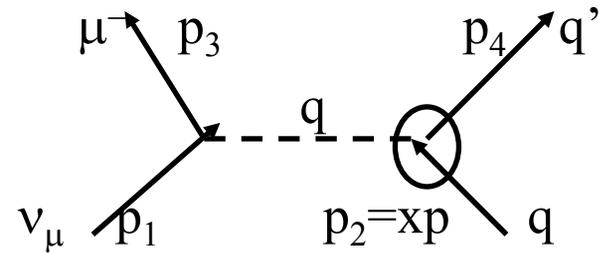
$\hat{\theta}$ angolo di scattering nel c.m. (νq)

$$y = \frac{\nu}{E} = \frac{2M\nu}{2ME} = \frac{2M\nu}{s} = \frac{Q^2}{xs} = \frac{-(p_1 - p_3)^2}{xs} = -\frac{\hat{t}}{\hat{s}}$$

$$\xrightarrow{c.m.} \frac{\hat{s}(1 - \cos \hat{\theta})}{2\hat{s}} = \frac{(1 - \cos \hat{\theta})}{2} = \sin^2 \frac{\hat{\theta}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dy = d \cos \theta / 2$$

$$\hat{s} = (xp + p_1)^2 \approx x^2 p_1 p = xs \text{ (trascurando le masse)}$$



Torniamo a: $\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$ o anche $\nu_\mu + d \rightarrow \mu^- + u$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (c.m.) = \frac{1}{2} \left[\frac{g_w^2 E}{4\pi M_w^2} \right]^2 = \frac{G^2 (2E)^2}{4\pi^2} = \frac{G^2 s}{4\pi^2} \quad \frac{d\sigma}{dy} = 2 \frac{d\sigma}{d \cos \hat{\theta}} = 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\pi} G^2 s \text{ (uniforme in } y)$$

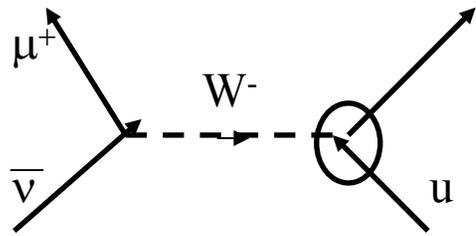
Andiamo nel laboratorio dove $s=2ME$:

$$\frac{d\sigma}{dy} = \frac{2}{\pi} G^2 ME = \frac{G^2 s}{\pi} \text{ (uniforme in } y)$$

N.B. Sono passato dal c.m. al lab. conservando la uniformita' in y perchè y è invariante di Lorentz;

Non è vero per $d\sigma/d\Omega$

Nel caso di scattering di antineutrino: $\bar{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \mu^+ + \nu_e$ o anche: $\bar{\nu}_\mu + u \rightarrow \mu^+ + d$

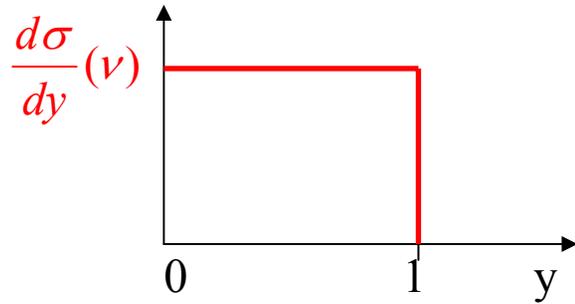


$$d \frac{d\sigma}{d\Omega}(\bar{\nu}) = \frac{G^2}{4\pi^2} \frac{s}{2} (1 + \cos\theta)^2 = \frac{G^2}{4\pi^2} \frac{u^2}{s}$$

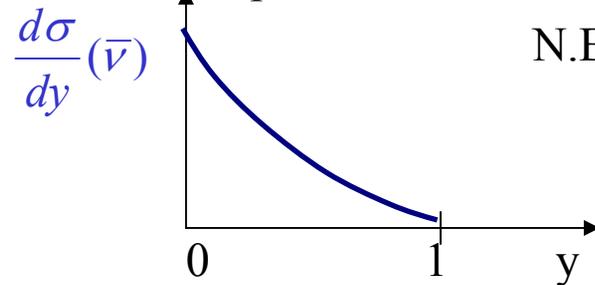
$$u = -\frac{s}{2}(1 + \cos\theta) = -s(1 - y), d \cos\theta = -2dy$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{dy} |_{\bar{\nu}} = \frac{1}{\pi} G^2 s (1 - y)^2$$

y è l'energia (frazionaria rispetto a quella incidente) presa dal sistema X del protone frammentato

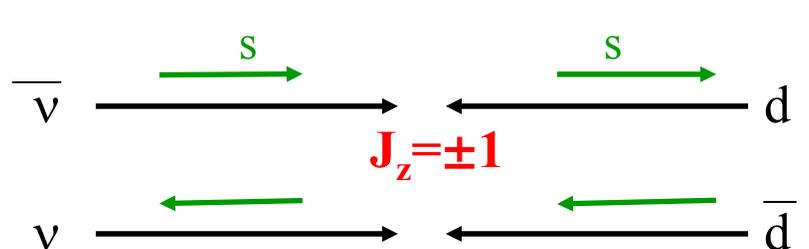
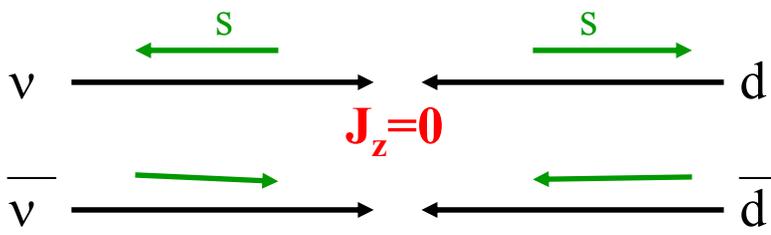


sistema X del protone frammentato



N.B. $y=1 \Rightarrow \cos\hat{\theta} = -1$:
back scattering

Perchè questa differenza nella distribuzione angolare (y)? Andiamo nel c.m.:



Nel caso di antineutrino-quark o neutrino-antiquark uno scattering a 180° è impossibile per la conservazione del momento angolare

$$\Rightarrow \sigma(\nu q) = \sigma(\bar{\nu} \bar{q}) = 3\sigma(\bar{\nu} q) = 3\sigma(\nu \bar{q})$$

Interazioni neutrini-quark

$$S \rightarrow \widehat{S} = \chi S$$

Pr ocesso ele mentare

	$\frac{d\sigma}{dy} \Big/ \frac{G^2 \chi S}{\pi}$	$\frac{\sigma}{\pi} \Big/ \frac{G^2 \chi S}{\pi}$	
$\nu_\mu d \rightarrow u \mu^-, \bar{\nu}_\mu \bar{d} \rightarrow \bar{u} \mu^+$	$\cos^2 \theta_C$	$\cos^2 \theta_C$	
$\nu_\mu s \rightarrow u \mu^-, \bar{\nu}_\mu \bar{s} \rightarrow \bar{u} \mu^+$	$\sin^2 \theta_C$	$\sin^2 \theta_C$	
$\nu_\mu \bar{u} \rightarrow \bar{d} \mu^-, \bar{\nu}_\mu u \rightarrow d \mu^+$	$(1-y)^2 \cos^2 \theta_C$	$1/3 \cos^2 \theta_C$	
$\nu_\mu \bar{u} \rightarrow \bar{s} \mu^-, \bar{\nu}_\mu u \rightarrow s \mu^+$	$(1-y)^2 \sin^2 \theta_C$	$1/3 \sin^2 \theta_C$	
$\nu_\mu u \rightarrow d \mu^+, \bar{\nu}_\mu \bar{u} \rightarrow \bar{d} \mu^-$	0	0	} Numero leptonic
$\nu_\mu u \rightarrow s \mu^+, \bar{\nu}_\mu \bar{u} \rightarrow \bar{s} \mu^-$	0	0	
$\nu_\mu u \rightarrow d \mu^-, \bar{\nu}_\mu \bar{u} \rightarrow \bar{d} \mu^+$	0	0	} Carica elettrica
$\nu_\mu u \rightarrow s \mu^-, \bar{\nu}_\mu \bar{u} \rightarrow \bar{s} \mu^+$	0	0	

Lo scattering di neutrino su nucleone può essere scritto come sovrapposizione **incoerente** di scattering su quark e antiquark pesato con la sezione d'urto e la densità di quark e antiquark .

$$\frac{d\sigma}{dx dy} = \frac{2G^2 ME}{\pi} \left\{ xQ(x) + x\bar{Q}(x)(1-y)^2 \right\} (\cos\theta_C = 1, 2ME x = \hat{s})$$

$$\frac{d\sigma}{dx dy} = \frac{G^2 2ME}{2\pi} \left\{ (F_2(x) + xF_3(x)) + (F_2(x) - xF_3(x))(1-y)^2 \right\}$$

Per cui

$$F_2^{\nu N}(x) = 2x[Q(x) + \bar{Q}(x)]$$

$$xF_3^{\nu N}(x) = 2x[Q(x) - \bar{Q}(x)]$$

Separando tra neutroni e protoni e assumendo $d^n(x) = u(x), u^n(x) = d(x)$

$$F_2^{\nu p}(x) = 2x[d(x) + \bar{u}(x)]$$

$$F_2^{\nu n}(x) = 2x[u(x) + \bar{d}(x)]$$

$$F_3^{\nu p}(x) = 2[d(x) - \bar{u}(x)]$$

$$F_3^{\nu n}(x) = 2[u(x) - \bar{d}(x)]$$

\implies Le funzioni di struttura di neutrino sono
 \implies sensibili al contenuto di antiquark di protone
 \implies e neutrone

Se il protone è (uud) l'eccesso di u rispetto a antiu è 2 e quello di d rispetto a anti-d è 1:

$$\int_0^1 dx [u(x) - \bar{u}(x)] = 2; \int_0^1 dx [d(x) - \bar{d}(x)] = 1$$

Su targhetta isoscalare:

$$3 = \int_0^1 dx [u(x) + d(x) - \bar{u}(x) - \bar{d}(x)] = \frac{1}{2} \int_0^1 dx [F_3^{vp} + F_3^{vn}] = \int_0^1 dx F_3^{\nu N}$$

Regola di somma di Gross-Llewellyn Smith; sperim. = 3.2 ± 0.5

Nel caso elettromagnetico: ($F_2(x) = x \sum_i Q_i^2 f_i(x)$):

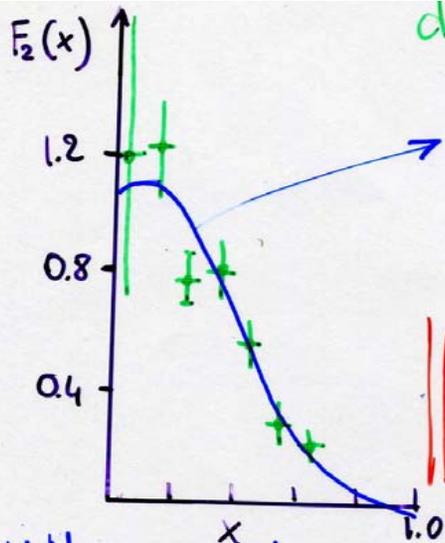
$$\begin{aligned} F_2^{eN} &= \frac{1}{2} (F_2^{ep} + F_2^{en}) = \frac{1}{2} x \left\{ \frac{4}{9} [u(x) + \bar{u}(x)] + \frac{1}{9} [d(x) + \bar{d}(x) + s(x) + \bar{s}(x)] + \frac{4}{9} [d(x) + \bar{d}(x)] + \frac{1}{9} [u(x) + \bar{u}(x) + s(x) + \bar{s}(x)] \right\} = \\ &= \frac{5}{18} x(u + \bar{u} + d + \bar{d}) + \frac{1}{9} x(s + \bar{s}) \end{aligned}$$

Nel caso di interazioni di neutrino: $F_2^{\nu N} = \frac{1}{2} [F_2^{vp} + F_2^{vn}] = x(u + d + \bar{u} + \bar{d})$

Trascurando il contributo degli s, su targhetta isoscalare

Sensibile alla carica elettrica dei quark.

$$\frac{F_2^{\nu N}}{F_2^{eN}} = \frac{18}{5}$$

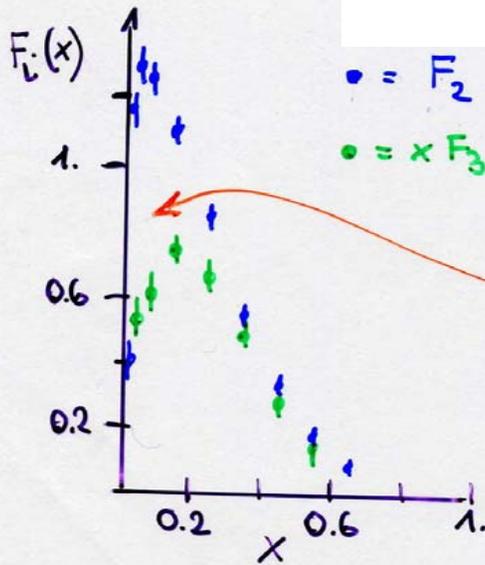


Dati sperimentali $F_2^{\nu N}$

Dati sperimentali F_2^{eN} dopo il fit e scalati di 18/15

E' corretta l'assegnazione della carica elettrica dei quark

$(F_2^{\nu N} - x F_3^{\nu N})$ estrae le distribuzioni di $x\bar{q}(x): x(\bar{u}(x), \bar{d}(x))$

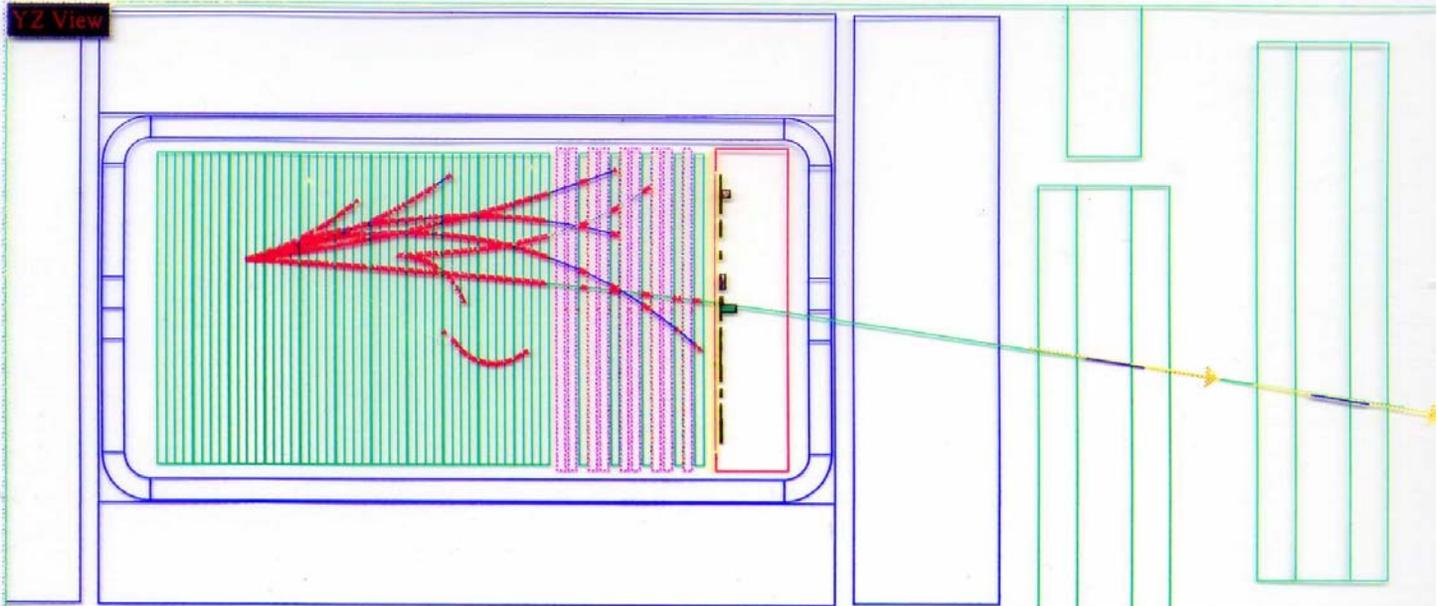


$30 < E_\nu < 200 \text{ GeV}$

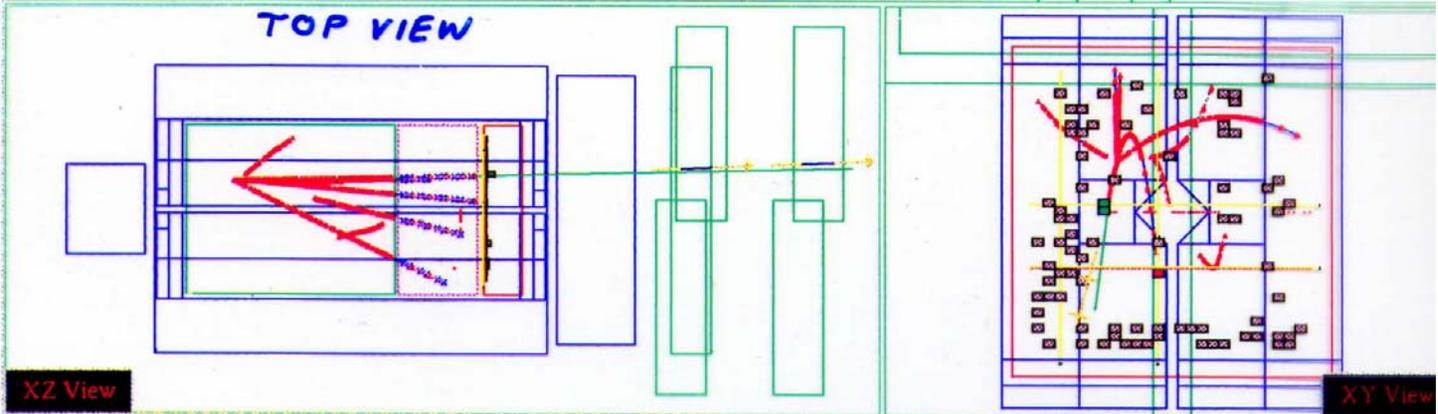
La distribuzione dei quark di mare $x\bar{q}(x)$ è concentrata a piccoli x

$$V_H + N \rightarrow \mu^- + X$$

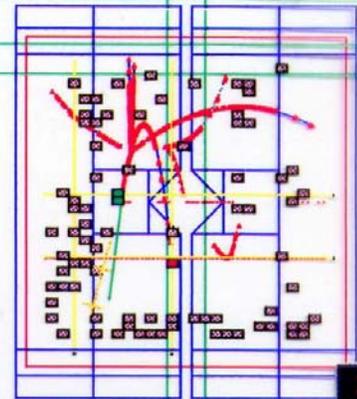
SIDE VIEW (L to \vec{B})



TOP VIEW



\vec{B} ↑



END VIEW

ν_μ da $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu, K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$

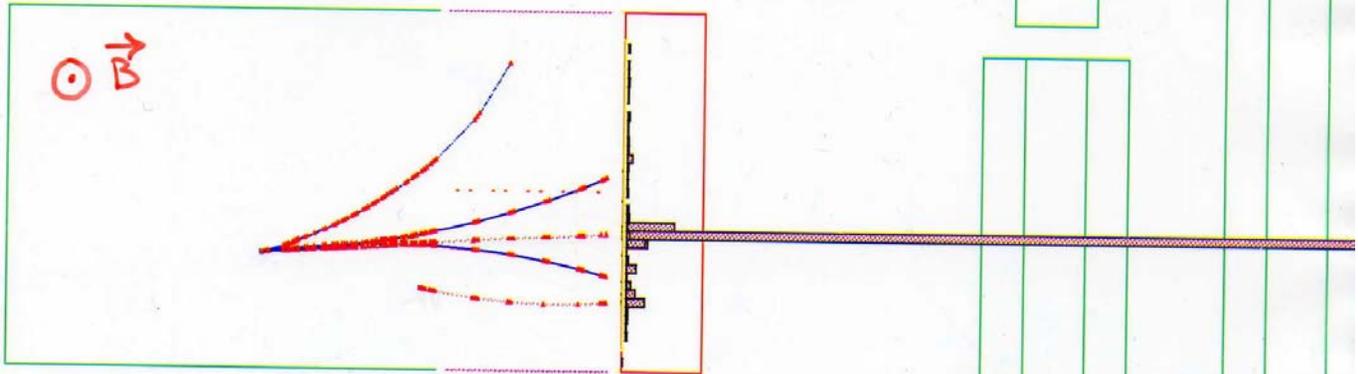
ν_e da K_{e3} :
 $\left\{ \begin{array}{l} K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e \\ K^- \rightarrow \pi^0 e^- \nu_e \end{array} \right.$

NOMAD

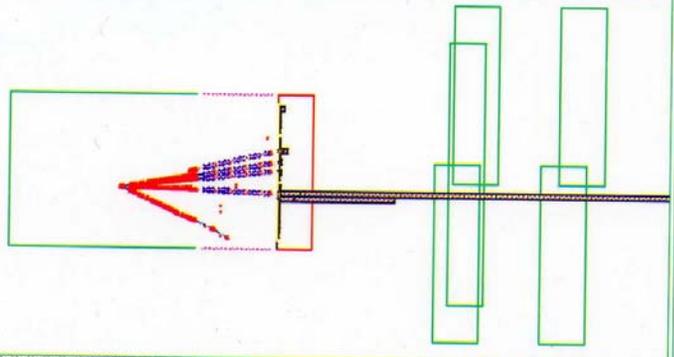
ν_e CC interaction

$\nu_e + N \rightarrow e^- + X$
 $E_{\nu_e} \sim 30 \text{ GeV}$

YZ View



XZ View



XY View

Interazioni DIS di antineutrini

Nel caso di interazioni $\bar{\nu} N$, $F_3 \rightarrow -F_3$ ($(1-\gamma_5) \Rightarrow (1+\gamma_5)$)

$$\frac{d\sigma}{dx dy}(\bar{\nu} N) = \frac{G^2 2ME}{2\pi} \left\{ (F_2(x) - xF_3(x)) + (F_2(x) + xF_3(x))(1-y)^2 \right\}$$

Ora la distribuzione in y è uniforme sugli antiquark e va come $(1-y)^2$ sui quark:

$$\frac{d\sigma}{dx dy}(\bar{\nu} N) = \frac{2G^2 ME}{\pi} \left\{ x\bar{Q}(x) + xQ(x)(1-y)^2 \right\}$$

Da cui ancora:

$$F_2^{\bar{\nu} N}(x) = 2x[\bar{Q}(x) + Q(x)] \text{ se } N = p$$
$$xF_2^{\bar{\nu} p}(x) = 2x[\bar{d}(x) + u(x)]$$

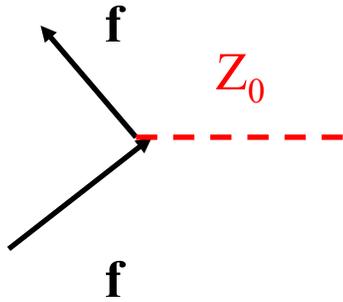
Allora:

$$I_A \equiv \int_0^1 \frac{F_2^{\bar{\nu} p} - F_2^{\nu p}}{x} dx = 2 \int \left\{ [\bar{d}(x) - d(x)] + [u(x) - \bar{u}(x)] \right\} dx = 2$$

Regola di somma di Adler: sperimentalmente $I_A = 2.202 \pm 0.4$

N.B. La misura è difficile: su targhetta isoscalare (o approssimata) $I_A \sim 0$

Correnti deboli neutre



Mediatore un bosone massivo neutro: Z_0

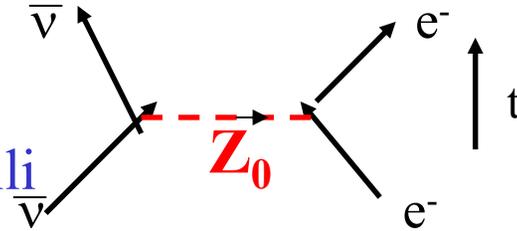
Il fermione iniziale è eguale a quello finale:

$$\mu^- \not\rightarrow e^- Z_0; s \not\rightarrow d Z_0$$

1973: eventi:

$\bar{\nu}_\mu e \rightarrow \bar{\nu}_\mu e$ evento con un elettrone singolo

$\bar{\nu}_\mu N \rightarrow \bar{\nu}_\mu N; \nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu N$ con solo adroni visibili



Fatti: le sezioni d'urto per processi deboli neutri sono circa 1/3 di quelli equivalenti di corrente carica e esiste anche un'ulteriore complicazione la corrente non è pura (V-A) ($\gamma_\mu(1-\gamma_5)$):

$$-i \frac{g_Z}{2} \gamma_\mu [C_V^f - C_A^f \gamma_5]$$

Con i coefficienti C_V e C_A che dipendono dal tipo f di fermione in gioco

Occorre un modello elettrodebole unificato (GWS): si introduce un nuovo parametro: θ_W che lega g_W, g_Z e e :

$$g_e = e; g_W = \frac{g_e}{\sin \theta_W}; g_Z = \frac{g_e}{\sin \theta_W \cos \theta_W}$$

I leptoni e i quark sono organizzati in doppietti di isospin debole (T, T_3):

$$T_3 = 1/2$$

$$T_3 = -1/2$$

$$\begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ b \end{bmatrix}$$

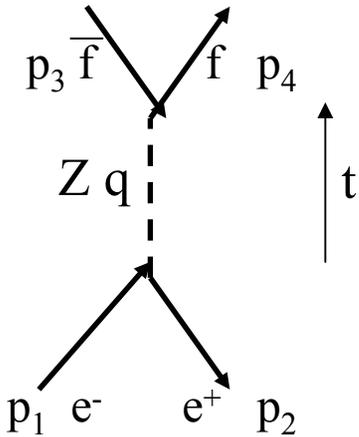
$$C_V^i = T_3 - 2q_i \sin^2 \theta_W; \text{ ex: } C_V^v = \frac{1}{2}, C_V^e = -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W; C_V^u = -\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W, C_V^d = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$$

$$C_A^i = T_3^i; \text{ ex. } C_A^v = C_A^u = \frac{1}{2}; C_A^e = C_A^d = -\frac{1}{2}$$

Anche M_W e M_Z sono connesse: $M_W = M_Z \cos \theta_W$; $g_W^2 = \frac{e^2}{\sin^2 \theta_W} = \frac{4\pi\alpha}{\sin^2 \theta_W}$, $\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{8M_W^2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow M_W = \left[\frac{\pi\alpha}{G_F \sin^2 \theta_W \sqrt{2}} \right]^{1/2} \approx 80 \text{ GeV}$$

Produciamo lo Z: $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow f\bar{f}$; $q\bar{q} \rightarrow Z \rightarrow f\bar{f}$ (in interazioni adroniche)

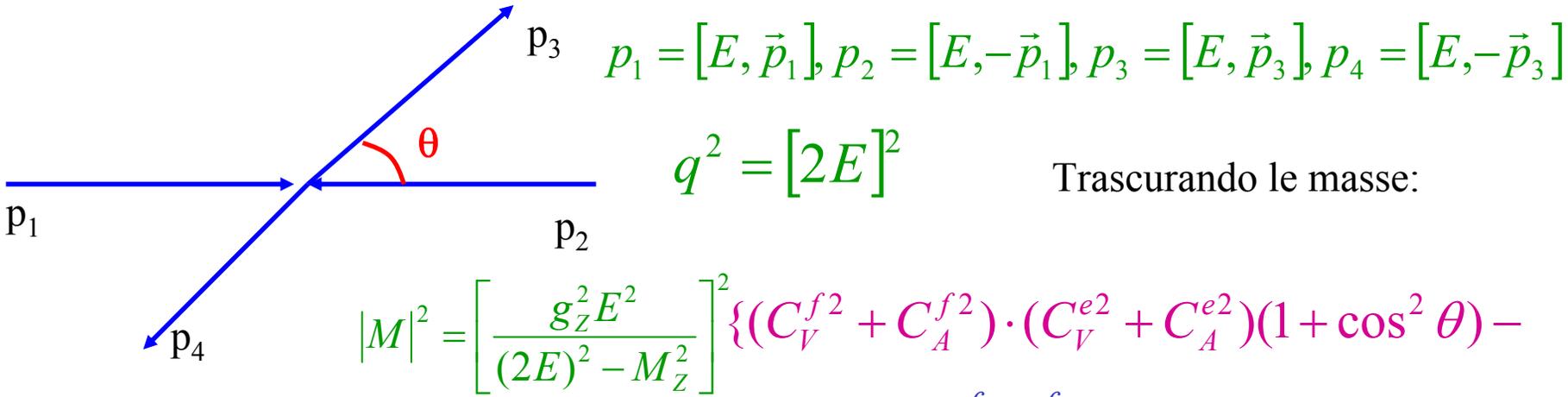


$$M = \frac{-g_Z^2}{4(q^2 - M_Z^2)} \left[\bar{u}(4) \gamma^\mu (C_V^f - C_A^f \gamma^5) v(3) \right]$$

$$\left[g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{M_Z^2} \right] \left[\bar{v}(2) \gamma^\nu (C_V^e - C_A^e \gamma^5) u(1) \right]$$

Come in $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$

$$|M|^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{g_Z^2}{q^2 - M_Z^2} \right]^2 \left\{ (C_V^{f2} + C_A^{f2})(C_V^{e2} + C_A^{e2}) \cdot [(p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3)] + \right. \\ \left. 4C_V^f C_A^f C_V^e C_A^e [(p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_4) - (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3)] \right\}$$

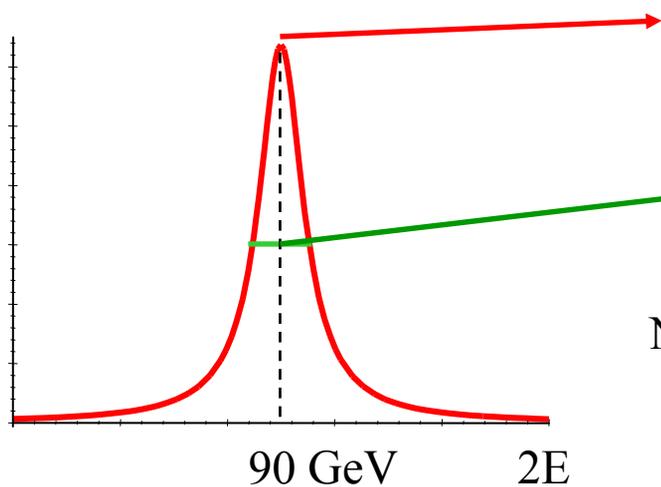


$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{8\pi} \right)^2 \frac{|M|^2}{(E_1 + E_2)^2} \frac{|\vec{p}_f|}{|\vec{p}_i|} = \frac{g_Z^4 E^2}{16\pi [(2E)^2 - M_Z^2]^2 + (M_Z \Gamma_Z)^2} \left\{ (C_V^{f2} + C_A^{f2}) \cdot (C_V^{e2} + C_A^{e2})(1 + \cos^2 \theta) - \right. \\ \left. - 8C_V^f C_A^f C_V^e C_A^e \cos \theta \right\}$$

Propagatore particella instabile: Γ_Z

$$\sigma = \int_{-1}^1 \frac{d\sigma}{d\Omega} d \cos \theta = \frac{g_Z^4 E^2 (C_V^{f2} + C_A^{f2})(C_V^{e2} + C_A^{e2})}{48\pi [(2E)^2 - M_Z^2]^2 + (M_Z \Gamma_Z)^2}$$

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \mu^+ \mu^-)$$



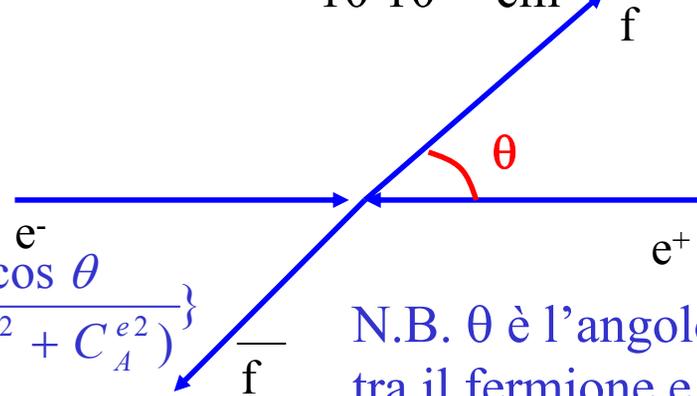
$$\sigma(\text{picco}) = 1.7 \cdot 10^{-33} \text{ cm}^2 \text{ (dipende da } \Gamma_Z)$$

$\Gamma_Z \sim 2.5 \text{ GeV}$, a questo livello
e' un parametro libero

N.B. $\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-) = \frac{4}{3} \frac{\alpha^2}{s} = \frac{4}{3} \frac{\alpha^2}{(90 \text{ GeV})^2} = 10 \cdot 10^{-36} \text{ cm}^2$

Distribuzione angolare in $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \mu^+ \mu^-$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = K \left\{ (1 + \cos^2 \theta) + \frac{8C_V^f C_A^f C_V^e C_A^e \cos \theta}{(C_V^{f2} + C_A^{f2}) \cdot (C_V^{e2} + C_A^{e2})} \right\}$$



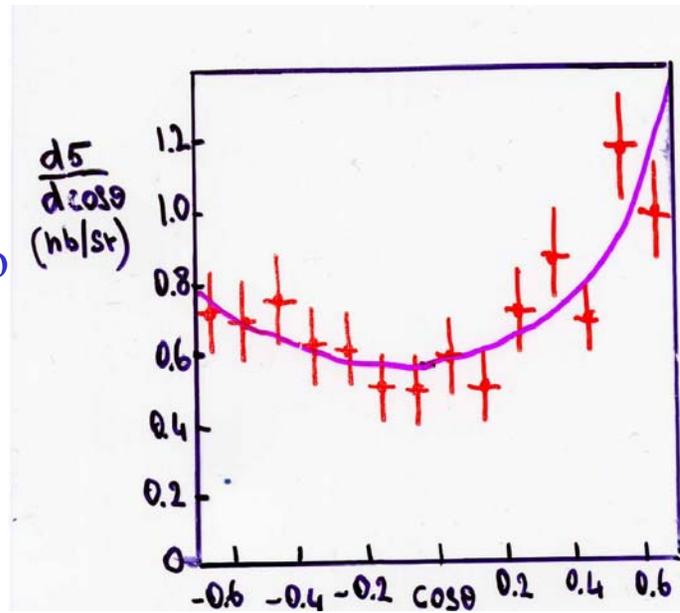
N.B. θ è l'angolo
tra il fermione e e^-

definiamo: $A_e = \frac{2C_V^e C_A^e}{C_V^{e2} + C_A^{e2}}$; $A_f = \frac{2C_V^f C_A^f}{C_V^{f2} + C_A^{f2}}$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = K \left\{ 1 + \cos^2 \theta + 2A_e A_f \cos \theta \right\}$$

$$A_{FB} = \frac{\int_0^1 \frac{d\sigma}{d\Omega} - \int_{-1}^0 \frac{d\sigma}{d\Omega}}{\int_0^1 \frac{d\sigma}{d\Omega} + \int_{-1}^0 \frac{d\sigma}{d\Omega}} = \frac{3}{4} A_e A_f$$

L'asimmetria
Forw/Back dipende
dai C_V che dipendono
da $\sin^2\theta_W$)



Dati LEP: $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$

$$C_V^e = C_V^\mu = -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W, \text{ se } \sin^2 \theta_W = 0.23 \Rightarrow C_V^e = -0.04 \text{ (piccolo)} \Rightarrow$$

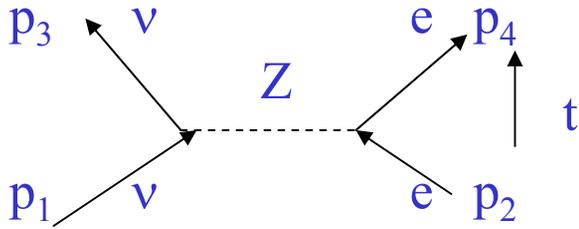
$$A_{FB}^{\text{misurato}} = (2.52 \pm 0.06)\%$$

$$\Rightarrow C_A = -0.51 \pm 0.002; C_V = -0.045 \pm 0.006 \text{ (media LEP)}$$

Converrebbe usare i quark d,s, **b**: $A_{FB}^b \sim 12\%$.

$$C_V^b = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W, C_A^b = -\frac{1}{2}$$

Scattering elastico $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$



Stessa ampiezza dell'annichilazione $e^+e^- \rightarrow \bar{f}\bar{f}$
 con $\mathbf{p}_2 \Leftrightarrow -\mathbf{p}_3$ e $C_A^f=1/2$, $C_V^f=1/2$ ($f=\nu$)
 La media sugli spin iniziali fa dividere ora
 per 2 invece che per 4.

$$|M|^2 = \left[\frac{g_Z^2}{M_Z^2} \right]^2 \left\{ (C_V^2 + C_A^2) \frac{1}{2} \cdot [(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3)] + \right. \\ \left. + C_V C_A [(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) - (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3)] \right\}$$

Propagatore semplificato

$$|M|^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{g_Z^2}{M_Z^2} \right]^2 \left\{ (C_V + C_A)^2 \cdot (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (C_V - C_A)^2 (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) \right\}$$

Andiamo nel c.m. $p_1 = [E, \vec{p}_1]$, $p_2 = [E, -\vec{p}_1]$, $p_3 = [E, \vec{p}_3]$, $p_4 = [E, -\vec{p}_3]$

$$(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) = 2E^2 2E^2 \quad (p_1 \cdot p_4)(p_3 \cdot p_2) = E^4 (1 + \cos\theta)^2 = 4E^4 \cos^4 \frac{\theta}{2} \quad \begin{array}{l} \theta \text{ angolo} \\ \text{tra i due } \nu \end{array}$$

$$E_1 = E_2 = E = |\vec{p}_f| = |\vec{p}_i|$$

$$|M|^2 = 2 \left[\frac{g_Z^2 E^2}{M_Z^2} \right]^2 \left\{ (C_V + C_A)^2 + (C_V - C_A)^2 \cos^4 \frac{\theta}{2} \right\}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{8\pi} \right)^2 \frac{|M|^2}{(E_1 + E_2)^2} \frac{|\vec{p}_f|}{|\vec{p}_i|} = \frac{2g_Z^4 E^2}{\pi^2 [4M_Z^2]^4} [(C_V + C_A)^2 + (C_V - C_A)^2 \cos^4 \frac{\theta}{2}]$$

Nel caso di $\nu_\mu e^- \rightarrow \mu^- \nu_e$
 corrente carica era
 indipendente da θ ($C_V=C_A$)

Il primo evento di corrente neutra osservato

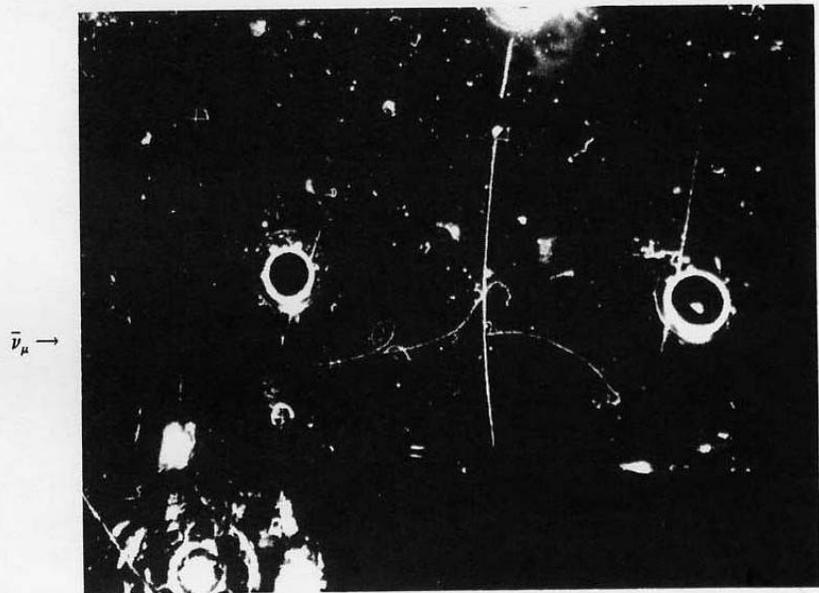
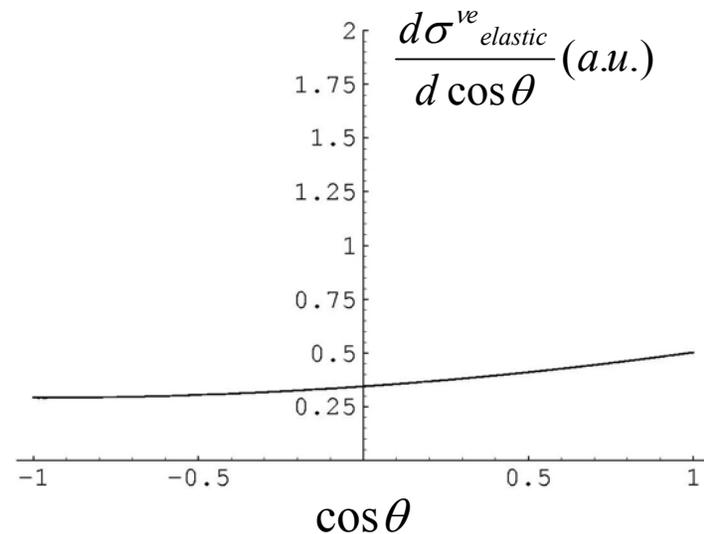
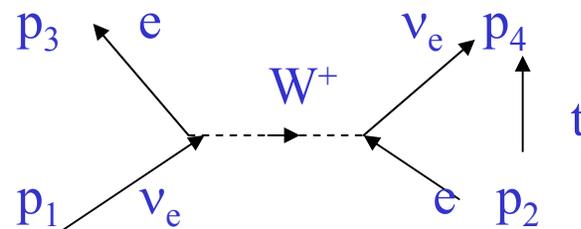
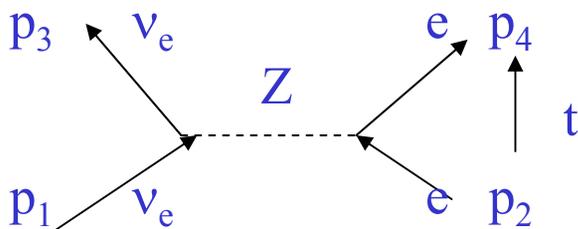


Figure 10.6 The first picture of a neutral weak process ($\bar{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e^-$). The neutrino enters from the left (leaving no track), and strikes an electron, which moves off horizontally to the right, emitting two photons (which show up in the picture only when they subsequently produce electron-positron pairs) as it slows down and spirals inward in the superimposed magnetic field. (Photo courtesy CERN.)

$$\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$$



Da notare che nel caso di scattering $\nu_e e \rightarrow \nu_e e$ contribuiscono sia l'interazione di corrente neutra che quella di corrente carica.



$$\sigma_{el}^{ve} = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{g_Z}{2M_Z} \right)^4 E^2 (C_V^2 + C_A^2 + C_V C_A)$$

$$se: C_V^e = -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W, C_A^e = -\frac{1}{2} \quad \sigma_{el}^{ve} = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{g_Z}{2M_Z} \right)^4 E^2 (3/4 - 2 \sin^2 \theta_W + 4 \sin^4 \theta_W)$$

Da paragonare a $\sigma(\nu_\mu e \rightarrow \mu^- \nu_e) = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{g_W}{M_W} \right)^4 E^2$

$$con \quad g_Z = \frac{g_W}{\cos \theta_W}; M_Z = \frac{M_W}{\cos \theta_W}$$

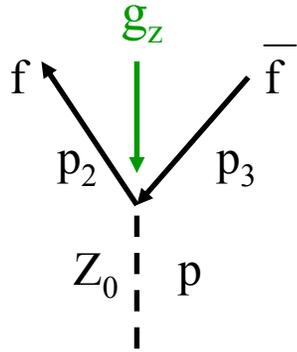
$$\frac{\sigma(ve \rightarrow ve)}{\sigma(ve \rightarrow \mu \nu_e)} = \frac{1}{4} - \sin^2 \theta_W + \frac{4}{3} \sin^4 \theta_W$$

Sensibile all'angolo di Weinberg: se $\sin^2 \theta_W = 0.23$

$$\frac{\sigma(ve \rightarrow ve)}{\sigma(ve \rightarrow \mu \nu_e)} \equiv \frac{\sigma^{NC}}{\sigma^{CC}} = 0.09 \quad \text{In accordo con i dati sperimentali}$$

Esercizio: se l'interazione è su nucleoni (quark) quanto vale $\frac{\sigma^{NC}}{\sigma^{CC}}$?

Larghezze parziali dei bosoni W,Z



$$M = \frac{-ig_Z}{2} \varepsilon^\mu \left[\bar{u}(p_2) \gamma_\mu (C_V^f - C_A^f \gamma_5) v(p_3) \right]$$

Modulo quadro e somma spin fermioni e media spin $Z_0(\varepsilon_\mu)$

$$|M|^2 = \frac{g_Z^2}{3} [(C_V^{f2} + C_A^{f2})] M_Z^2; \text{ abbiamo trascurato le masse finali: } |\vec{p}_2| = \frac{M_Z}{2}$$

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi} \frac{1}{M_Z} |M|^2 \frac{|\vec{p}_2|}{M_Z} = \frac{1}{48} \frac{g_Z^2}{\pi} [C_A^{f2} + C_V^{f2}] M_Z =$$

$$\frac{1}{48\pi} \frac{g_W^2 M_Z}{\cos^2 \theta_W} [C_A^{f2} + C_V^{f2}] = \frac{G}{6\sqrt{2}\pi} \frac{M_W^2}{\cos^2 \theta_W} M_Z [C_A^{f2} + C_V^{f2}] \Rightarrow$$

$$\Gamma_Z = \frac{G}{6\sqrt{2}\pi} M_Z^3 [C_A^{f2} + C_V^{f2}]$$

Sensibile ai coefficienti C_A^f e C_V^f

Con gli opportuni C_A e C_V dei vari fermioni:

$$\begin{aligned}
 \Gamma(\nu\bar{\nu}) &= \frac{GM_Z^3}{6\sqrt{2}\pi} \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] &= 166.2 \text{ MeV} \\
 \Gamma(\ell\bar{\ell}) &= \quad " \quad \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_W\right)^2 \right] &= 83.5 \text{ MeV} \\
 \Gamma(u\bar{u}, c\bar{c}) &= \quad " \quad \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\sin^2\theta_W\right)^2 \right] \times 3 &= 295 \text{ MeV} \\
 \Gamma(d\bar{d}, s\bar{s}, b\bar{b}) &= \quad " \quad \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\sin^2\theta_W\right)^2 \right] \times 3 &= 381 \text{ MeV}
 \end{aligned}$$

COLORE

La larghezza totale dello Z dipende dal numero di famiglie dei fermioni:

per 3 famiglie di fermioni: $\Gamma_Z(\text{tot}) = 2.478 \text{ GeV}$ (exp. 2.4952 ± 0.0023)

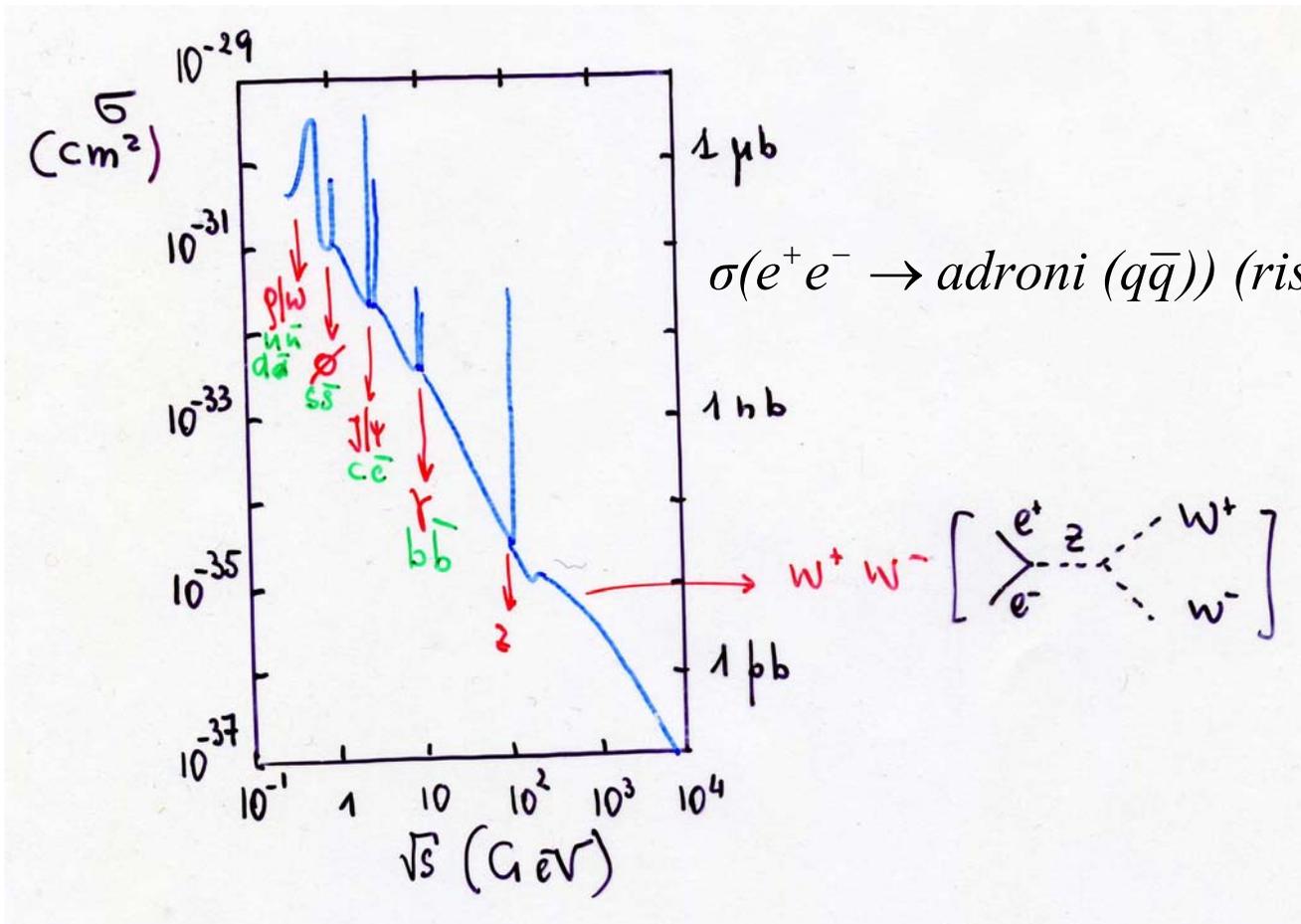
Un'ulteriore famiglia leptonica (ν_X, X) contribuirebbe con 166.2 MeV.

Il B.R. del canale leptone/antileptone (ex. $e^+ e^-$) che è misurabile "facilmente" è solo il 3.3% ($83.5 \text{ MeV}/2478 \text{ MeV}$).

Il canale "invisibile" $\Gamma(Z \rightarrow \nu\bar{\nu})$ è circa il 20%.

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow q\bar{q}(\text{adroni})) = \sigma(e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \mu^+\mu^-) \frac{\Gamma_{q\bar{q}}}{\Gamma_{\mu^+\mu^-}} =$$

$$1.74 \cdot 10^{-33} \frac{1733}{83.5} \approx 36 \cdot 10^{-33} \text{ cm}^2$$



Ci sono altri ν oltre a $\nu_e \nu_\mu \nu_\tau$?

La distribuzione di massa di una risonanza è descritta da una Breit e Wigner:

$$P(m) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma}{\Gamma^2/4 + (m - m_0)^2}$$

Dove m_0 è la massa della particella e Γ la sua larghezza totale: somma di tutte le larghezze parziali in tutti i possibili canali di decadimento:

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} = 6.58 \cdot 10^{-22} \text{ MeV} \cdot \text{s} / \tau(\text{s})$$

La larghezza totale dello Z: Γ_Z :

$$\Gamma_Z = \Gamma(e^+e^-) + \Gamma(\mu^+\mu^-) + \Gamma(\tau^+\tau^-) + \\ + \Gamma(u\bar{u}) + \Gamma(d\bar{d}) + \Gamma(s\bar{s}) + \Gamma(c\bar{c}) + \Gamma(b\bar{b}) + \\ + N_\nu \times \Gamma(\nu\bar{\nu})$$

N_ν numero di tipi di neutrini (con $m_\nu < Z/2$) ($\Gamma(\nu\bar{\nu}) = 166.2 \text{ MeV}$ se $m_\nu = 0$)

Misura della larghezza dello Z \Leftrightarrow misura del numero di neutrini

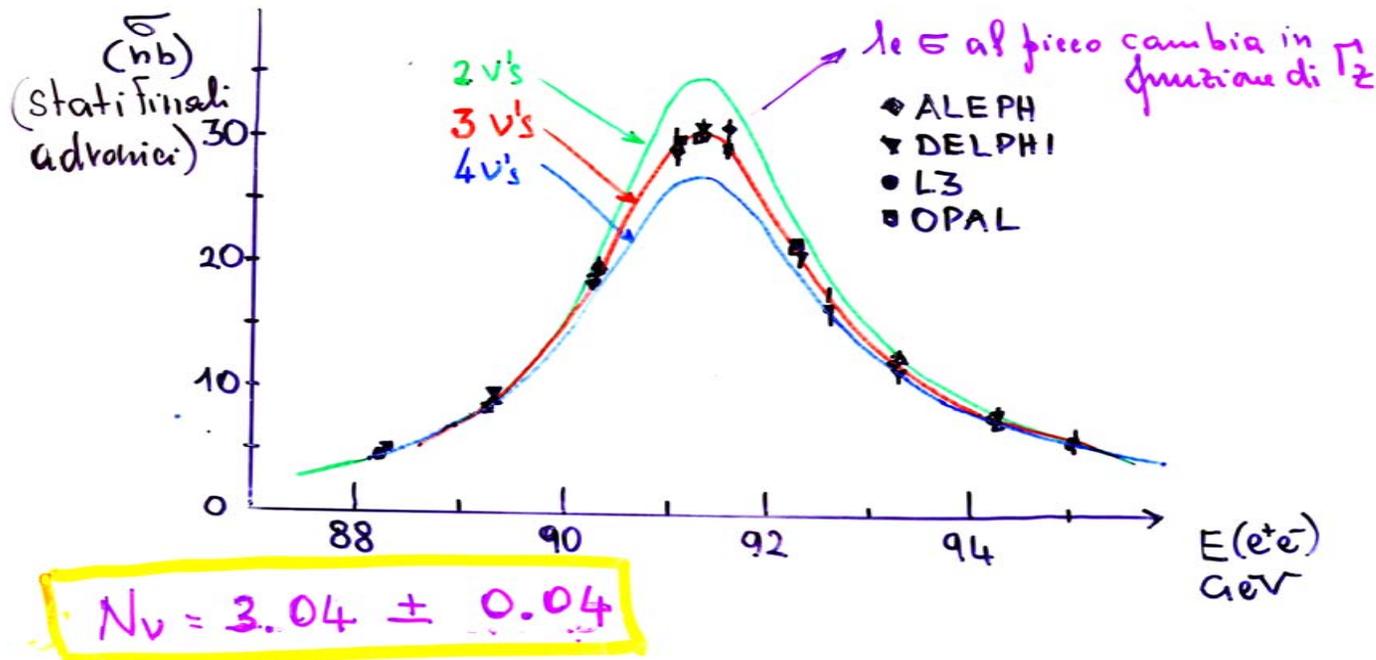
Sperimentalmente si costruisce la Breit/Wigner facendo uno scanning in energia di $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow X$ e misurando la sezione d'urto di $Z \rightarrow X$ attorno alla massa dello Z. La precisione con cui è conosciuta l'energia dei fasci è qualche MeV ($\ll \Gamma_Z$)

Oppure si può scegliere un canale specifico ex:

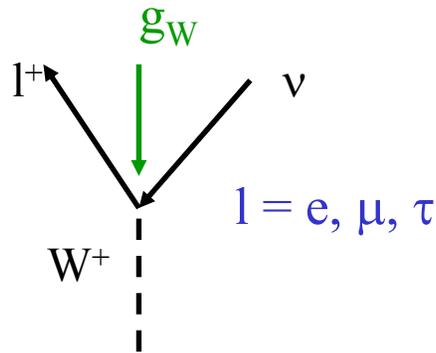
$$e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{adroni}$$

La cui sezione d'urto in funzione di $E(e^+e^-)$ è una Breit/Wigner proporzionale a:

$$e^+e^- \rightarrow Z \longleftarrow \Gamma(e^+e^-) \quad \frac{\Gamma(q\bar{q})}{\Gamma_Z} \longrightarrow \text{Frazione di decadimento In adroni rispetto al totale}$$



Il calcolo delle larghezze parziali del W^\pm in coppie di leptoni è del tutto analogo a quello per lo Z.



$$\Gamma(W^+ \rightarrow l^+ \nu_l) = \frac{GM_W^3}{6\sqrt{2}\pi} \approx 226 \text{ MeV}$$

$l = e, \mu, \tau$

Nel caso di decadimento in coppie di quark dobbiamo inserire il fattore di colore e l'elemento di matrice di CKM:

$$\Gamma(W^+ \rightarrow u\bar{d}) = 3 \frac{GM_W^3}{6\sqrt{2}\pi} [V_{ud}]^2 \approx 707 \text{ MeV}$$

$\rightarrow c\bar{s}$

$\rightarrow t\bar{b}$

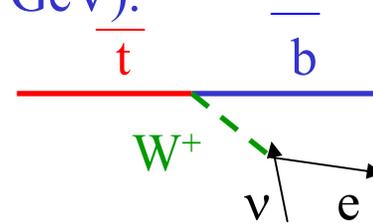
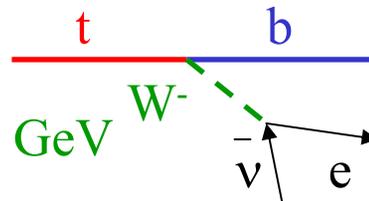
$$\Gamma_W(\text{tot}) \approx 2100 \text{ MeV (exp. } 2.08 \pm 0.07 \text{ GeV)}$$

VIETATO CINEMATICAMENTE

B.R. Nel canale leptonic “facile” ($W^+ \rightarrow l^+ \nu$) ora è più favorevole ($\sim 10\%$) che per lo Z
 Negli anni 80 e 90 è stato a lungo cercato $W^+ \rightarrow t\bar{b}$ dalla mancanza di questi eventi
 limite sulla massa del quark top: ex. UA(2) $m_{\text{top}} > 69 \text{ GeV}$).

Se $m_{\text{top}} > M_W$ si cercano:

CDF+D0: $m_{\text{top}} = 174.2 \pm 3.3 \text{ GeV}$



I W sono reali

Come si misurano W e Z?

Collisioni leptoniche:

$e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow f\bar{f}$ ($\sqrt{s} \approx M_Z \approx 90 \text{ GeV}$) Anelli di collisione e^+e^- con $L=10^{30}-10^{31} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$
LEP, SLC in un anno (10^7 s) $N_Z \sim 10^6$.

$\bar{\nu}\mu^- \rightarrow W^- \rightarrow \bar{\nu}\mu^-$ ($\sqrt{s} \approx M_W \approx 80 \text{ GeV}$) Impossibile un anello di collisione

Su bersaglio fisso deve essere: $\hat{s} \approx (M_W)^2 = x \cdot 2ME_\nu$; ($\nu_\mu d \rightarrow \mu^- u$), $x = 1/6 \Rightarrow E_\nu = 20 \text{ TeV!}$

Oppure $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ con $\sqrt{s} > 160 \text{ GeV}$ (ex a $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$ $\sigma=12 \text{ pb}$)

Collisioni adroniche (collisioni tra quark)

$$q\bar{q}(u\bar{u}, d\bar{d}, \dots) \rightarrow Z \rightarrow f\bar{f}$$

(macchine di collisione $p\bar{p}$, ma anche pp)

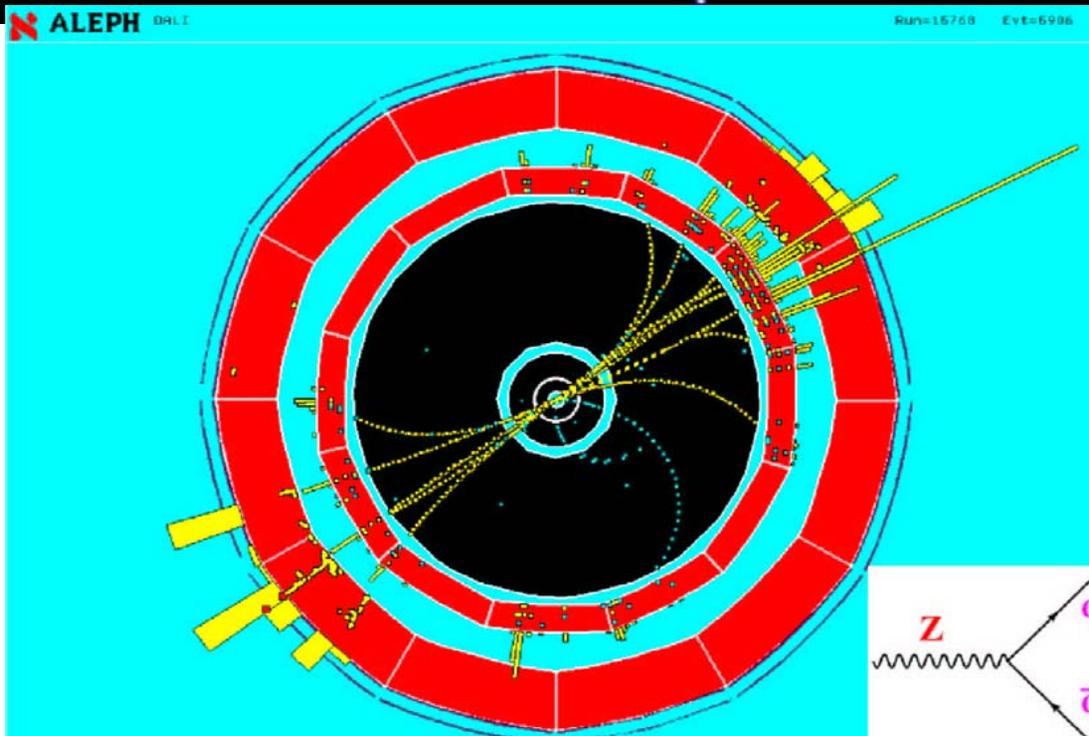
$$u\bar{d} \rightarrow W^+ \rightarrow l^+ \nu_l$$

-Non tutta l'energia del fascio (p o \bar{p}) è utile per il processo elementare (lo è circa 1/6)

-A differenza dei processi leptonici ci sono interazioni competitive: quelle forti.

ex. in $p\bar{p}$ a $\sqrt{s} = 630 \text{ GeV}$: $\sigma_{tot} \approx 60 \text{ mb}$; $\sigma(W \rightarrow e\nu) \approx 60 \cdot 10^{-8} \text{ mb}$

Primo evento in $p\text{-}p\bar{b}ar$ $Z \rightarrow l^+l^-$



Evento a LEP:
 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$

Bibliografia

- **D.Perkins**, “Introduction to high energy physics”, quarta edizione Cambridge University Press, 1999;
- **D.Griffith**,”Introduction to elementary particles” Harper & Row, Publisher, New York, 1987;
- **I.J.Aitchison, A.J.G.Hey**, “Gauge theories in particle physics”, Institute of physics 2003.
- **L.B.Okun**, “Leptons and quarks” North Holland pub.

In bocca al lupo per il proseguimento degli studi!