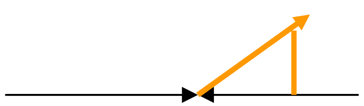
Le interazioni forti

Le particelle composte da quark (mesoni e barioni) possono interagire con una forza intensa e a corto raggio (interazioni forti) **ma:**

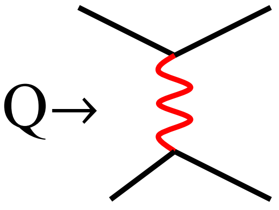
- le sezioni d'urto sono grandi (**decine di mb**) e non calcolabili con la teoria della perturbazione;
- gli **stati legati $q\bar{q}$ e qqq non sono calcolabili** (eccetto i quark di grande massa e con grande approssimazione);
- gli **impulsi trasversi** (rispetto alla direzione relativa delle particelle interagenti) delle particelle prodotte sono **limitati**:



$$\vec{p}_T \qquad \frac{d\sigma}{dp_T} \propto e^{-\alpha \cdot p_T} \quad con\ \alpha^{-1} \approx 300 - 400\ MeV$$

Ma c'è un regime cinematico in cui le interazioni forti sono descrivibili da una teoria di campo perturbativa: la QCD:

I grandi Q^2, ma $Q^2 = ? = \hat{u}, \hat{s}, \hat{t}, p_T, p_T^2$



$$\textit{Nota che: } \tau_I \sim \frac{1}{Q} \sim \frac{1}{p_T},\ d_I \sim \frac{1}{p_T} \Rightarrow$$

-Collisioni periferiche: p_T piccolo, distanze di interazioni grandi;

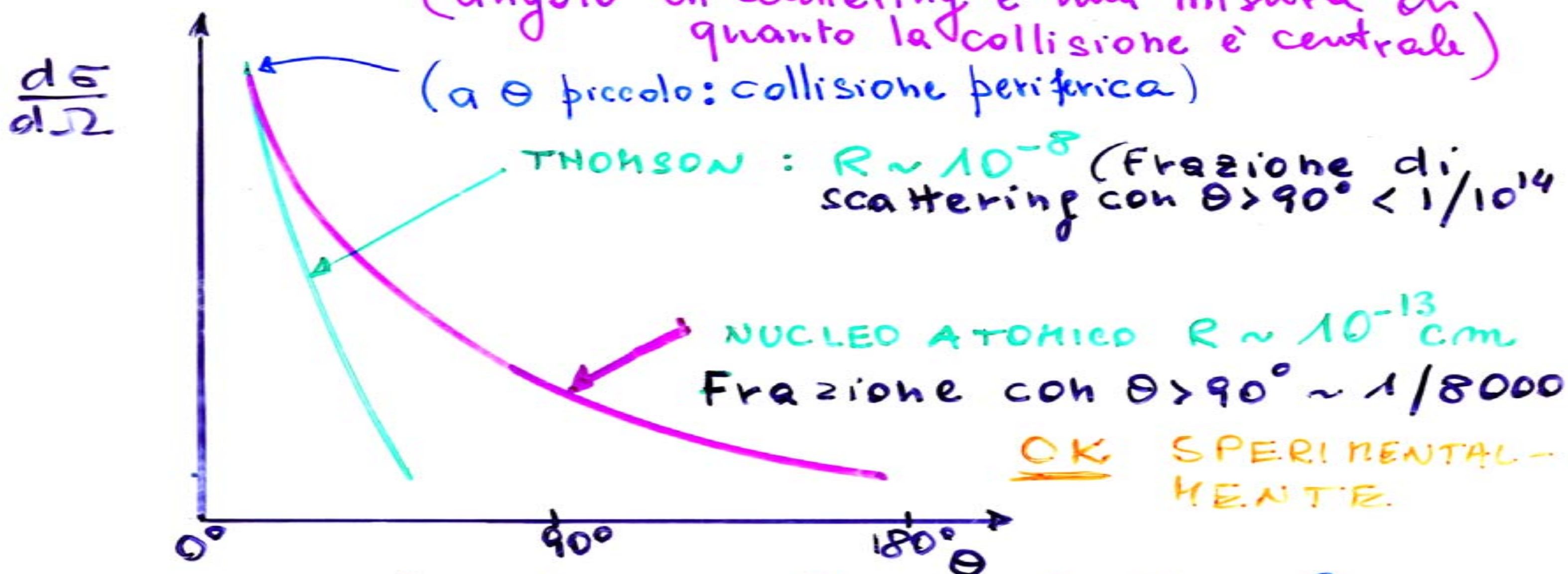
-Collisioni centrali: p_T grandi, distanze di interazioni piccole.

Quindi le collisioni centrali (hard) sono sensibili alla struttura interna del protone

"DÉJÀ VU" : 1909 → 1911 : RUTHERFORD

SCATTERING α - NUCLEO

(angolo di scattering è una misura di quanto la collisione è centrale)



c.fr. $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2 z^2}{16} \alpha^2 \left[\frac{197}{T(MeV)}\right]^2 \frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$ $[Fm^2\ sr^{-1}]$

$\vec{q} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ $\qquad \frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{4\pi Z^2 z^2 \alpha^2}{q^4}$

Risultati dagli ISR (pp a $\sqrt{s}$=23-62 GeV) 1972: $pp \to \pi^0$ (di grande impulso trasverso) + X

BBBK:
interazione
elettromagnetica
tra quark

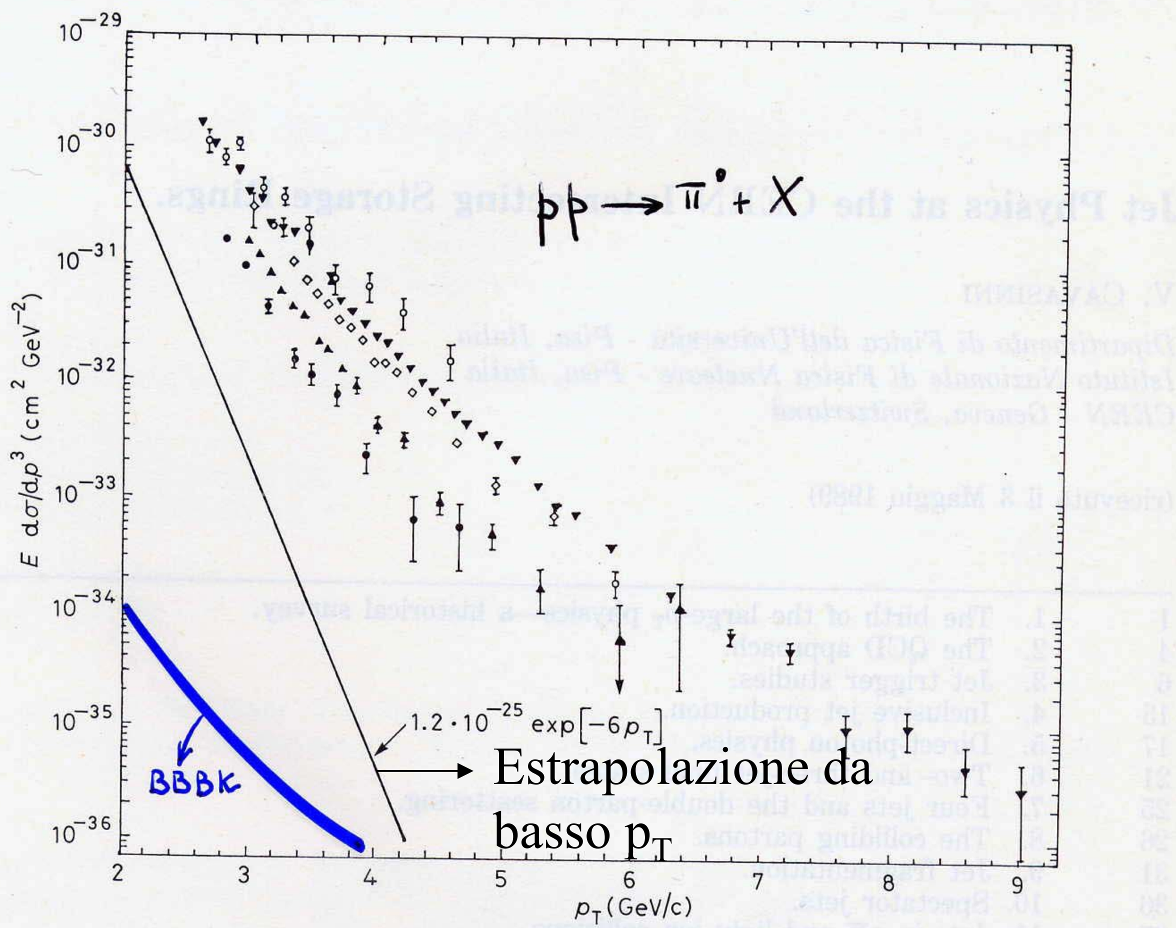


Fig. 1. – Inclusive π^0 yield at large p_T. The solid line is an exponential extrapolation from p_T<2 GeV/c
● $\sqrt{s} = 23.5$ GeV, ▲ $\sqrt{s} = 30.6$ GeV, ◇ $\sqrt{s} = 44.8$ GeV, ▼ $\sqrt{s} = 52.7$ GeV, ○ $\sqrt{s} = 62.4$ GeV.

Fit dei dati ISR:

$$\boxed{E\frac{d\sigma}{dp^3} = (1.54 \pm 0.1)\cdot 10^{-26}\, p_T^{-(8.24\pm0.05)} \cdot e^{-(13.05\pm0.25)X_T}\,(cm^2 GeV^{-2}),\ X_T = \frac{2p_T}{\sqrt{s}}}$$

-4 ordini di grandezza maggiore della previsione del modello BBBK;
-p_T^{-8} invece di p_T^{-4} previsto dal propagatore fotonico ($1/q^4$);
-legge di scala : dipendenza da X_T

NECESSITA' DI UN NUOVO TIPO DI INTERAZIONE
con una costante di accoppiamento maggiore di α

L'ipotesi dei costituenti (quark) era già stata introdotta negli anni 60 da Gell-Mann per spiegare la spettroscopia degli adroni:

I mesoni$\equiv q\bar{q}$
I barioni $\equiv qqq$
I quark hanno spin=1/2 e carica elettrica Q=1/3,2/3

Nuova interazione$\Longrightarrow$nuovo numero quantico (carica) che la governa:
il COLORE.

Giustificazione statica dei quark e del colore

1) Ω^- m=1672 MeV, J=3/2, S=-3 $\quad |s^\uparrow s^\uparrow s^\uparrow>$

Composto da 3 quark s nello stato fondamentale e con spin=3/2

VIOLA IL PRINCIPIO DI PAULI:

I 3 quark devono essere distinguibili:

$\Longrightarrow$Ogni quark esiste in tre stati di colore

$\Longrightarrow$Le particelle osservate sono singoletti di colore (non hanno colore)

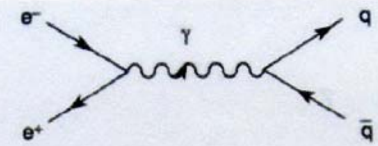
$$\left|\Omega^-,3/2\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{i,j,k=1}^{3} \varepsilon_{ijk} \left|s_i \uparrow\right\rangle \left|s_j \uparrow\right\rangle \left|s_k \uparrow\right\rangle$$

2) Δ^{++} m=1232 MeV, J=3/2, S=0 $\quad |u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow>$

3) Δ^- m=1232 MeV, J=3/2, S=0 $\quad |d^\uparrow d^\uparrow d^\uparrow>$

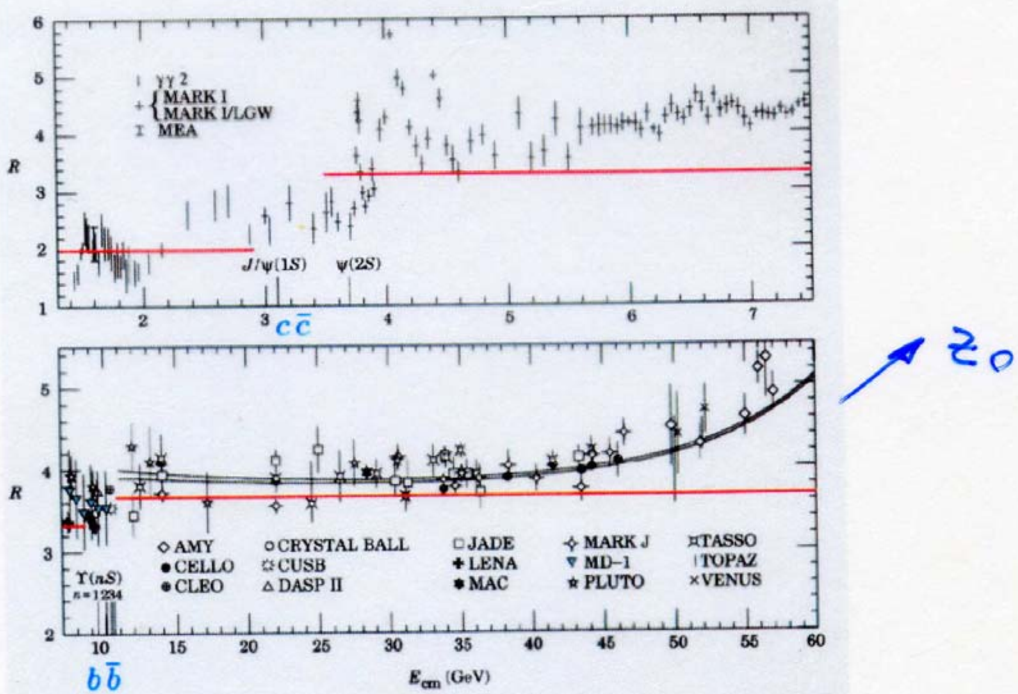
EVIDENZA DINAMICA DEL COLORE

1)



$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \to \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} \approx \frac{\sum_q \sigma(e^+e^- \to q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} \approx N_C \sum_q Q_q^2$$

$$= \begin{cases} \frac{2}{3} N_C \quad , & (u,d,s) \\ \frac{10}{9} N_C \quad , & (u,d,s,c) \\ \frac{11}{9} N_C \quad , & (u,d,s,c,b) \end{cases}$$



2)

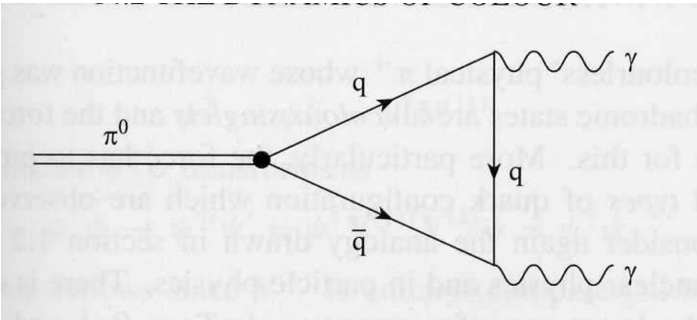


Figure 14.3. Triangle graph for π^0 decay.

$$\boxed{\Gamma(\pi^0 \to \gamma\gamma)}$$

Dove q=u o q=d.
Ricordiamo anche che :

$$|\pi^0> = \frac{1}{\sqrt{2}}|\bar{d}d - \bar{u}u>$$

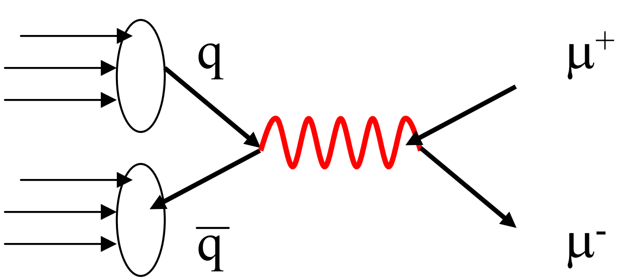
Quindi la larghezza del decadimento contiene in fattore: $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^2 = \frac{1}{9}$

Da notare che nel calcolo originale (1949) il loop era con protone e neutrone e il fattore di isospin **era 1** (il neutrone ha carica nulla) in accordo con il valore sperimentale.

Il calcolo della larghezza
con i quark richiede un fattore 9 che è giustificato dal colore.

3) Drell-Yan: $pp \to \mu^+\mu^- + X$:

annichilazione di coppie di quark - antiquark in coppie di leptoni



$$\boxed{\sigma_{DY} \propto \sum_i \sum_c q_i^c \bar{q}_i^{\bar{c}} = \frac{1}{3} \sum_i q_i \bar{q}_i}$$

$1/N_C$

Dinamica del colore

Nel caso del modello a quark SU(3) <u>di sapore</u> abbiamo visto che per i mesoni ci Sono stati **1 e 8** mentre per i barioni ci sono stati **1, 8** e **10.** Traslato con il linguaggio dei quark: ci sono solo stati (**q**$\bar{\mathbf{q}}$) e (**qqq**). Nota che se i quark hanno anche colore, stati come (**qq**) o ($\bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{q}}$) sarebbero necessariamente colorati!

Quindi il grado di liberta' del colore è confinato: <u>gli adroni sono singoletti</u>

Nel caso dei barioni: (qqq) (333) possiamo scrivere la funzione d'onda dei 3 quark come:

$$\psi_{3q} = \psi_{spazio} \cdot \psi_{spin} \cdot \psi_{sapore} \cdot \psi_{colore} \qquad \psi_{colore} \equiv \psi^{\alpha} (\alpha = 1,3)$$

Ψ_{colore} fornisce l'antisimmetria: $\psi_{colore} = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \psi^{\alpha} \psi^{\beta} \psi^{\alpha}$

Nota che tutti gli indici di colore sono saturati cioè non c'è colore libero: è un singoletto di colore, antisimmetrico e invariante per rotazioni (SU(3)) nello spazio del colore.

Anche nel caso dei **mesoni (3$\bar{\mathbf{3}}$)** possiamo costruire singoletti di colore ad es. Il $\pi^+(\bar{d}u)$

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\bar{d}^1 u^1 + \bar{d}^2 u^2 + \bar{d}^3 u^3 \right] = \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{\psi}_d^{\alpha} \psi_u^{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{3}} \psi_d^{\alpha *t} \psi_u^{\alpha}$$

Si dimostra che stati singoletti di colore sono invarianti per rotazione nello spazio del colore mentre i non singoletti (es. (qq)) non lo sono.

Cromodinamica quantistica

La QED descrive l'interazione tra particelle dotate di carica elettrica e ha come mediatore un bosone vettoriale: il fotone con costante di accoppiamento $\alpha = e^2/4\pi$

La QCD descrive l'interazione tra particelle dotate di carica di colore e ha come mediatore un bosone vettoriale: **il gluone** con costante di accoppiamento $\alpha_S = g_S{}^2/4\pi$

In QED i due processi: $e^- \to e^- + \gamma, e^+ \to e^+ + \gamma$

sono coniugati per C e dato che il fotone e' autostato di C con autovalore –1, le due ampiezze hanno segno opposto e il risultato e' che $e^+ e^-$ si attraggono.

Per un mediatore scalare (Yukawa) avremmo C=+1 e ancora particella-antiparticella hanno un potenziale attrattivo (cosi' pure per un mediatore a spin 2: gravita')

Le configurazioni di quark legati sono: $q\bar{q}, qqq$ non sono stati legati: $qq, qqqq$

Se il **mediatore fosse uno stato vettoriale** come il fotone allora avremmo:

$q\bar{q}$ *attrattivo, ma qq e qqq repulsivo*

Cosi' pure per un mediatore scalare $q\bar{q}, qq$ sono entrambi attrattivi

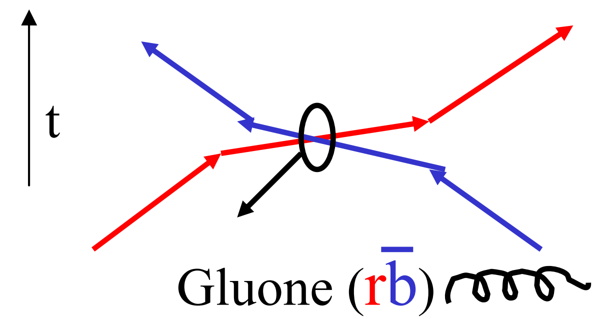
Conclusione: l'interazione forte tra quark non puo' essere causata dallo scambio di Una singola particella eguale alla antiparticella, ma deve essere dovuta allo scambio Di diverse tipi di particella, ciascuna che trasporta una carica (non autostato di C)

A differenza della carica elettrica esistono 3 tipi di carica di colore (e di anticolore): es. red (r), blue (b), green (g).

La funzione d'onda dei quark è descritta dagli spinori di Dirac per la parte spin/impulso e dalle funzioni d'onda che dipendono dal colore:

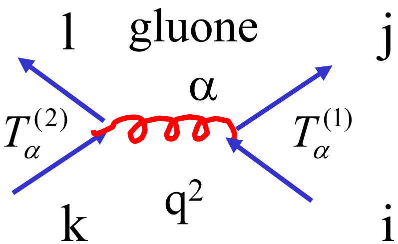
$$r = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ad es. Interazione tra un quark rosso e uno blu:



Ciascun gluone trasporta carica di colore e anticolore diversa (il fotone è invece neutro)
N.B.: con 3 colori e 3 anticolori 9 combinazioni di cui pero' una sarebbe neutra :
$\frac{1}{\sqrt{6}}(r\bar{r} + b\bar{b} - 2g\bar{g})$ (darebbe luogo a un potenziale tipo fotone a lungo range: quinta forza?)

$\sum_{\alpha}$



Ampiezza di interazione $q_i q_k \longrightarrow q_j q_l$:

$$g_s^2 \sum_{\alpha=1}^{8} \langle l \,|\, T_\alpha^{(2)} \,|\, k \rangle \langle j \,|\, T_\alpha^{(1)} \,|\, i \rangle \frac{\bar{u}_l \gamma_\mu u_k \bar{u}_j \gamma_\mu u_l}{q^2}$$

T_α= fattore di colore

L'interazione di QCD deve essere invariante per rotazioni nello spazio del colore che (come nel caso del sapore u,d,s) sono descritte dal gruppo di simmetria

SU(3)

La lagrangiana di una particella carica a spin ½ è quella di Dirac:

$$L = i\overline{\psi}_q \gamma_\mu \frac{\partial \psi_q}{\partial x_\mu} - m\overline{\psi}_q \psi_q$$

Dove ψ_q è un vettore a 3 componenti nello spazio del colore: $\psi_q=(\psi_1, \psi_2, \psi_3)$

L è invariante per rotazioni locali nello spazio del colore descritte da una matrice unitaria a determinante=1 : U(x) (l'insieme delle U costituisce il gruppo SU(3))

$U(x) \Rightarrow 9$ *parametri complessi* (18 *reali*);

$U^{+} = U^{-1}$ *forniscono* 9 *equazioni*

$\det(U) = 1$ *equazione*

$$\begin{cases} \text{8 parametri reali } \Lambda_i(x) \\ \text{8 campi vettoriali } G_\mu^{\iota}(x) \\ \text{8 gluoni di massa nulla} \end{cases}$$

In QED $U=e^{\alpha x} \Longrightarrow$ **1 parametro reale** $\Longrightarrow$ **1 campo vettoriale** A_μ

$$U(x) = e^{\frac{i}{2}\sum_{k=1}^{8} g_s \alpha_k(x)\cdot\lambda_k} = e^{\frac{i}{2} g_s \vec{\alpha}\cdot\vec{\lambda}}$$

α_k sono 8 funzioni reali di x

λ_k 8 matrici 3x3 hermitiane e a traccia nulla ad. es. **le matrici di Gell-Mann**

Se imponiamo che la lagrangiana L sia invariante per trasformazioni locali U(x) essa deve essere riscritta come:

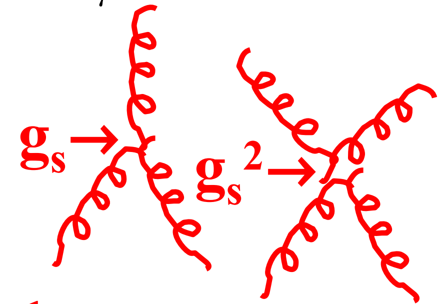
$$L^{QCD} = \overline{\psi}_q \gamma_\mu \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - i g_s \frac{\vec{\lambda}}{2} \vec{G}_\mu \right) \psi_q - m \overline{\psi}_q \psi_q - \frac{1}{4} \vec{G}_{\mu\nu} \vec{G}_{\mu\nu}$$

con $\vec{\mathrm{G}}_\mu \equiv (G^1_\mu, G^2_\mu, \ldots, G^8_\mu)$:

8 campi vettoriali a massa nulla : i gluoni

La corretta espressione gauge-invariante per $G^i_{\mu\nu}$ *e'*

$$G^i_{\mu\nu} = \underbrace{\frac{\partial G^i_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial G^i_\mu}{\partial x_\nu}}_{\text{Equivalente del tensore elettromagnetico}} \underbrace{+ g_s \varepsilon_{ijk} G^j_\mu G^k_\nu}_{\text{Vertice gluone-gluone-gluone:}}$$



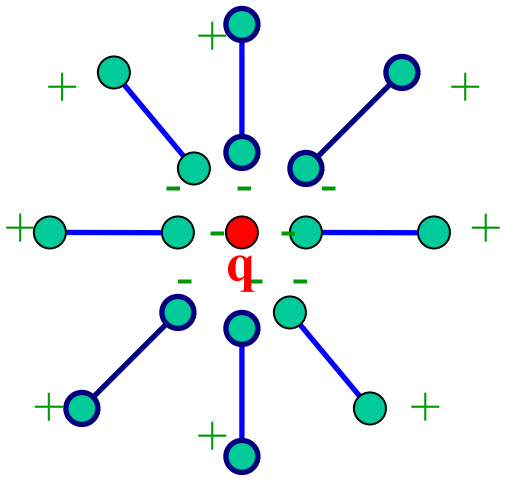
Il vertice (interazione) tra gluoni è reso possibile dal fatto che i gluoni sono carichi di colore o altrimenti detto che il gruppo SU(3) di QCD non è abeliano a differenza del gruppo U(1) della QED:

$$QED:\ \ e^{i\Lambda_1(x)} \cdot e^{i\Lambda_2(x)} = e^{i\Lambda_2(x)} \cdot e^{i\Lambda_1(x)}:\ \ abeliano$$

$$QCD:\ \ U_1(x) \cdot U_2(x) \neq U_2(x) \cdot U_1(x):\ \ non\ \ abeliano$$

Libertà asintotica

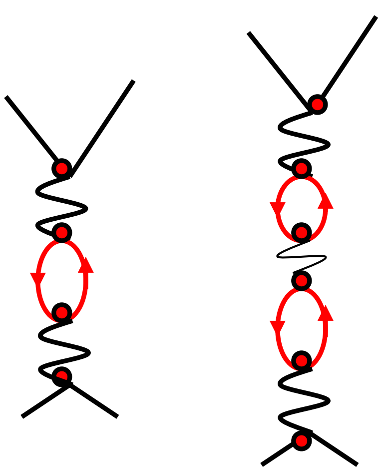
In **<u>QED</u>** il vuoto si comporta come un dielettrico: crea cariche di polarizzazione:



Le cariche di polarizzazione creano un effetto di schermo: $\mathbf{q_{eff} = q/\varepsilon}$

Quella che chiamiamo "carica libera" dell'elettrone (α=1/137) è in effetti <u>la carica totalmente schermata</u> cioè a distanza infinita (Q^2 piccoli).

Se ci avviciniamo all'elettrone (Q^2 grandi) l'effetto di schermo diminuisce (tendo a vedere la carica "nuda"). In termini di diagrammi di Feynman:



L'elettrone virtuale è attratto da q, mentre il positrone è respinto $\Longrightarrow$

<u>Le cariche vedono un campo attenuato.</u>

A quali distanze l'effetto si comincia a sentire:

$$\lambda_C = \frac{\hbar}{m_e c} = 3.86 \times 10^{-11}\, cm \ \textit{(lunghezza d'onda Compton)}$$

Quando Q^2 aumenta vedo una carica (α) che aumenta:

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(m_e^2)}{1 - \frac{\alpha(m_e^2)}{3\pi} \ln \frac{Q^2}{m_e^2}}$$

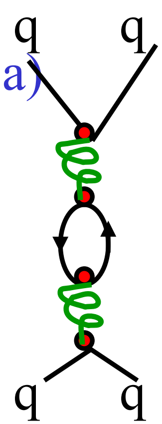
$$\left[\alpha(m_e^2)\right]^{-1} = 137.03604 \pm 0.00011$$

Problemi a $Q^2 \sim m_e^2 \exp(137) \Rightarrow$ energie $\sim 10^{26}\, GeV$...

In **QCD** $e \rightarrow g_s$ $\boldsymbol{\alpha_s = g_s^2/4\pi}$

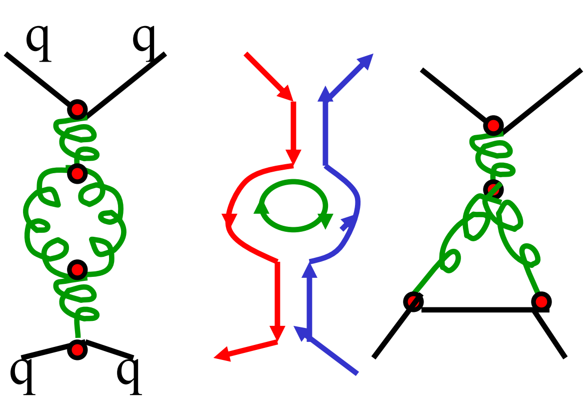
Introduciamo un parametro arbitrario μ e $\alpha_S(\mu^2)$; studiamo $\alpha_S(Q^2)$ quando $Q^2 \neq \mu^2$.

a)



Abbiamo come in QED l'effetto di **polarizzazione del vuoto**:
questi processi schermano la carica di colore e
quindi α_S decresce quando $Q^2 \rightarrow 0$ (screening)

b)



Interazioni di gluoni con scambio di gluoni:
effetto opposto alla polarizzazione del vuoto:
la carica di colore viene propagata e
α_S aumenta quando $Q^2 \rightarrow 0$ (antiscreening)

L'effetto di antiscreening è dominante

$$\alpha_S(Q^2) = \alpha_S(\mu^2)\left[1 - \frac{\alpha_S(\mu^2)}{12\pi}(33 - 2f)\ln\frac{Q^2}{\mu^2} + \dots\right]$$

Effetto dei gluoni

La polarizzazione del vuoto dipende dal numero di quark attivi f ($Q^2 > 4m_q^2$)

Sommando le potenze dei termini logaritmici dominanti (serie geometrica $\ln^n$...):

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{\alpha_S(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_S(\mu^2)}{12\pi}(33 - 2f)\ln\frac{Q^2}{\mu^2}} \Longrightarrow$$ **QCD "running coupling constant"**

$$\boxed{\alpha_S(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \to \infty} 0 \ (se\ \ 33 > 2f) \ \text{libertà asintotica}}$$

E'applicabile la teoria perturbativa. Nota che $\alpha_S = 0.1 \div 1$ e, a differenza di α, varia in modo significativo con Q^2. *Introducendo* $\ln\Lambda^2 = \ln\mu^2 - 12\pi/[(33-2f)\alpha_S(\mu^2)]$

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2f)\ln Q^2/\Lambda^2}$$

1 solo parametro: $\Lambda \sim 100 \div 200$ MeV ~ 1 fm^{-1} da determinarsi sperimentalmente (la QCD non ha una scala naturale come la QED (m_e).

Se $Q^2 \approx \Lambda^2$, α_S è grande,>1:

non vale la teoria pertrurbativa,**confinamento??**

Dalla misura di α_S si estrae il valore di Λ

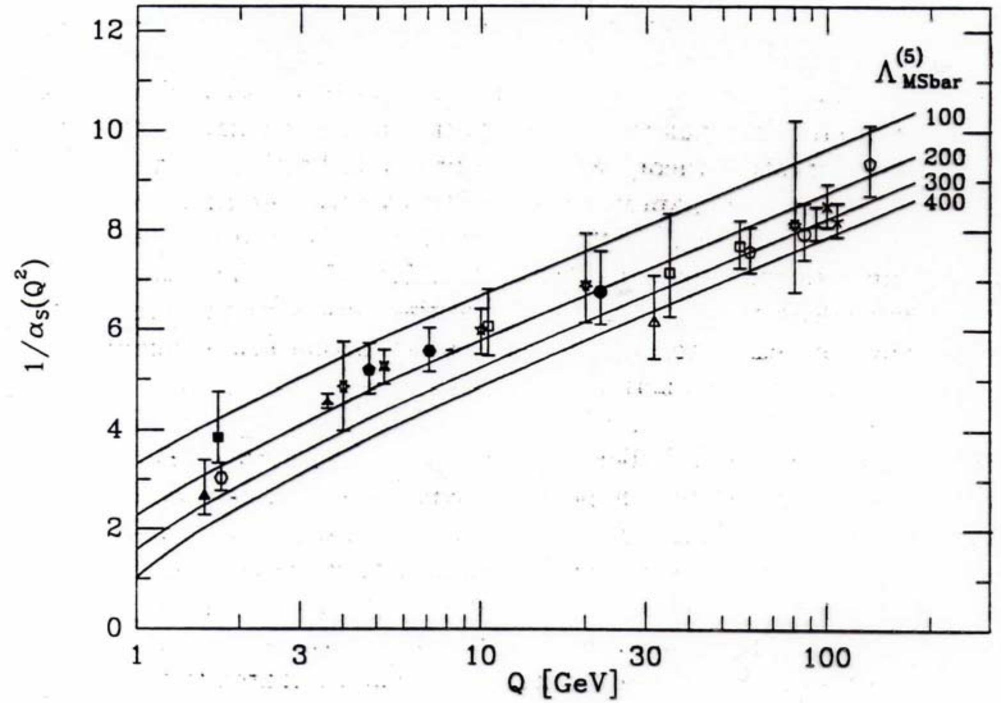


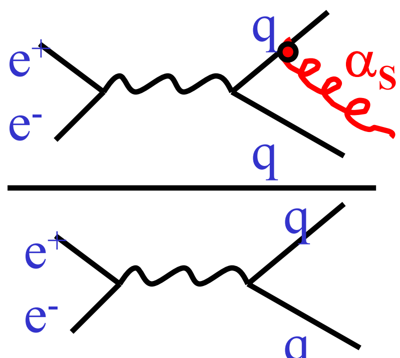
Fig. 2.5. Measurements of α_S compared with predictions for various values of $\Lambda(5)$.

$\alpha_S \sim 0.32$ (Q=2 GeV)

~ 0.12 (Q=100 GeV)

Nello stesso intervallo α varia da 1/137 a 1/128

$$ex.\frac{e^+e^- \to 3\,jets}{e^+e^- \to 2\,jets} \propto \alpha_S$$



N.B. Λ dipende dal numero di quark attivi (sopra soglia dato Q)

Misura imprecisa ex. α_S(Q=92 GeV(Z))= =0.117±10% $\Longrightarrow$ incertezza su Λ: errore magnificato esponenzialmente:

$100<\Lambda<400$ MeV

Sezioni d'urto elementari di QCD

8 processi

PARTON PROCESS	$\lvert M\rvert^2$	F_M
$qq' \to qq'$, $q\bar{q}' \to q\bar{q}'$	$\frac{4}{9}\frac{s^2+u^2}{t^2}$	2.22
$qq \to qq$	$\frac{4}{9}\left(\frac{s^2+u^2}{t^2}+\frac{s^2+t^2}{u^2}\right)-\frac{8}{27}\frac{u^2}{st}$	3.26
$q\bar{q} \to q'\bar{q}'$	$\frac{4}{9}\frac{t^2+u^2}{s^2}$	0.22
$q\bar{q} \to q\bar{q}$	$\frac{4}{9}\left(\frac{s^2+u^2}{t^2}+\frac{t^2+u^2}{s^2}\right)-\frac{8}{27}\frac{u^2}{st}$	2.59
$q\bar{q} \to gg$	$\frac{32}{27}\frac{u^2+t^2}{ut}-\frac{8}{3}\frac{u^2+t^2}{s^2}$	1.04
$gg \to q\bar{q}$	$\frac{1}{6}\frac{u^2+t^2}{ut}-\frac{3}{8}\frac{u^2+t^2}{s^2}$	0.15
$qg \to qg$	$-\frac{4}{9}\frac{u^2+s^2}{us}+\frac{u^2+s^2}{t^2}$	6.11
$gg \to gg$	$\frac{9}{2}\left(3-\frac{ut}{s^2}-\frac{us}{t^2}-\frac{st}{u^2}\right)$	$\boxed{30.4}$

Sono nel rapporto 64/9 (colore)

Combridge, Kripfganz Ranft (1977)

Valori a $\theta^*=90^o$

t,s,u nel cms dei due partoni

$$t=-s(1-\cos\theta^*)/2,\ u=-s(1+\cos\theta^*)/2$$

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta^*}=\frac{\pi\alpha_S^2}{2s}\left|M\right|^2$$

$|M|^2$ mediata su colore e spin iniziali e sommata su quelli finali

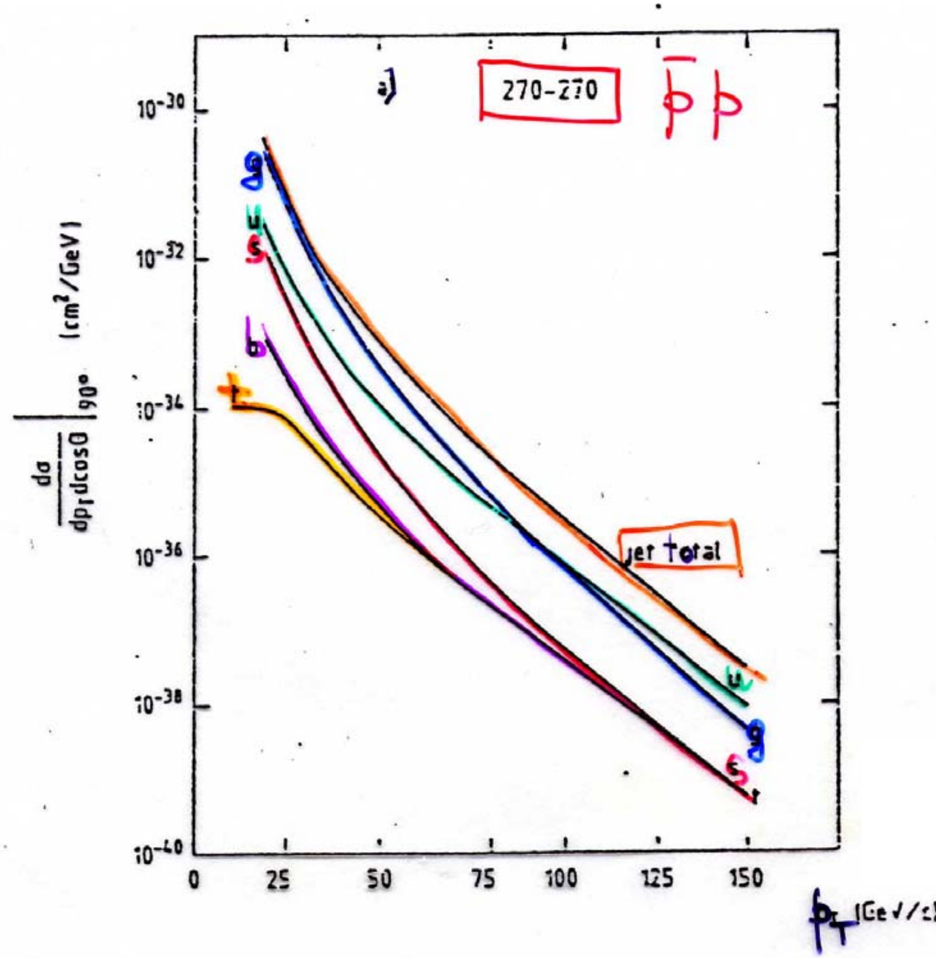
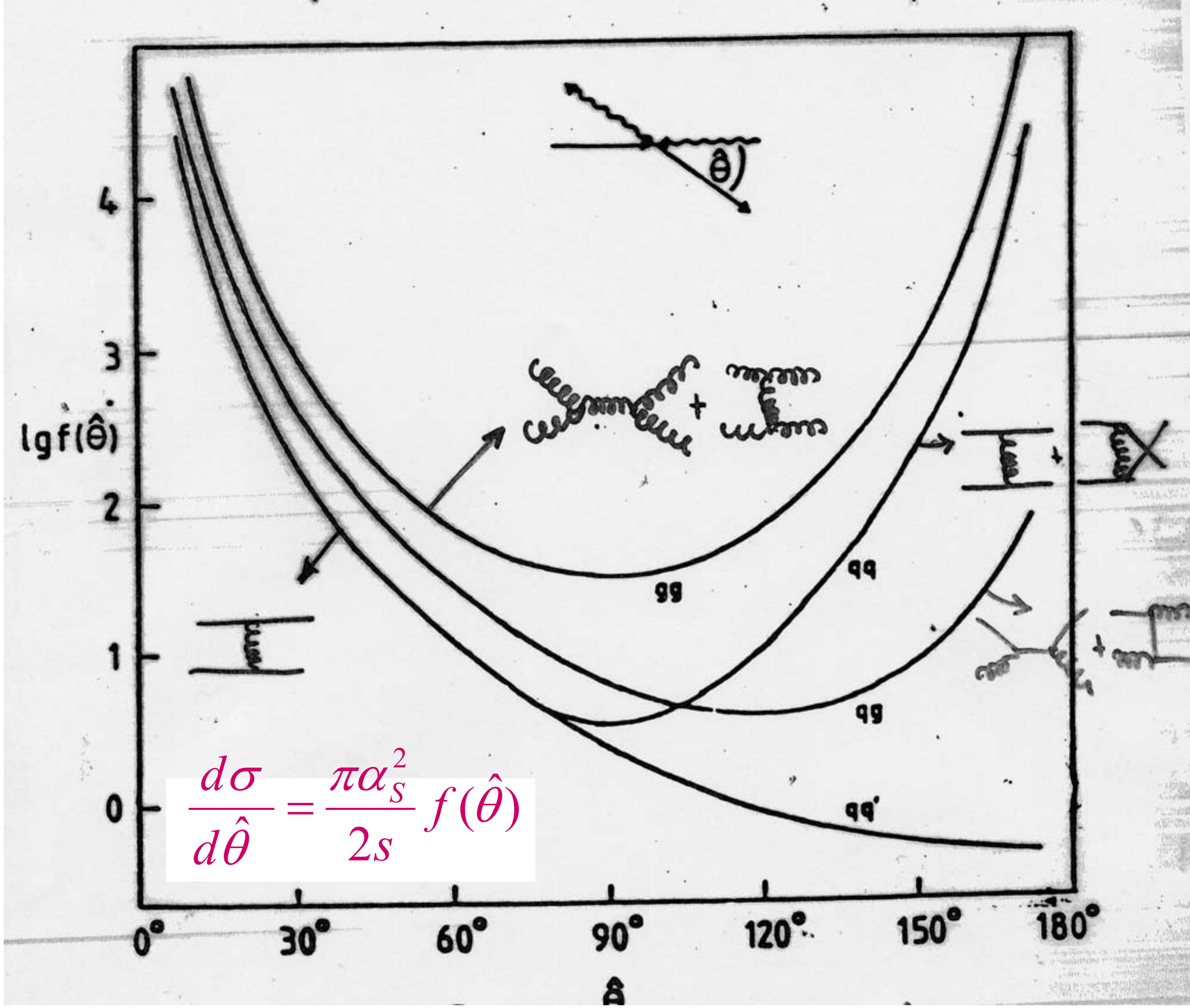


Fig. 5. Inclusive jet production from different types of jets. The dominance of gluon jets at lower p_T (p_T < 40 GeV) should eventually disappear as quark jets become dominant.



qq ~ $e^- e^-$ (Moeller scattering)

qq' ~ $e^+ e^-$ (Bhabha scattering)

Scattering alla Rutherford in $p\bar{p} \rightarrow$ jet jet (quark quark)

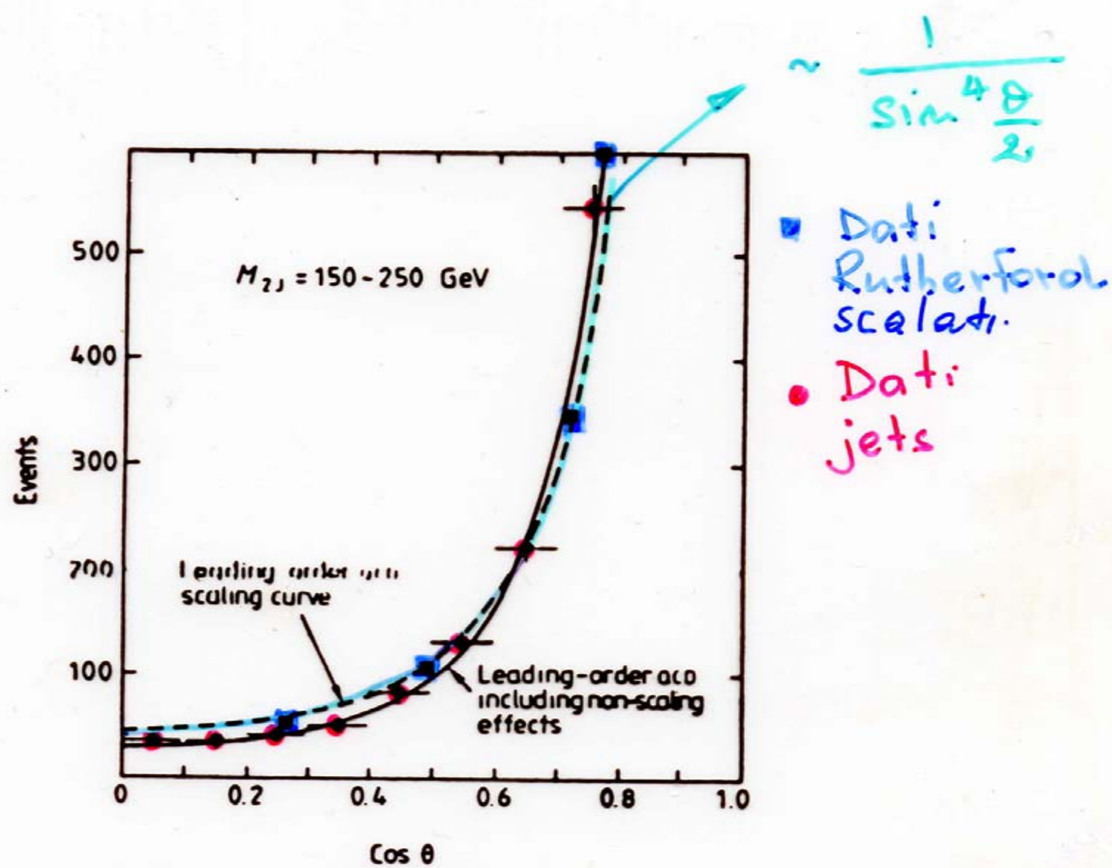


Figure 1.15 Angular distribution of two-jet events in $\bar{p}p$ collisions (Arnison *et al* 1985) as a function of $\cos\theta$, where θ is the CMS scattering angle. The points shown as squares are the Geiger–Marsden values from figure 1.1, scaled by an overall constant. The broken curve is the prediction of QCD, obtained in the lowest order of perturbation theory (see Chapter 9); it is virtually indistinguishable from the Rutherford shape $\sin^{-4}\theta/2$. The full curve includes corrections (Chapter 9).

Luminosità partoniche

La sezione d'urto per produrre due partoni (quark/gluoni) in interazioni adroniche:

$$\sigma = \sum_{i,j} dx_1 dx_2 f_i(x_1) f_j(x_2)\, \hat{\sigma}_{\mathrm{ij}}$$

Stiamo sommando tutte le sezioni d'urto elementari tra partoni i,j pesate per la probabilità che i e j abbiamo frazione x_1 e x_2 dell'impulso dell'adrone incidente.

Definiamo $$\tau \frac{dL_{ij}}{d\tau} = \frac{1}{1+\delta_{ij}} \int_0^1 dx_1 dx_2 \cdot \left[x_1 f_i(x_1) \cdot x_2 f_j(x_2) + 1 \leftrightarrow 2 \right] \cdot \delta(\tau - x_1 x_2)$$

$$x_1 x_2 = \hat{s}/s = \tau$$

Evita il doppio conteggio se i partoni sono identici

$$\rightarrow \sigma(s) = \sum_{i,j} \int_{\tau_0}^{1} \frac{d\tau}{\tau} \left[\frac{1}{s} \frac{dL_{i,j}}{d\tau} \right] \left[\hat{s}\, \hat{\sigma}_{ij} \right]$$

La somma è effettuata su tutte le coppie di partoni iniziali i,j che contribuiscono alla σ.

τ_0 è la minima energia nel c.m. perche il processo avvenga, ex. $\tau_0 = 4m_q^2/s$

$$\frac{1}{s}\frac{dL_{ij}}{d\tau}$$ ha dimensioni di una sezione d'urto (GeV^{-2})

La quantitd: $(\hat{s}\cdot\hat{\sigma})$ è adimensionale e, siccome $\hat{\sigma} \propto \frac{1}{\hat{s}}$, *è* in sostanza la costante di accoppiamento

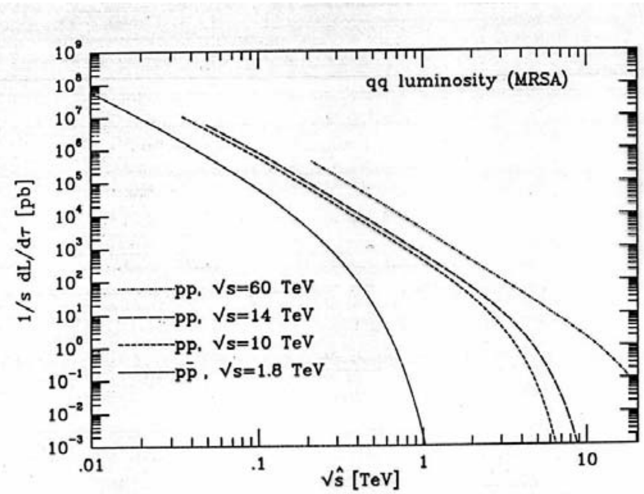


Fig. 7.4. Luminosity plot for quark-quark induced processes.

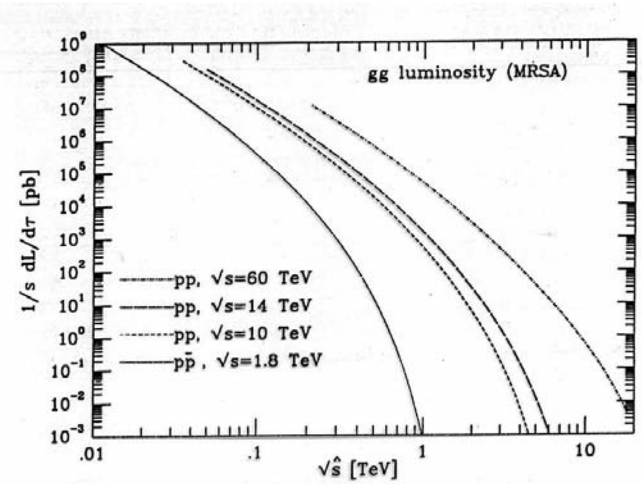


Fig. 7.2. Luminosity plot for gluon-gluon induced processes.

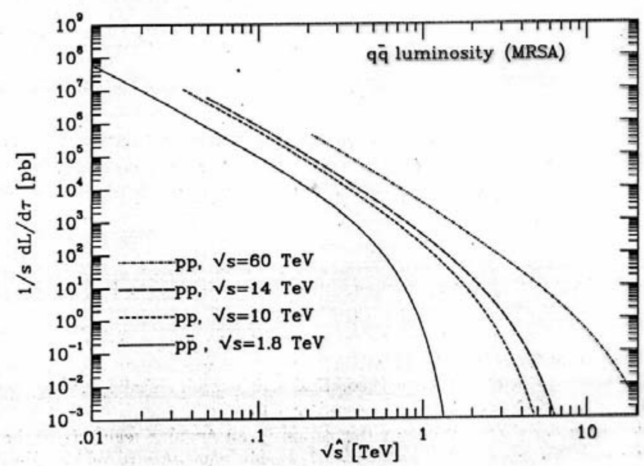


Fig. 7.5. Luminosity plot for quark-antiquark induced processes.

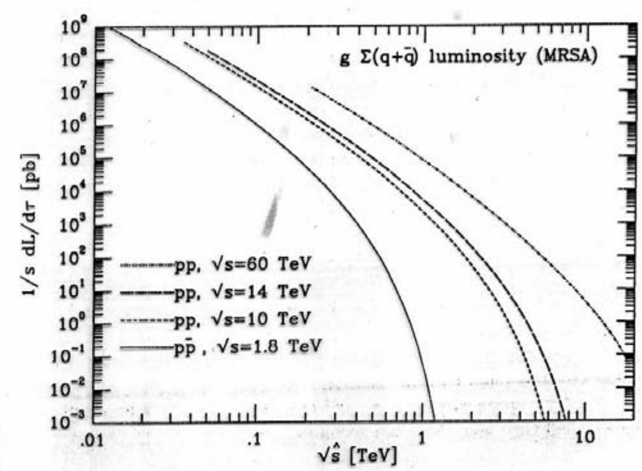


Fig. 7.3. Luminosity plot for gluon-quark induced processes.

Ex. Stimiamo a $\sqrt{s}$=14 TeV (LHC) la sezione d'urto per la produzione a 90° di due jet con p_T> 0.5 TeV ($\sqrt{\hat{s}} > 1\,TeV$)

Contributo da gg: $\frac{1}{s}\frac{dL_{ij}}{d\tau} \approx 10^3\,pb$ Al Tevatron : $p\bar{p}, \sqrt{s} = 1.8\,TeV, \frac{1}{s}\frac{dL_{ij}}{d\tau} \approx 10^{-3}\,pb$

$$\hat{s}\hat{\sigma} \approx \alpha_S^2, \text{se}\ \alpha_s \approx 0.1, = 10^{-2}$$

$$\sigma = \int_{\sqrt{\tau_0}}^{1} \frac{d\tau}{\tau}[\frac{1}{s}\frac{dL_{ij}}{d\tau}]\cdot 10^{-2}, con\ \sqrt{\tau_0} = 1/14.$$

L'integrale va fatto sulla dipendenza da τ di $\frac{1}{s}\frac{dL_{ij}}{d\tau}$ e' rapidamente decrescente: parametrizziamolo come $e^{-\tau}$ Ho un integrale del tipo:

$$\int_{0.07}^{1} \frac{e^{-\tau}}{\tau} \approx 1.9$$

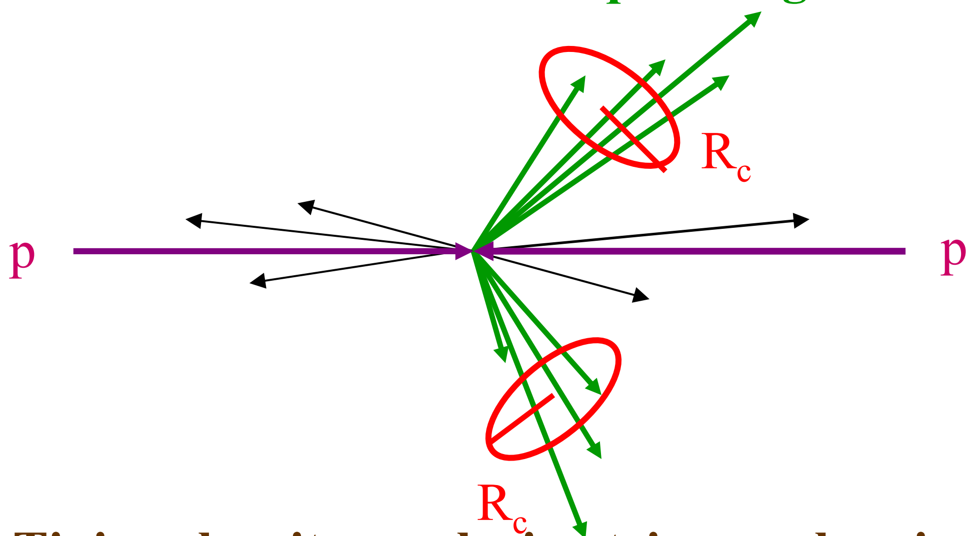
$\sim 10^3$

$$Quindi: \sigma \approx 1.9\cdot 10^3[\frac{1}{s}\frac{dL_{ij}}{d\tau}]_{\tau_0}\cdot 10^{-2} \approx 20\ \text{pb}$$

Al Tevatron τ_0=0.5$\Longrightarrow$ σ~ 0.4 10^{-5} pb.

MISURA DEI JET

Jet = materializzazione di quark e gluoni.



Le particelle dalla frammentazione dei partoni trasportano impulso trasverso limitato (centinaia di MeV) rispetto all'asse del jet e sono contenute in un cono in η,ϕ con raggio:

$$R_C \approx \sqrt{\Delta\phi^2 + \Delta\eta^2}$$

Tipico algoritmo calorimetrico per la misura dei jet:

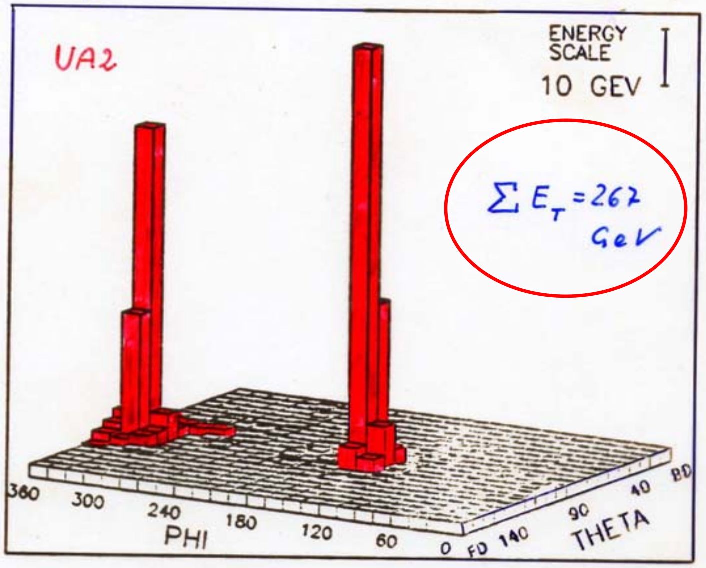
i)Si raggruppano celle del calorimetro contigue con energia trasversa depositata E_T>1 GeV. Si definisce un centroide e una direzione del jet (conoscendo il vertice primario):

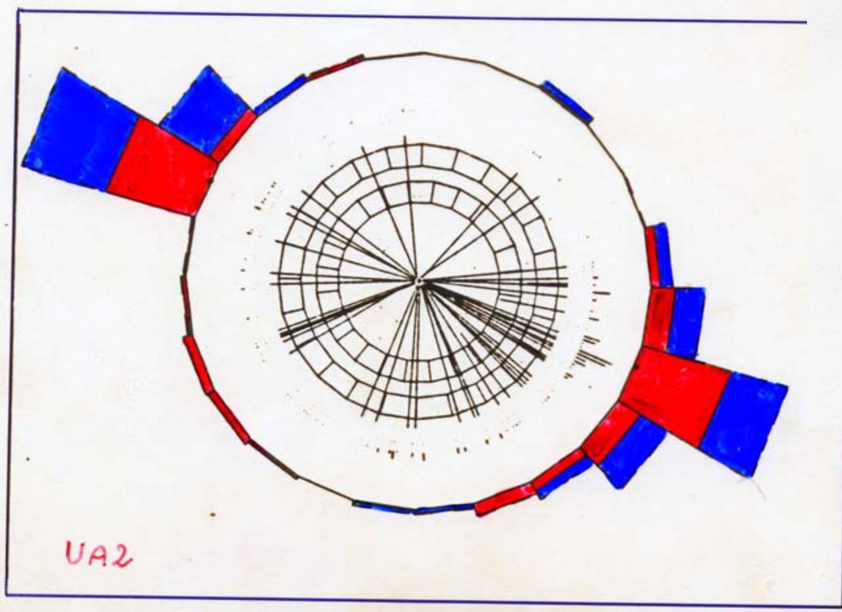
$$x_C = \frac{\sum_i x_i E_{Ti}}{\sum_i E_{Ti}}; y_C = \frac{\sum_i y_i E_{Ti}}{\sum_i E_{Ti}} \text{ somma sulle celle}$$

ii) In un raggio R_C~0.7,si sommano tutte le energie > 0.1 GeV e si ricalcola il centroide e la direzione.

iii)Se due gruppi energetici condividono piu' del 75% di celle vengono unificati.

CDF: per E_T> 15 GeV ε_{jet} > 90%, jet falsi < 5%.





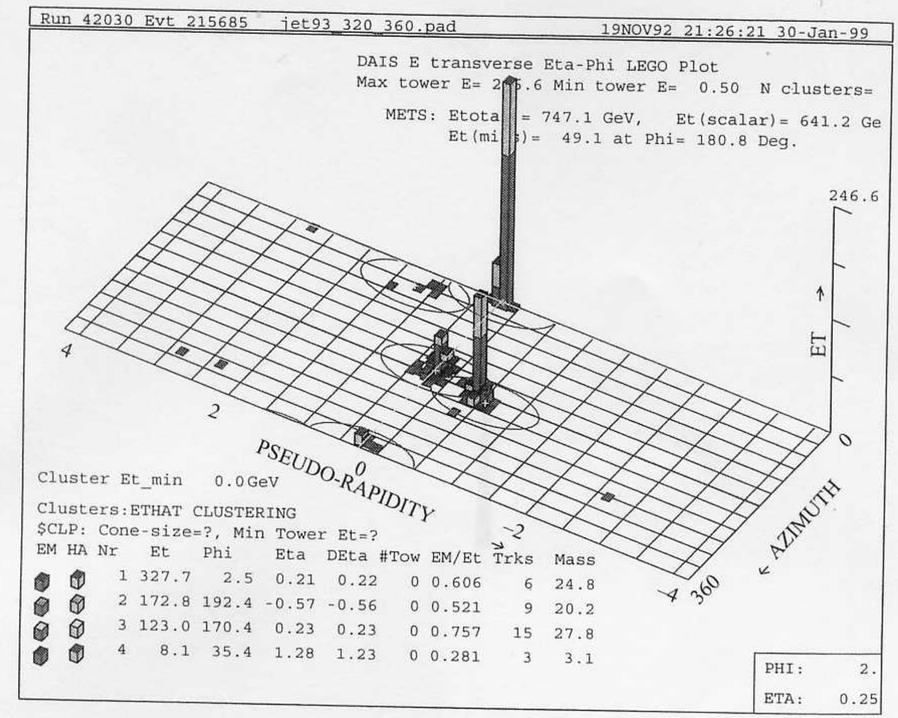


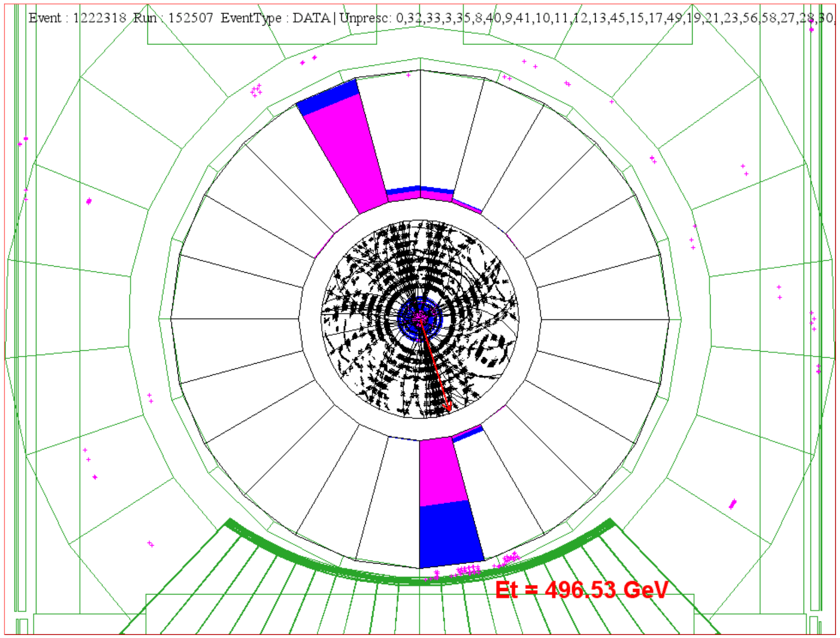
FIG. 6.10. A multi-jet event in the CDF detector, shown in the Lego-plot r resentation on the η-ϕ plane. The height of the towers indicates the amou of transverse jet energy. A jet clustering cone of radius 0.7 is shown arou each jet. Figure from Blazey and Flaugher(1999).

Jet di UA2
presa dati 1983

$$E_T = \Sigma E_i \sin\theta_i$$

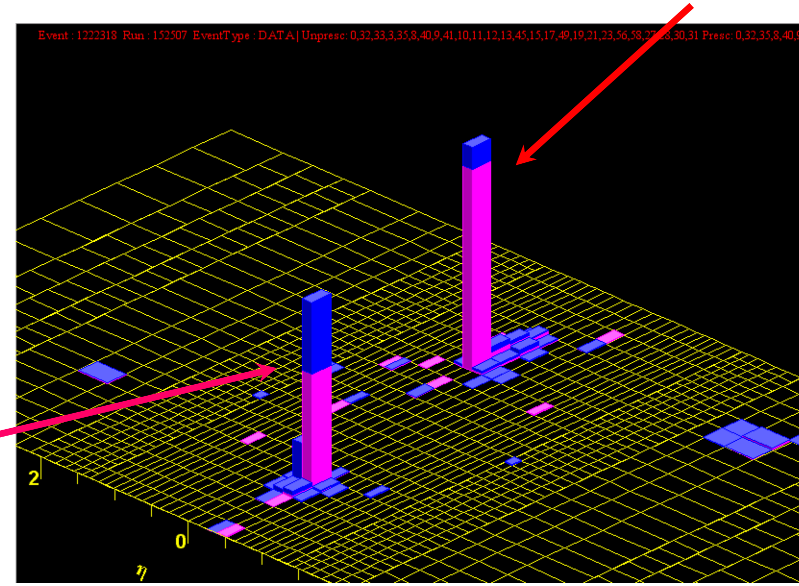
Evento a 2 jet CDF

Dijet Mass = 1364 GeV/c^2



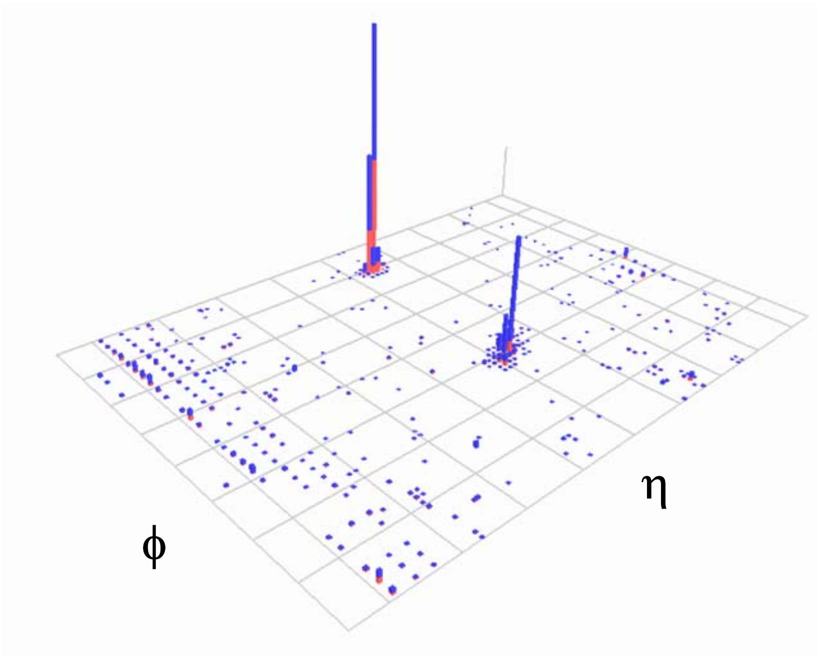
CDF (ϕ-r view)

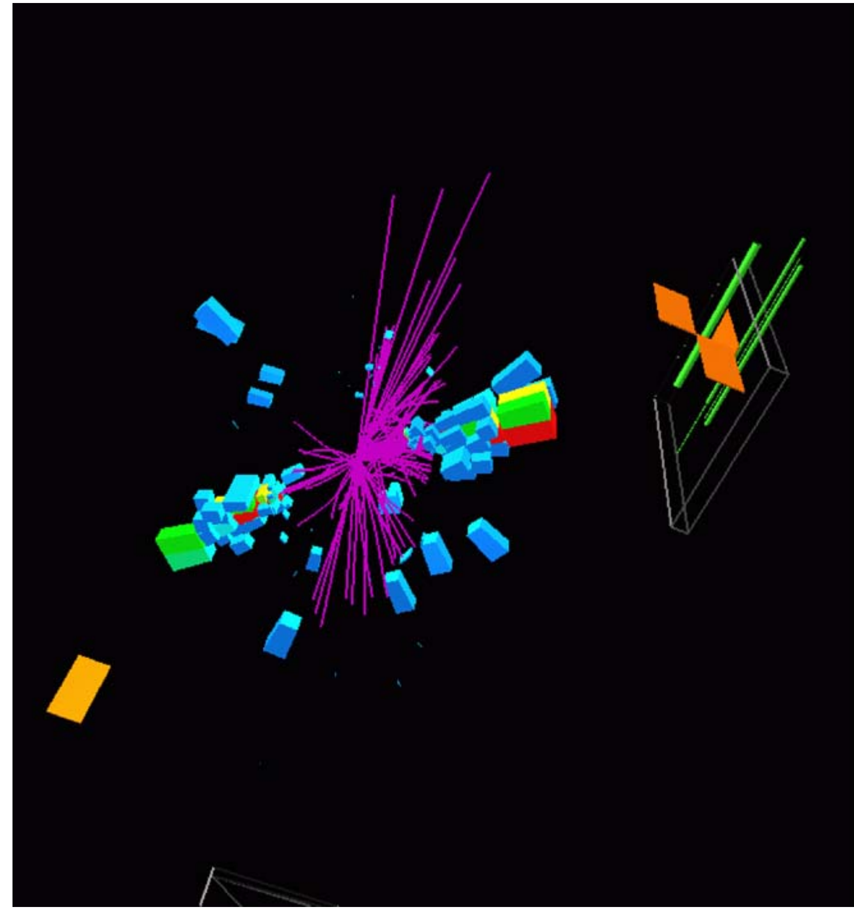
E_T = 666 GeV
η = 0.43



E_T = 633 GeV
η = -0.19

Evento a 2 jet D0



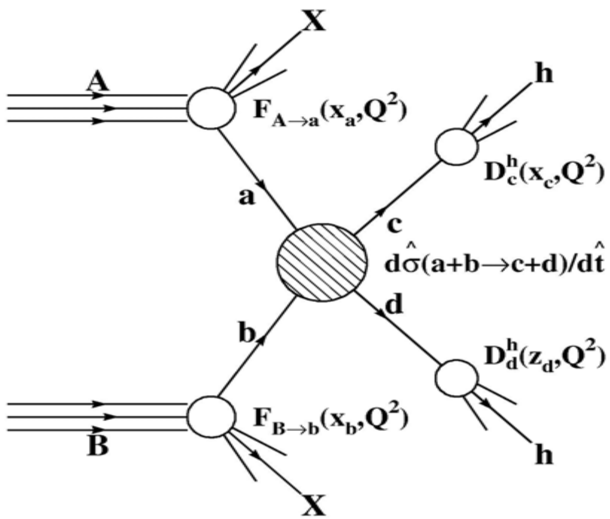


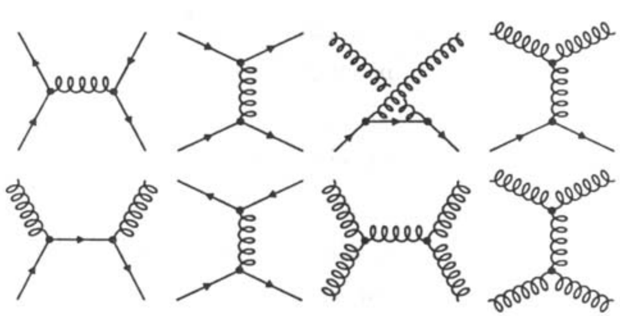
M_{jj} = 838 GeV/c^2

$p_T(1)$ = 432 GeV/c

$p_T(2)$ = 396 GeV/c

Sezioni d'urto di QCD ai collider adronici





•L'interazione elementare dei costituenti degli adroni: quark e gluoni

•La frammentazione di quark e gluoni nello stato finale da' luogo a jet di alto impulso trasverso misurati dai rivelatori

• Le sezioni d'urto pe produzione di jet dipendono dalla interazione elementare tra partoni e dalle funzioni di struttura e sono calcolabili.

Discrepanze tra predizioni e esperimento:

-inadeguatezza del calcolo QCD (LO, NLO, NNLO)?
-inadeguatezza delle funzioni di struttura?
-errore sperimentale?

-**Nuova fisica?**

Sezioni d'urto

Sezione d'urto elementare invariante inclusiva partonica (tutte le masse sono nulle):

$$E\frac{d\hat{\sigma}}{dp^3} = \frac{1}{2\hat{s}8\pi^2}\sum_{spin}|M|^2\delta(\hat{s}+\hat{t}+\hat{u})$$

Identificando i jet con i partoni e tenendo conto delle densità partoniche $f_i(x)$,$f_j(x)$:

$$E\ \frac{d\sigma}{dp^3} = \frac{1}{16\pi^2 s}\sum_{i,j,k,l}\int_0^1 \frac{dx_1}{x_1}\frac{dx_2}{x_2}[f_i(x_1)f_j(x_2)+1\leftrightarrow 2]\cdot\sum_{spin}|M(ij\to kl)|^2\frac{1}{1+\delta_{ij}}\delta(\hat{s}+\hat{t}+\hat{u})$$

$$E\frac{d\sigma}{dp^3} = \frac{d\sigma}{dy\cdot d\vec{p}_T} = \frac{d\sigma}{dy\cdot p_T\cdot dp_T\cdot d\phi} = 2\pi\frac{d\sigma}{dy\cdot p_T\cdot dp_T}$$

Sperimentalmente: $y = \sinh^{-1}\left(\frac{p_L}{\sqrt{p_T^2+m^2}}\right)\xrightarrow{m^2/p_T^2<<1}\eta = -\ln\tan\frac{\theta}{2}$

$$E\frac{d\sigma}{dp^3} = \frac{d\sigma}{p_T\langle\Delta\eta\Delta\phi\rangle\Delta p_T} = \frac{N(p_T)}{\int Ldt\cdot\varepsilon_C}\frac{1}{p_T\Delta p_T}\frac{1}{\langle\Delta\phi\cdot\Delta\eta\rangle}$$

$N(p_T)$= numero di jet misurati nell'intervallo $\Delta p_{T,} < \Delta\eta\ \Delta\phi >$;
$\int Ldt$= luminosità integrata fornita dall'acceleratore;
ε_C= efficienza dei criteri di selezione dei jet;
$<\Delta\eta\Delta\phi>$= accettanza geometrica

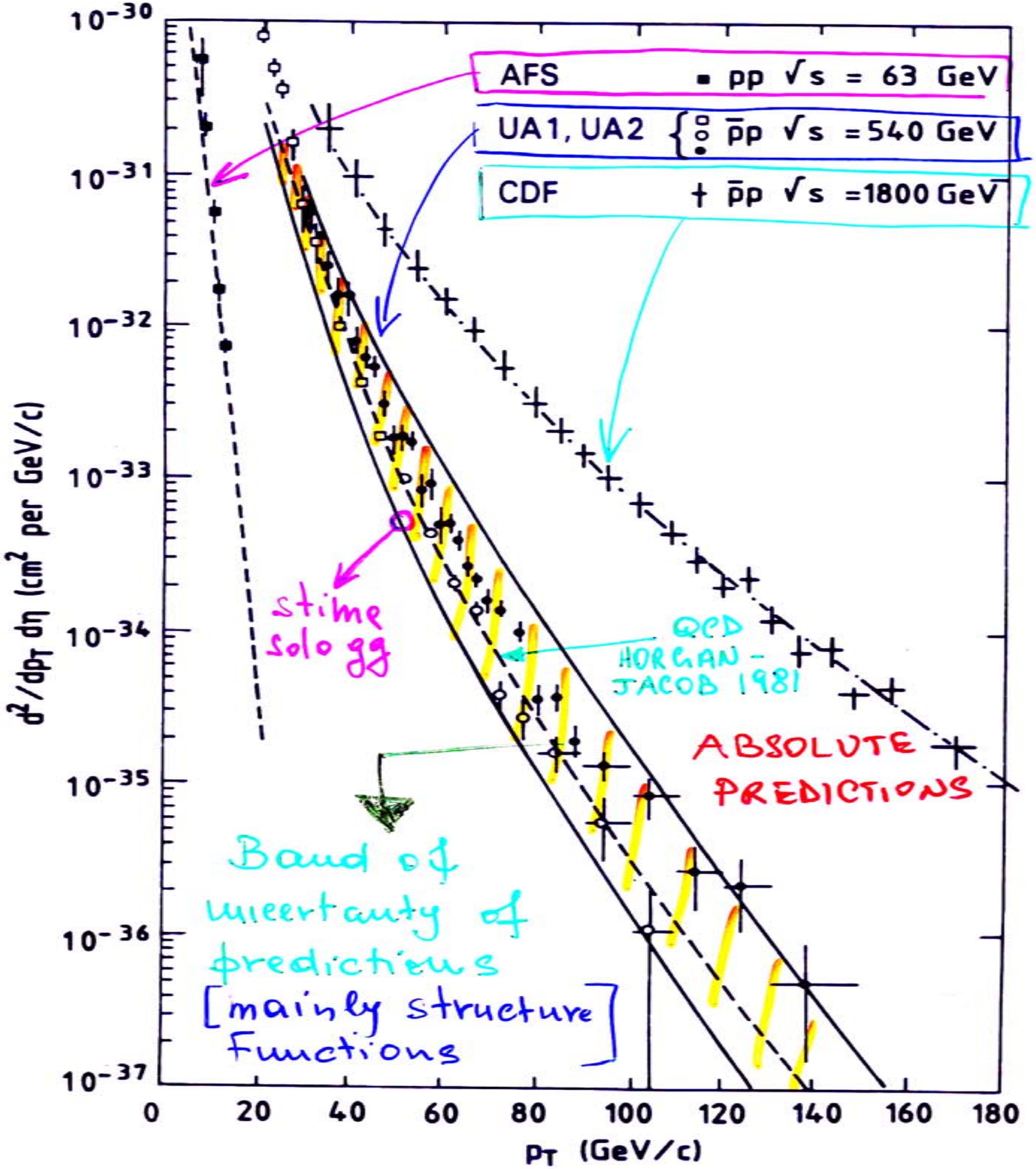
Errori sulla sezione d'urto

-Statistico: $N_J(p_T)$

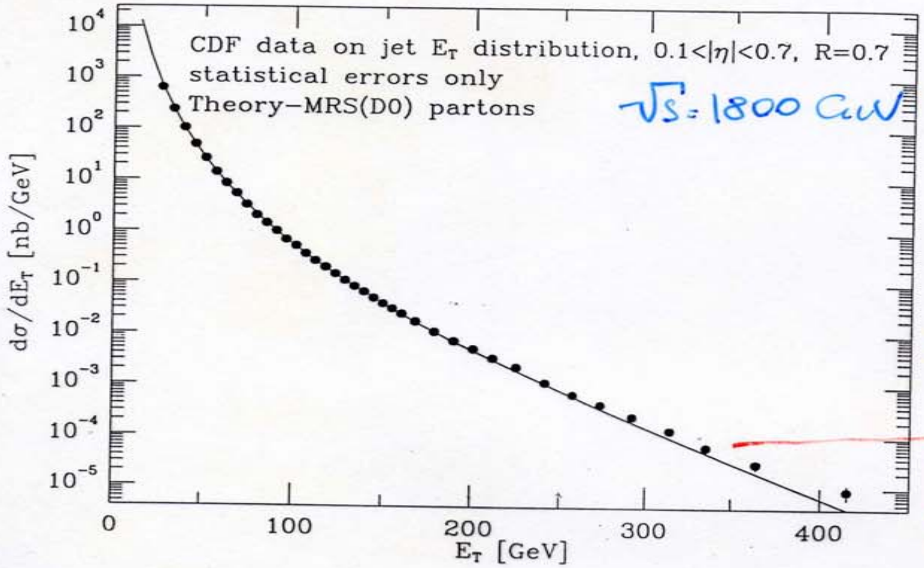
-Sistematico: dalla conoscenza della luminosita' $\int Ldt$ (ex. a LHC ~ 5%);
ε_C ($\Delta\ \varepsilon_C < 10\%$);
$<\Delta\eta\Delta\phi>$.

-Scala di energia:
Poichè $E\frac{d\sigma}{dp^3}$ decresce rapidamente con p_T, una piccola incertezza sulla scala orizzontale (p_T) modifica fortemente quella verticale ($E\frac{d\sigma}{dp^3}$)

Ex. In UA2 ±4 % di incertezza sull'energia del jet si riflette in ±30 % su valore della sezione d'urto



Sezioni d’urto inclusive di jet

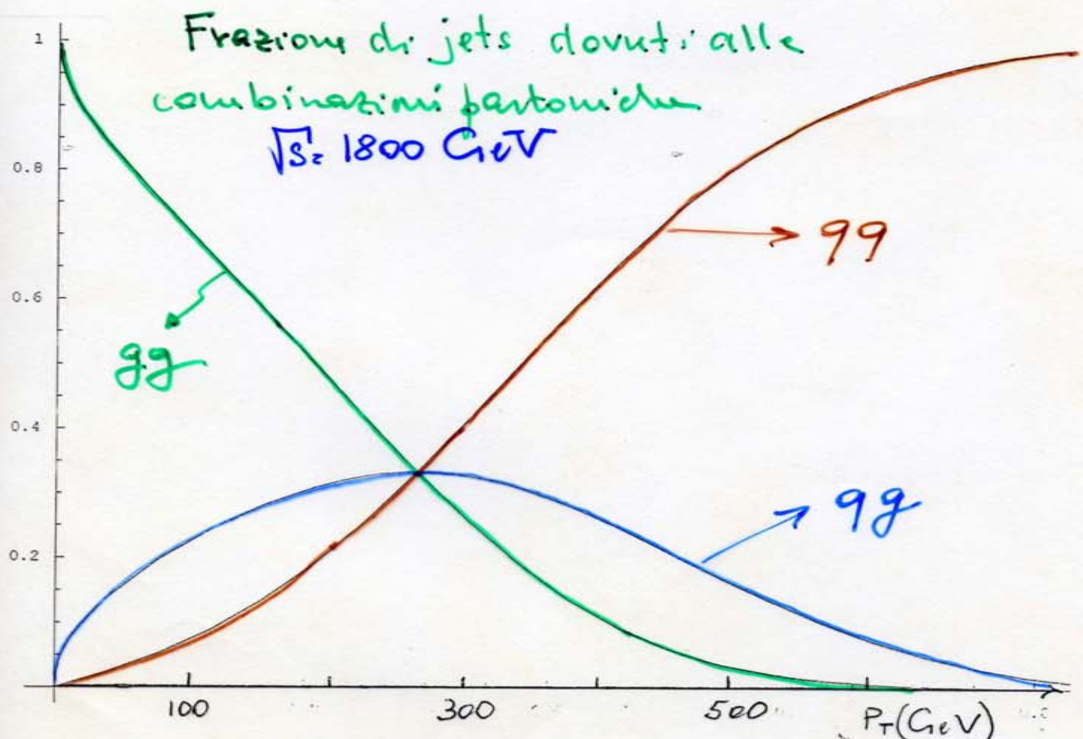


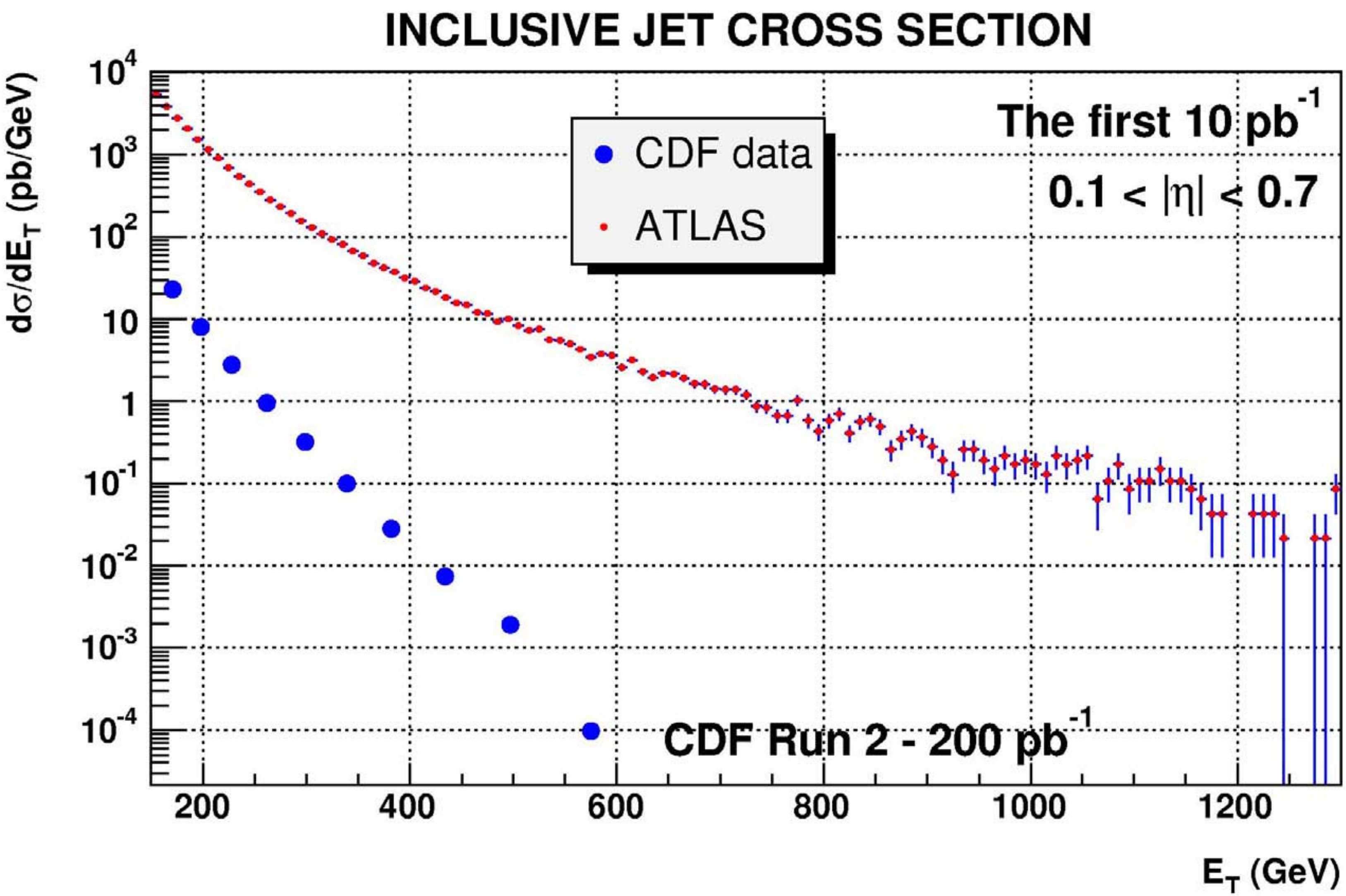
Curva NLO insensibile ($\pm 5\%$) alle scelte del Q^2

A L.O. dipendente Q^2 (50 %)

eccesso ($d \sim 10^{-18}$ m) ma errore sistematico grande ~70 %

Fig. 7.7. Jet E_T distribution from the CDF collaboration [9], compared with a next-to-leading order QCD prediction from ref. [11].





INCLUSIVE JET CROSS SECTION
dσ/dE_T (pb/GeV)
10^4
10^3
10^2
10
1
10^-1
10^-2
10^-3
10^-4
200
400
600
800
1000
1200
E_T (GeV)
CDF data
ATLAS
The first 10 pb^-1
0.1 < |η| < 0.7
CDF Run 2 - 200 pb^-1

Stima sezione d'urto pp→jj+X a $\sqrt{s}$=14 TeV

Stima sezione d'urto. $pp \to jj + X$ a $\sqrt{s} = 14$ TeV
a $y=0$, $\theta = \theta^* = 90°$ $p_T^j = 0.5$ TeV ($M_{jj} = \sqrt{\hat{s}} = 1$ TeV)

- Dominio gg $\frac{d\sigma}{d\cos\theta^*} = \frac{\pi \alpha_s^2}{2\hat{s}} |M|^2$ con $|M|^2 = \frac{9}{2}\left[3 - \frac{\hat{u}\hat{t}}{\hat{s}^2} - \frac{\hat{u}\hat{s}}{\hat{t}^2} - \frac{\hat{t}\hat{s}}{\hat{u}^2}\right]$

- Funzioni di distribuzione

$xg(x) = \frac{7}{2}(1-x)^6$

$xu(x) = 1.8\sqrt{x}(1-x)^3$
$xd(x) = 0.7\sqrt{x}(1-x)^4$
$xs(x) = 0.2(1-x)^8$

- Sezione d'urto: $d\sigma = P_A P_B d\hat{\sigma} = f(x_1) f(x_2) dx_1 dx_2 d\hat{\sigma}$

passiamo da $dx_1 dx_2 \to d\tau\, dy$ $\left(dx_1 dx_2 = d\hat{s}\, dy \frac{1}{s}\right)$
($\tau = x_1 \cdot x_2$, y = rapidità della coppia)

$\hat{t} = -\frac{\hat{s}}{2}(1-\cos\hat{\theta})$, $\hat{u} = -\frac{\hat{s}}{2}(1+\cos\hat{\theta})$, se $\hat{\theta} = 90°$

$\hat{t} = -\frac{\hat{s}}{2} = \hat{u}$, $y = 0$

$x_1 = \frac{2P_T}{\sqrt{s}} e^{y}$

$x_2 = \frac{2P_T}{\sqrt{s}} e^{-y}$

$\Rightarrow |M|^2 = \frac{9}{2}\left\{3 - \frac{1}{4} + 2 + 2\right\} = 243/8$

e $\frac{d\sigma}{d\tau\, dy} = f(x_1) f(x_2) \frac{243}{8} \frac{\pi\alpha_s^2}{2\hat{s}}$ ma $\tau = \frac{\hat{s}}{s}$

$\frac{d\sigma}{d\hat{s}\, dy} = \frac{1}{s\hat{s}} f(x_1) f(x_2) \frac{243}{8} \frac{\pi\alpha_s}{2}$

ma $\hat{s} = (2P_T)^2$ e $s = \frac{\hat{s}}{x_1 x_2}$ $\Rightarrow d\hat{s} = 8 P_T dP_T$, $x_1 = x_2 = \sqrt{\tau}$

$\frac{d\sigma}{dy\, dP_T} = \frac{8P_T}{\hat{s}^2} x_1 x_2 f(x_1) f(x_2) \frac{243}{8} \frac{\pi\alpha_s^2}{2} = \frac{1}{\hat{s}} \cdot \frac{2}{P_T}\left[\frac{7}{2}(1-\sqrt{\tau})^6\right]^2 \frac{243}{8} \frac{\pi\alpha_s^2}{2}$

$\tau = \frac{\hat{s}}{s} = \frac{M_{jj}}{s} = \frac{1}{(14)^2}$, $\hat{s} = 10^6$ GeV, $P_T = 500$ GeV

$\alpha_s = 0.1$

$$\frac{d\sigma}{dy\,dP_T} = \frac{1}{10^6} \cdot \frac{1}{500} \quad 5 \cdot 30.4 \cdot \pi \; (0.1)^2 = 95 \cdot 10^{-10}\ \text{GeV}^{-3}$$

ma $\frac{1}{\text{GeV}^2} = (0.2\ \text{fm})^2 = 0.04 \cdot 10^{-26}\ \text{cm}^2$

$$\frac{d\sigma}{dy\,dP_T} = 3.8 \cdot 10^{-36}\ \text{cm}^2/\text{GeV}$$

(cfr a $\sqrt{s} = 1800$ GeV $\left.\frac{d\sigma}{dy\,dP_T}\right|_{p_T = 500\,\text{GeV}}^{y=0} \sim 10^{-39}\ \frac{\text{cm}^2}{\text{GeV}}$)

N.B. a $M_{jj} = \sqrt{\hat{s}} = 1$ TeV $\tau = x^2 = \frac{M_{jj}^2}{(14)^2} = 0.0051$, $x = 0.07$

Le densità partoniche:

$$g(x) = \frac{1}{x}\frac{7}{2}(1-x)^6 = 32$$

$$u(x) = \frac{1.8}{\sqrt{x}}(1-x)^3 = 5.4$$

$$d(x) = \frac{0.7}{\sqrt{x}}(1-x)^4 = 2$$

$$s(x) = \frac{0.2}{x}(1-x)^8 = 1.5$$

Dunque è giustificato considerare prevalente lo scattering $gg \to gg$.

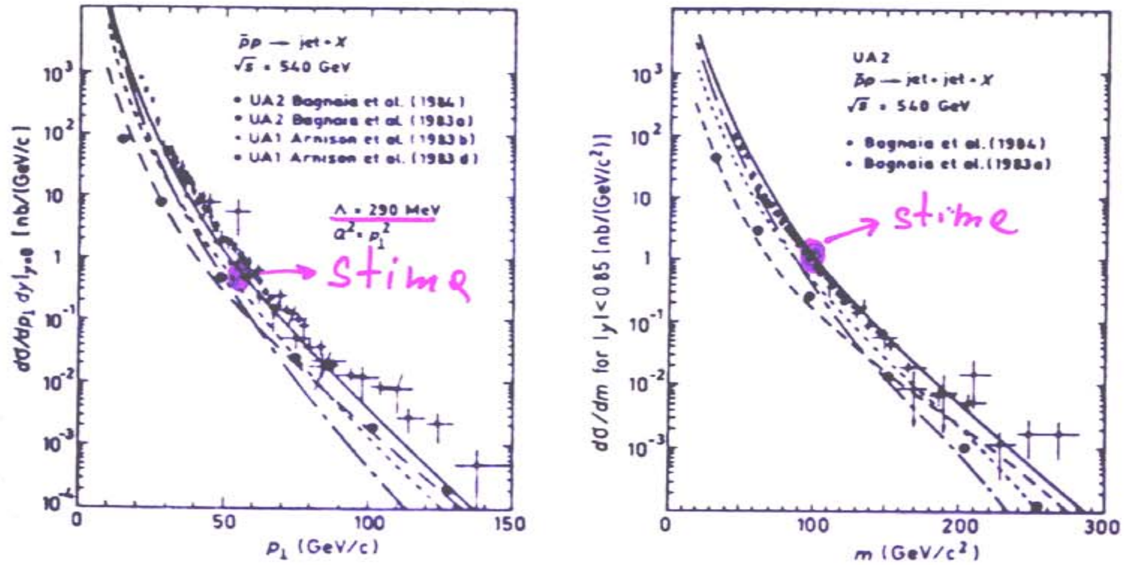


Fig. 4.6. Invariant mass and $p_\perp$ distributions of two-jet events from UA2. Hand estimates are shown as • points. Both jets have $|y| < 0.85$. (*From Gen. Ref. 1.*)

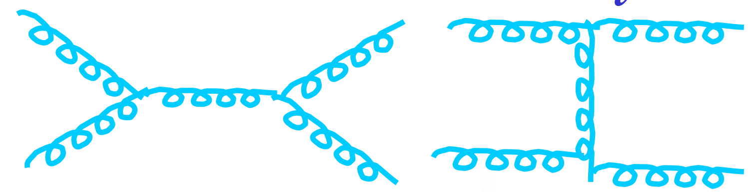
Stima con solo contributi $gg \to gg$

$$\left.\frac{d\sigma}{dM\,dy}\right|_{\substack{M=100 \\ y=0 \\ \Delta y=0.85}} = 1.0 \text{ nb/GeV}$$

$$\left.\frac{d\sigma}{dp_T\,dy}\right|_{\substack{p_T=50 \\ y=0 \\ \Delta y=0.85}} = 0.4 \text{ nb/GeV}$$

Evidenza di scattering alla Rutherford $\propto \dfrac{1}{\hat{t}^2}$

dominio gg: ($\hat{t} = \frac{\hat{s}}{2}(\cos\hat{\theta}-1), \hat{u} = -\frac{\hat{s}}{2}(\cos\hat{\theta}+1)$):



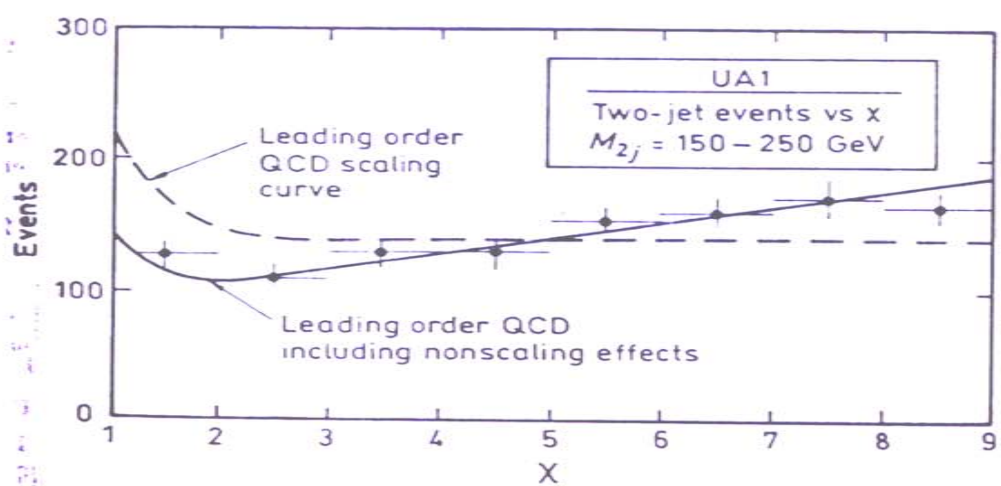
$$d\hat{t} = \frac{\hat{s}}{2} d(\cos\hat{\theta}) \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\cos\theta^*} = \frac{\pi\alpha_S^2}{2\hat{s}}|M|^2 \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{\pi\alpha_S^2}{\hat{s}^2}|M|^2,$$

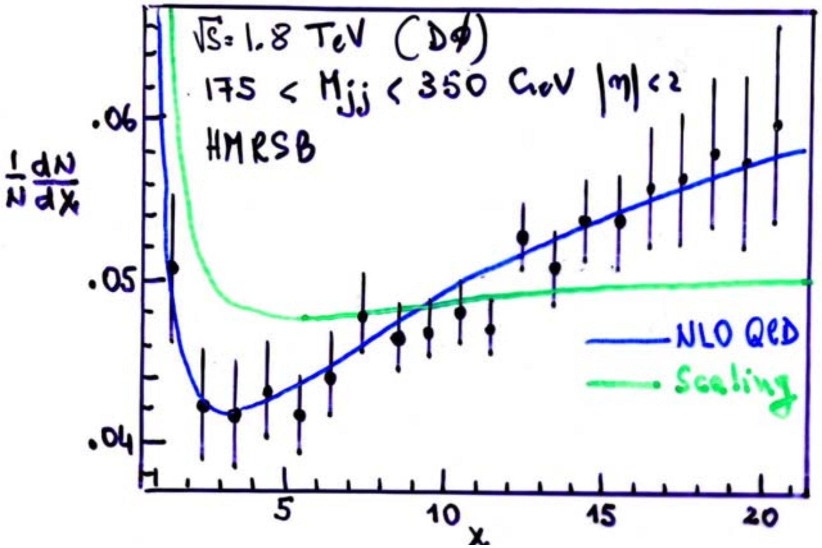
$$|M|^2_{gg} = \frac{9}{2}\left\{3 - \frac{\hat{u}\hat{t}}{\hat{s}^2} - \frac{\hat{u}\hat{s}}{\hat{t}^2} - \frac{\hat{t}\hat{s}}{\hat{u}^2}\right\} se\ \hat{\theta} \to 0\ (\hat{t} \to 0, \hat{u} \to -\hat{s})$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\hat{t}} \approx \frac{\pi\alpha_S^2}{\hat{s}^2}\frac{9}{2}\left[3 + \frac{\hat{s}^2}{\hat{t}^2}\right] \xrightarrow{\hat{t}\to 0} \frac{9}{2}\frac{\pi\alpha_S^2}{\hat{t}^2}$$

$$def: \chi = \frac{1+\cos\hat{\theta}}{1-\cos\hat{\theta}} = \frac{\hat{u}}{\hat{t}} = \cot^2\frac{\hat{\theta}}{2} \qquad \frac{d\chi}{d\cos\hat{\theta}} \xrightarrow{\hat{\theta}\to 0} \frac{1}{\hat{t}^2}\ \mathrm{ma}\ d\hat{t} \approx d\cos\hat{\theta} \Rightarrow \frac{d\chi}{d\hat{t}} \approx \frac{1}{\hat{t}^2}$$

$$\frac{d\sigma}{d\chi} \approx \frac{d\sigma}{d\hat{t}}\frac{d\hat{t}}{d\chi} \approx \mathrm{costante}\ (\mathrm{vera\ per\ t} \to 0 : \mathrm{grandi}\ \chi)$$





I dati mostrano un andamento ancora piu' piccatio a θ=0 (piccoli t, grandi χ) del semplice andamento alla Rutherford.

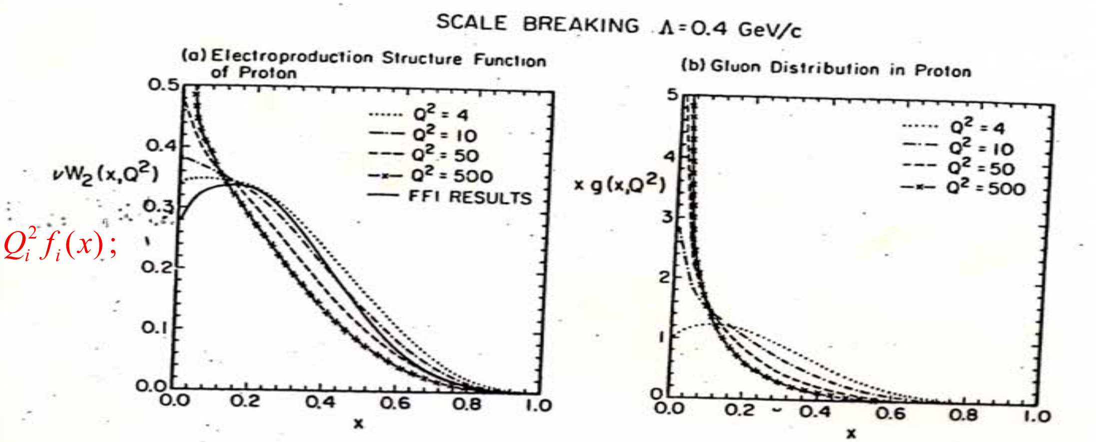
La predizione NLO QCD include la dipendenza da Q^2 di α_S e delle funzioni di distribuzione e descrive egregiamente i dati.

N.B. Una interazione con gluone scalare avrebbe prodotto:

$$\frac{d\sigma}{d\cos\hat{\theta}} \approx \cos\tan te \;(\text{così come } \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\hat{\mathrm{t}}}) \text{ e quindi} : \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\chi} \xrightarrow{\hat{t}\to 0} \frac{1}{\chi^2}$$

Che va a 0 se $\chi \to \infty$

Funzioni di struttura e di frammentazione



$$F_2(x) = \nu W_2 = x\sum_i Q_i^2 f_i(x);$$

Fig.7.4. Typical parameterization of quark and gluon structure functions of the proton for various Q^2 /282/

Il numero "osservato" di partoni e' "dinamico". Se Q^2 aumenta sono messi in luce sempre più strutture: Rottura dello scaling:

$F(x) \rightarrow F(x,Q^2)$ (equazione di Altarelli/Parisi)

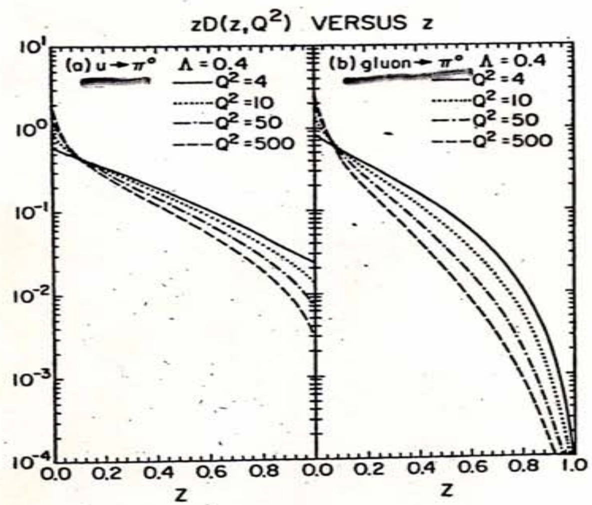


Fig.7.5. As Fig.7.4, but for fragmentation functions

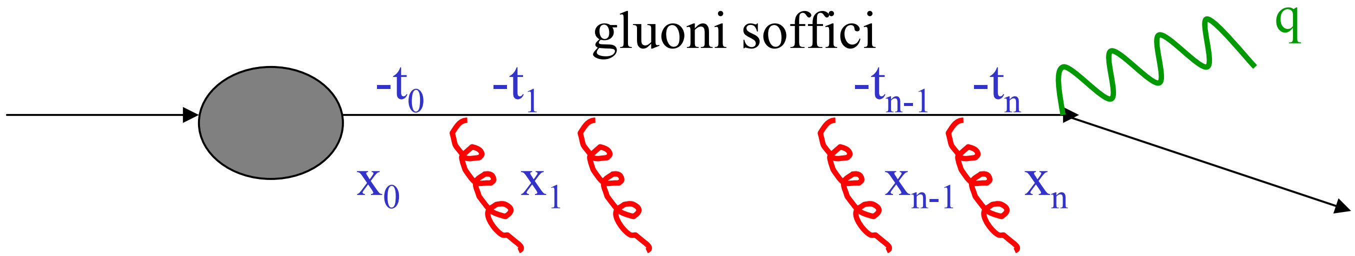
D(z) descrive la frammentazione del partone in un adrone con frazione z del partone genitore

Rottura dello scaling

$D(z) \rightarrow D(z,Q^2)$

Evoluzione della distribuzione dei partoni

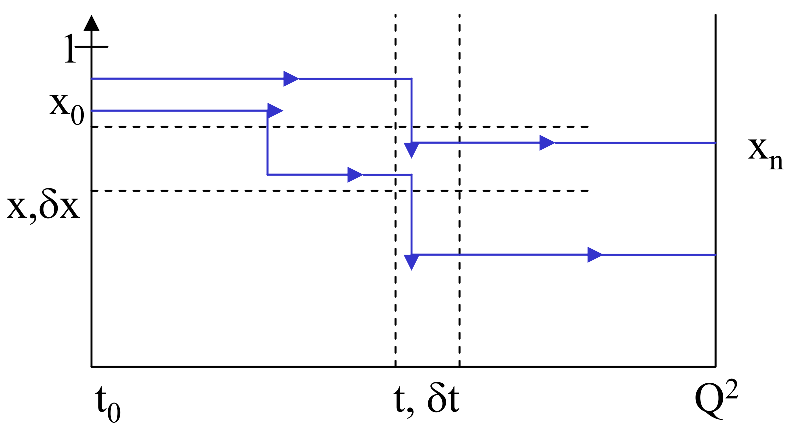
Adrone A quark spacelike si evolve emettendo gluoni soffici



DIS
$Q^2=-q^2$

Il quark diventa sempre più virtuale (la massa quadra: -t è negativa) emettendo gluoni e riducendo la sua frazione di impulso. Quando arriva l'interazione con il fotone virtuale anch'esso spacelike (con Q^2) il quark e' riportato su mass shell (piu' Q^2 aumenta piu' il quark diventa "soffice"):

$\Longrightarrow$ La distribuzione in x: f(x) dipende dalla "scala" t: $f(x) \rightarrow f(x,t) \rightarrow f(x,Q^2)$



Come cambia f(x,t) quando:
$t \rightarrow t + \delta t$ e $x \rightarrow x + \delta x$:
Consideriamo il numero di traiettorie che "entrano" in $(\delta t, \delta x)$ meno quelle che ne "escono".

Traiettorie che entrano: integrale del prodotto della densità partonica a ogni x'> x per la probabilità di emettere gluoni (perdendo una frazione z dell'impulso):

BRANCHING PROBABILITY

$$\delta f_{in}(x,t)=\frac{\delta t}{t}\int_x^1 dx'\int dz\,\frac{\alpha_S P(z)}{2\pi}f(x',t)\delta(x-zx')$$

Con x'=x/z frazione dell'impulso precedente l'emissione (x'>x)
z=frazione di impulso perso;

$$\frac{\alpha_S}{2\pi}\frac{P(z)}{t}\equiv branching\,probability$$

1/t propagatore di quark
P(z): resto dell'ampiezza (polarizzazione
+ fattore di colore)

$$\delta f_{in}(x,t)=\frac{\delta t}{t}\int_0^1 \frac{dz}{z}\frac{\alpha_S P(z)}{2\pi}f(x/z,t)$$

N.B. L'integrando è nullo se z<x (x'>1)

Per le traiettorie che escono l'integrale deve essere fatto su tutti gli x' minori di x: x'=zx

$$\delta f_{out}(x,t)=\frac{\delta t}{t}f(x,t)\int_x^1 dx'\int dz\,\frac{\alpha_S P(z)}{2\pi}\delta(x'-zx)=\frac{\delta t}{t}f(x,t)\int_0^1 dz\,\frac{\alpha_S P(z)}{2\pi}$$

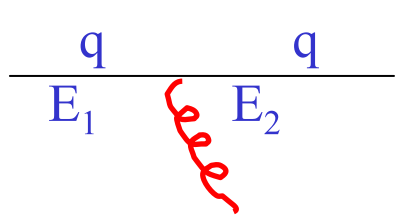
La variazione di popolazione: $\delta f(x,t) = \delta f_{in} - \delta f_{out} = \frac{\delta t}{t}\int_0^1 dz \frac{\alpha_S P(z)}{2\pi}[\frac{1}{z} f(x/z,t) - f(x,t)]$

Per ogni “ragionevole” distribuzione continua posso trascurare nell’integrando il termine f(x,t) che non dipende da z: (sto escludendo il valore a z=1 della P(z) e f(x/z,t): funzione di splitting regolarizzata

$$\boxed{t\frac{d}{dt} f(x,t) = \int_0^1 \frac{dz}{z}\frac{\alpha_S P(z)}{2\pi} f(x/z,t)}$$

Equazione di **evoluzione di Altarelli-Parisi:** equazione integro-differenziale che data una funzione di distribuzione dei partoni a un certo valore $f(x,t_1)$ mi permette di calcolarla a un valore diverso: $f(x,t_2)$. ($t \equiv Q^2$)

Per



$z=E_2/E_1$

$P(z) = C_F \frac{1+z^2}{1-z}$ con $0 \le z \le 1$.

Fattore di colore=4/3

Nota la divergenza infrarossa quando $z \longrightarrow 1$

Quando Q^2 aumenta la x tende a valori sempre piu' piccoli

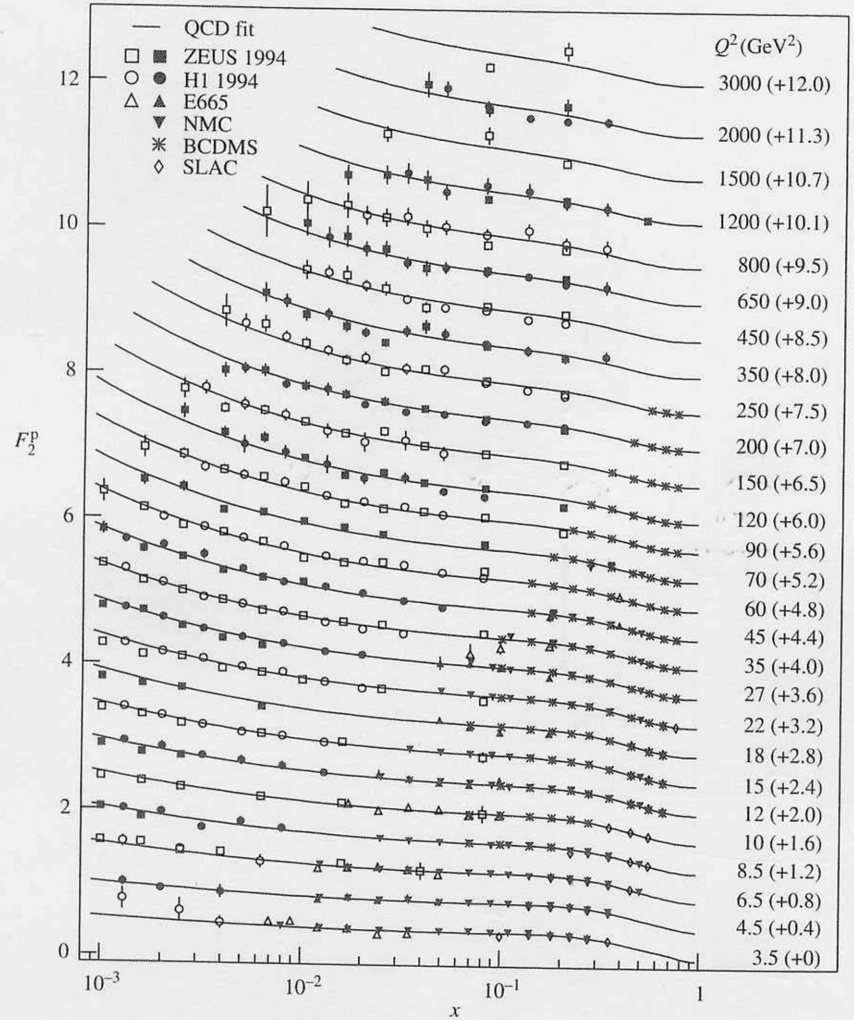


FIG. 7.23. The proton structure function F_2 versus x at fixed values of Q^2 from data included in the QCD analysis of Ref. (Botje, 2000). The full line indicates the result of the QCD fit. The constants in brackets are added to F_2.

Fattori di colore

-Generatori di SU(3): T_a (8 matrici di Gell-Mann)

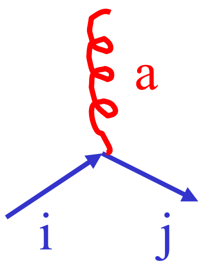
-regole di commutazione: $[T^a,T^b]= i\, f^{abc}T_c$ (algebra di Lie)

f^{abc}= costanti di struttura del gruppo (antisimmetrico per lo scambio di indici)

$f_{123}=1$; $f_{147}=1/2$; $f_{156}=-1/2$; $f_{246}=1/2$; $f_{257}=1/2$; $f_{345}=1/2$; $f_{367}=-1/2$; $f_{458}=\sqrt{3}/2$; $f_{678}=\sqrt{3}/2$

Nella lagrangiana di QCD (regole di Feynman):

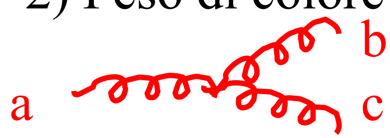
1)Peso di colore per il vertice QQG (quark i che diventa j emettendo il gluone a):



$g\gamma_\mu T^a_{ji}$ *sommato sui colori finali j passando per tutti i possibili gluoni a:*

$$P_{QQG}=\sum_{a,j}\left|T^a_{ji}\right|^2=\sum_{a,j}T^a_{ij}T^a_{ji}=\frac{4}{3},\ indipendentemente\ \ da\ \ i$$

2) Peso di colore per il vertice GGG

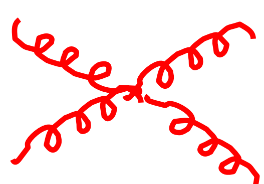


$-igf^{abc}\rightarrow$ *somma sui colori finali b,c:*

$$P_{GGG}=\sum_{b,c}\left|f^{abc}\right|^2=\sum_{b,c}f^{abc}f^{abc}=3$$

indipendentemente da a

3)Vertice a 4 gluoni:



$\propto g^2$ e quindi e' soppresso

Cinematica dell'interazione partone-partone

Chiamiamo con θ^* l'angolo di produzione rispetto alla direzione $p\bar{p}$ nel centro di massa partone-partone

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2,\ M_{jj}^2 = 4p_1p_2\sin^2\frac{\alpha}{2} = x_1x_2s;\ se\ p_T^{1+2} = 0,\ p_T^1 = p_T^2 \equiv p_T = p^*\sin\theta^*$$

$$\Rightarrow \theta^* = \sin^{-1}(2p_T/M_{jj})\ \ (M_{jj} = \sqrt{\hat{s}} = x_1x_2s = 2p^*)$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{p_L^2 + M_{jj}^2} + p_L}{\sqrt{s}},\ x_2 = \frac{\sqrt{p_L^2 + M_{jj}^2} - p_L}{\sqrt{s}} \quad (p_L = (x_1 - x_2)\frac{\sqrt{s}}{2})$$

$$\Rightarrow misurando\ p_T, p_L, M_{jj},\ si\ estraggono\ x_1, x_2, \theta^*$$

Criteri per selezionare eventi di QCD e con 2 jet bilanciati:

$p_T^{1,2} > 20$ GeV, $p_T^{1+2} << p_T^1,\ p_T^2$

$$\frac{d\sigma}{dx_1 dx_2 d(\cos\theta^*)} = \sum_{a,b} \frac{F_a(x_1)}{x_1} \frac{F_b(x_2)}{x_2} \sum_f \frac{d\sigma(ab \to f)}{d(\cos\theta^*)}$$

$\sigma(ab\to f)$ è la sezione d'urto elementare tra partoni a e b con stato finale f.

<u>il processo gg → gg è quello dominante assumiamo che</u>

<u>la sua dipendenza da θ^* sia valida anche per gli altri processi</u>

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta^*}|_{gg} = \frac{\pi\alpha_S^{\ 2}}{2\hat{s}} \frac{9}{2} \left(3 - \frac{\hat{u}\hat{t}}{\hat{s}^2} - \frac{\hat{u}\hat{s}}{\hat{t}^2} - \frac{\hat{s}\hat{t}}{\hat{u}^2}\right), \hat{u} = -\hat{s}(1+\cos\theta^*), \hat{t} = -\hat{s}(1-\cos\theta^*) \Rightarrow$$

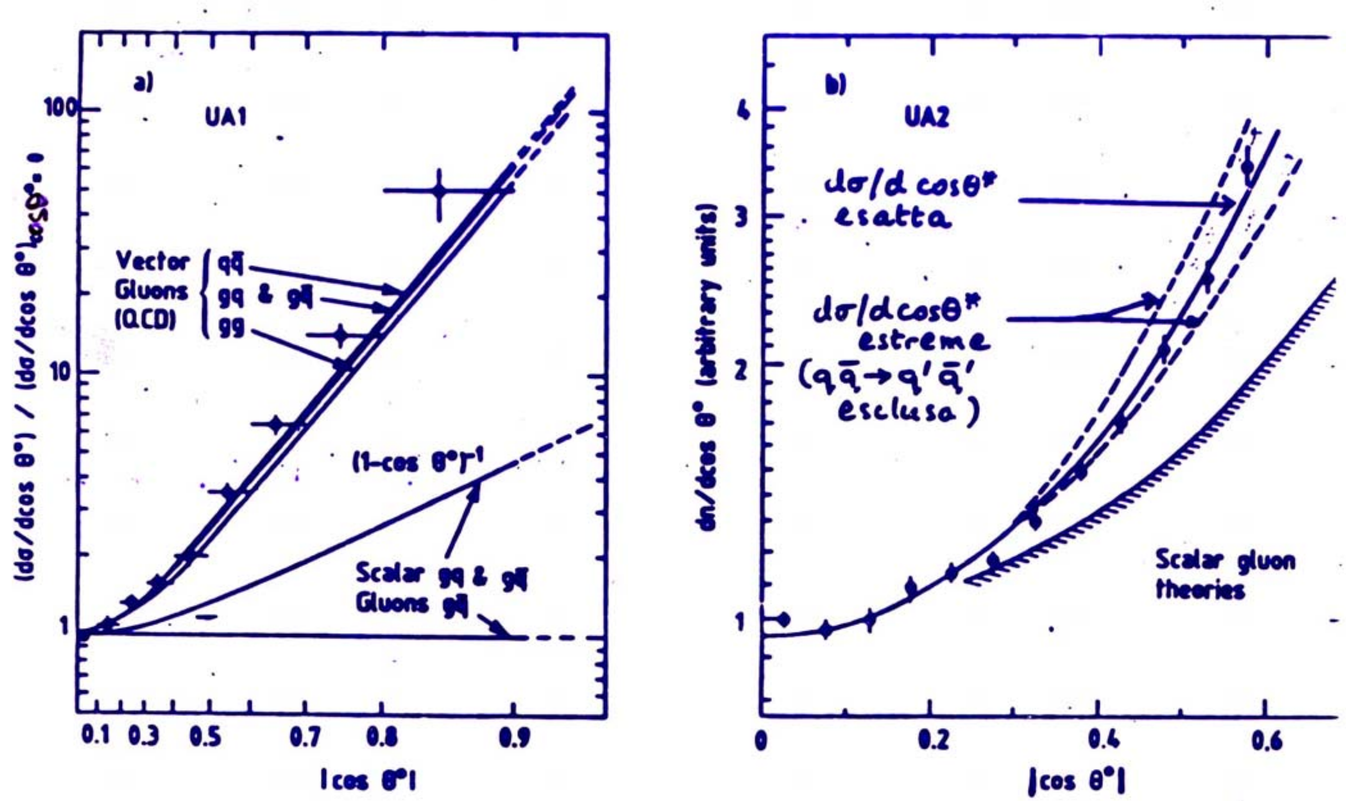
$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta^*}|_{gg} = \frac{9}{8} \frac{\pi\alpha_S^2}{2x_1 x_2 s} \frac{(3+\cos\theta^*)^3}{(1-\cos\theta^*)^2}$$

Rutherford

$$\frac{d\sigma}{dx_1 dx_2 d(\cos\theta^*)} = \left[\frac{1}{x_1}\sum_a F_a(x_1)\right]\left[\frac{1}{x_2}\sum_b F_b(x_2)\right] \frac{d\sigma}{d(\cos\theta^*)}|_{gg}$$

Funzione di struttura "globale": $\sum_a F_a(x) = G(x) + \frac{4}{9}\left[Q(x) + \overline{Q}(x)\right]$

Peso relativo del colore per il vertice ggg (3) e qqg (4/3)



-Conferma QCD

-Termine di Rutherford dominante: $(1-\cos\theta^*)^{-2} = \sin^{-4}\frac{\theta^*}{2}$

-Esclusi i gluoni scalari.

Misura delle funzioni di struttura

Definiamo θ^*_{min} se $\theta > \theta^*_{min}$ i 2 jet sono compresi nell'accettanza del calorimetro:

$$\boxed{\int_0^{\cos\theta^*_{min}} \frac{d\sigma}{dx_1 dx_2 d\cos\theta^*}} \approx \left[\frac{1}{x_1}F(x_1)\right]\left[\frac{1}{x_2}F(x_2)\right]\int_0^{\cos\theta^*_{min}} \frac{d\sigma(gg)}{d\cos\theta^*}\, d\cos\theta^*$$

Misurato

$$\frac{F(x_1)F(x_2)}{x_1 x_2} \approx \frac{\underbrace{\dfrac{d\sigma}{dx_1 dx_2}}_{\text{Incertezze sperimentali}}}{\underbrace{\displaystyle\int_0^{\cos\theta^*_{min}} \frac{d\sigma(gg)}{d\cos\theta^*}\, d\cos\theta^*}_{\text{Incertezze teoriche calcolo ordini sup. fattore K}}}$$

Incertezze sperimentali

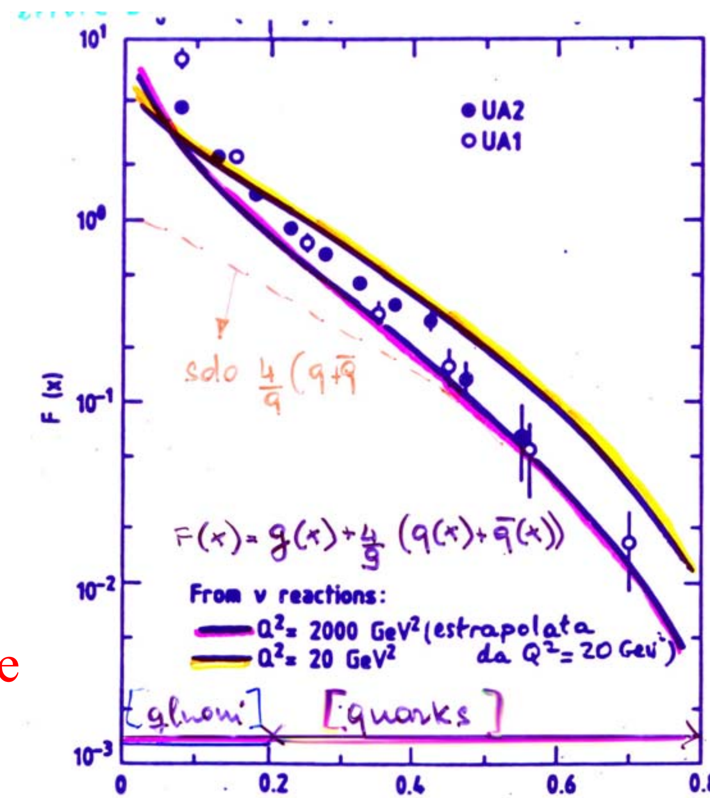
Incertezze teoriche calcolo ordini sup. fattore K

Ipotesi:
fattore K=1

$$\alpha_S = \frac{12\pi}{(33-2f)\ln\dfrac{Q^2}{\Lambda^2}}, \Lambda = 0.2\ \text{GeV}$$

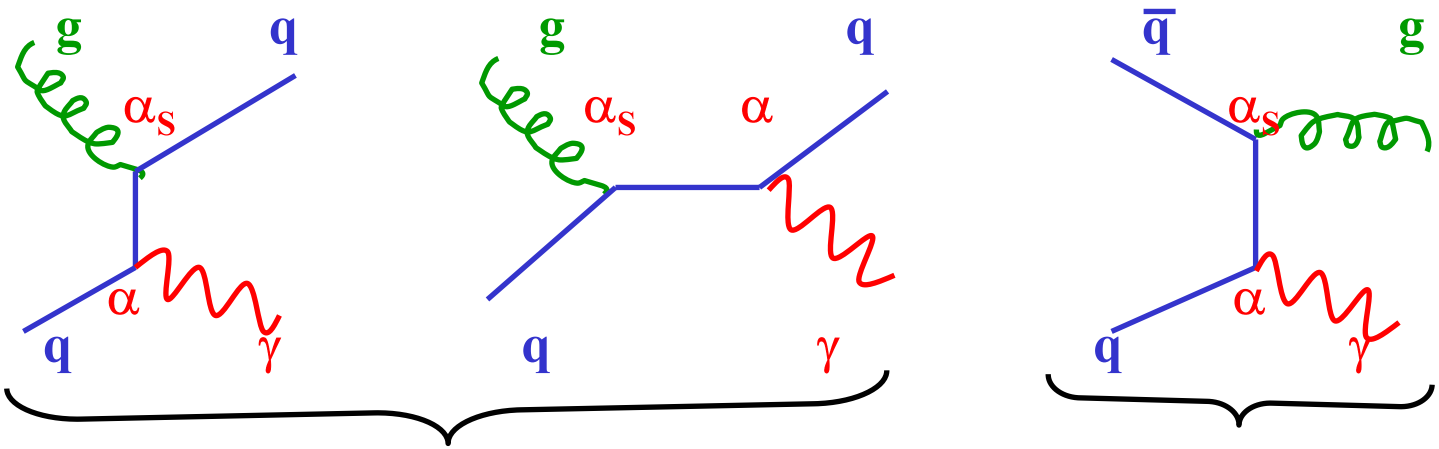
f=5

Errore sistematico di normalizzazione ~ 50%



Fotoni invece di jet

Produzione di fotone jet: all'ordine piu' basso solo 2 ampiezze(invece che le 8 di jet jet)



"Compton": gq→qγ

Annichilazione: $\overline{q}$q→qγ

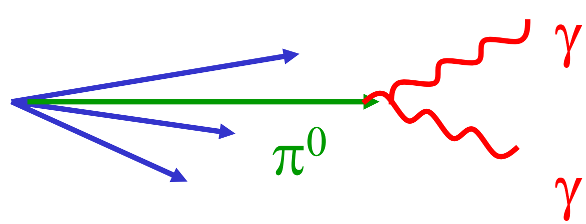
$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi\alpha\alpha_S}{3}\frac{s^2+u^2}{s^3u}$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{8\pi\alpha\alpha_S}{3}\frac{t^2+u^2}{s^2tu}$$

Vantaggi: a) uno dei "jet" è ben misurato: il fotone.

b) e' sensibile alla funzione di struttura dei gluoni

Svantaggio: grande fondo dai π^0 nei jet:



Ma: al crescere di p_T il numero di π^0 diminuisce (il π^0 è soggetto alla funzione di frammentazione);

i fotoni da π^0 **<u>non sono isolati</u>**;

a basso p_T (dipendentemente dalla risoluzione del rivelatore) si può imporre la condizione $m(\gamma\gamma)=m(\pi^0)$.

Valutiamo il rapporto $\sigma_{\gamma j}/\sigma_{jj}$

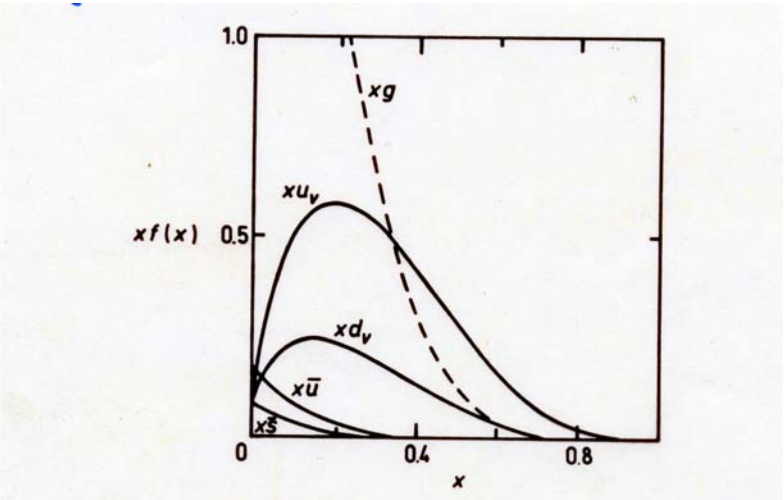


Fig. 2.9. Parton momentum distribution functions for the proton, $xf(x)$. (*From Gen. Ref. 3.*)

$$xu_V \approx 1.8 \cdot \sqrt{x}(1-x)^3$$

$$xd_V \approx 0.7 \cdot \sqrt{x}(1-x)^4$$

$$x\bar{u}_S \approx x\bar{d}_S = 2x\bar{s} \approx 0.2 \cdot (1-x)^8$$

$$xg(x) \approx \frac{7}{2}(1-x)^6$$

$$\sigma_{jj} \sim \alpha_S^2 [xg(x)xg(x)]; \sigma_{\gamma j} \sim \alpha_s Q_u^2 \alpha [xu(x)xg(x)], \textit{dominio Compton e quark u}$$

$$\frac{\sigma_{\gamma j}}{\sigma_{jj}} \approx \left[\frac{\alpha Q^2}{\alpha_S}\right]\left[\frac{xu(x)}{xg(x)}\right], \text{se x} < .1, \text{dominio u di mare:} \quad \frac{\sigma_{\gamma j}}{\sigma_{jj}} \approx \left[\frac{\alpha Q^2}{\alpha_S}\right]\left[\frac{0.2(1-x)^8}{3.5(1-x)^6}\right] = \frac{\alpha Q^2}{\alpha_S}\left[0.057(1-x)^2\right]$$

Se il jet (e il fotone) sono a 90°: $\hat{s} = (2p_T)^2, x^2 = \tau = \frac{\hat{s}}{s} \Rightarrow x = \frac{2p_T}{\sqrt{s}}$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{\gamma j}}{\sigma_{jj}}(\alpha_S = 0.1) = 9.2 \cdot 10^{-4}(1 - \frac{2p_T}{\sqrt{s}})^2 \xrightarrow{p_T = 50\ \text{GeV}, \sqrt{s} = 630\ \text{GeV}} 6.5 \cdot 10^{-4}$$

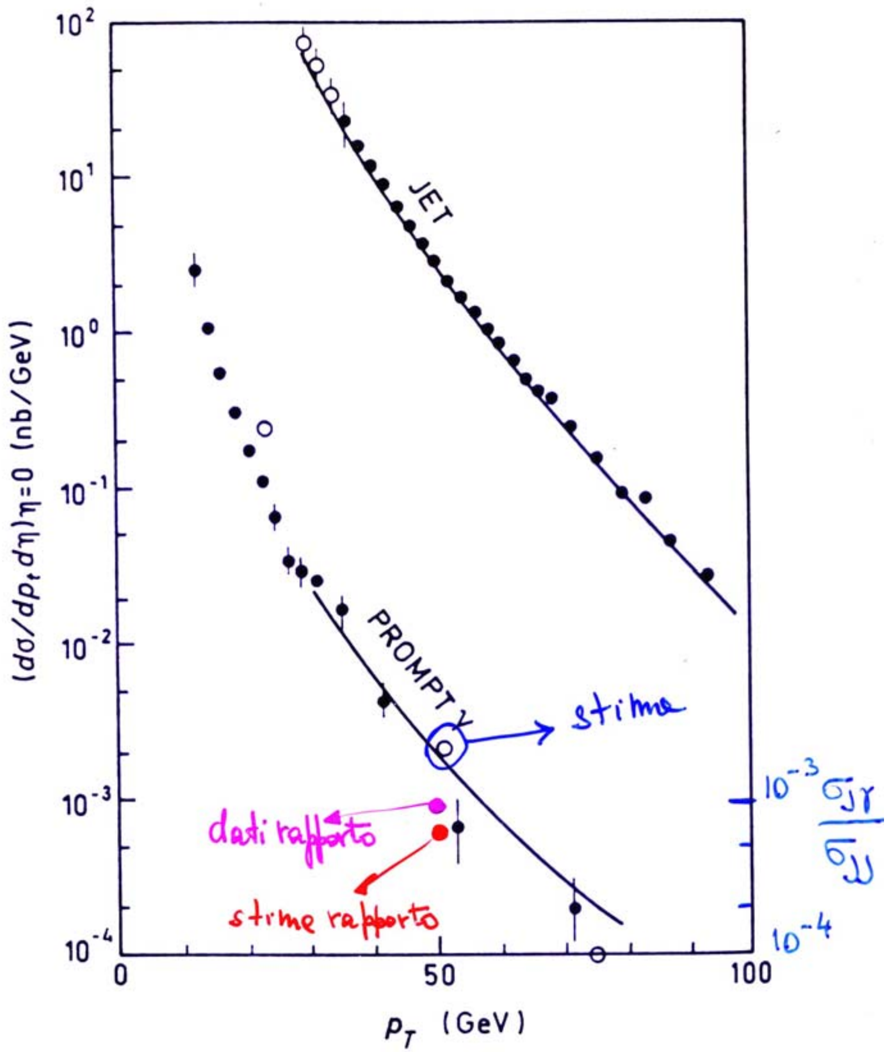
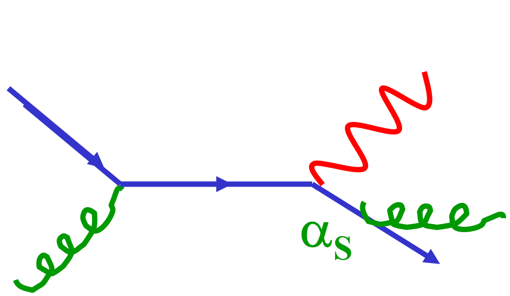
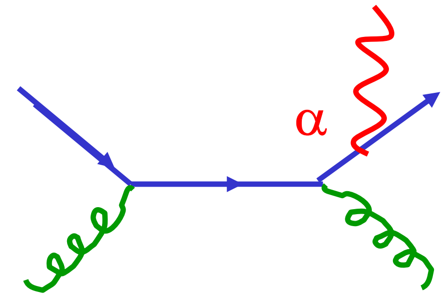


Fig. 4.9. Data from UA2 comparing $p_\perp$ distributions of jets and single prompt photons. Hand estimates are shown as ○ points. (*From Gen. Ref. 6.*)

Correzioni $\alpha_S^2\alpha$ alla sezione d'urto di produzione fotoni diretti (NLO):





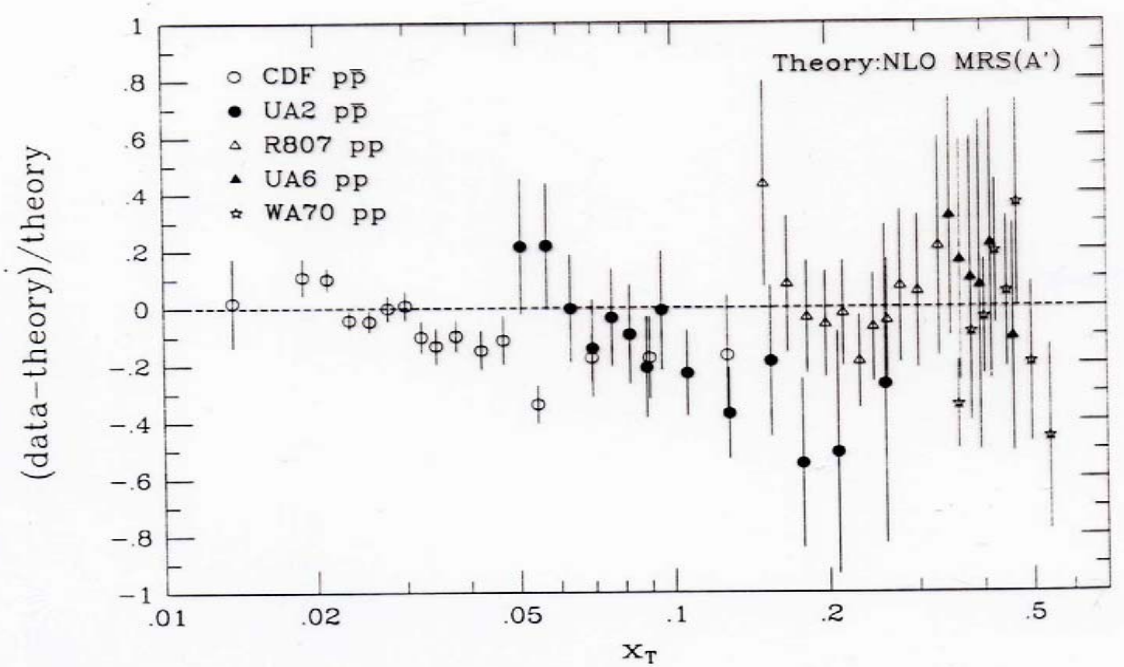
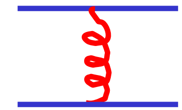


Fig. 7.19. Comparison of fixed-target and collider direct photon data [35] with a next-to-leading order QCD calculation. Adapted from ref. [31].

$$x_T = \frac{2p_T}{\sqrt{s}}$$

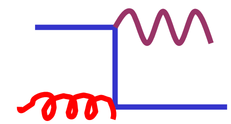
Differenze distribuzioni angolari per jj e γj

jj : scambio di un bosone a spin=1



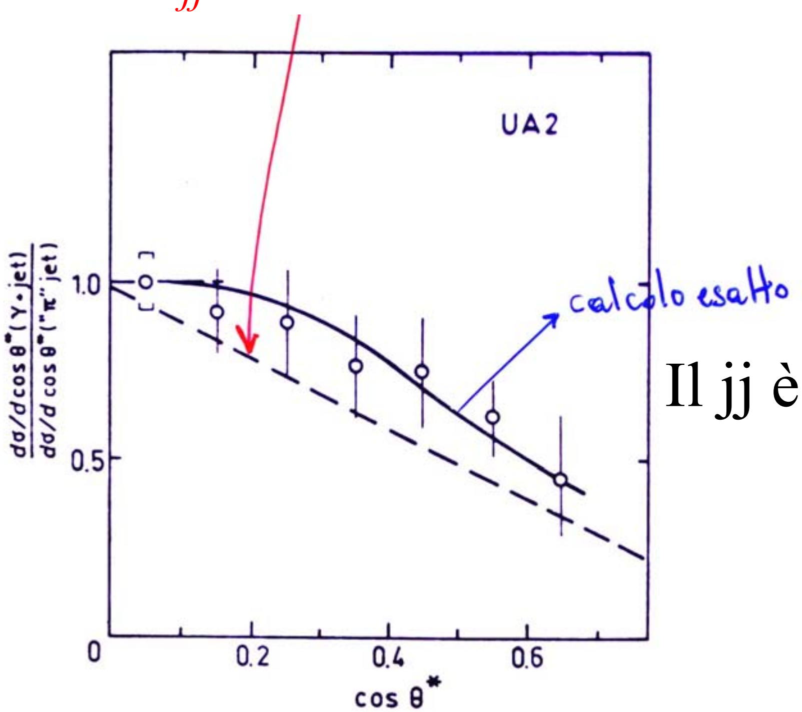
$$A \propto \frac{1}{q^2} \Rightarrow A^2 \propto \frac{1}{q^4} = \frac{1}{t^2}$$

γj : scambio di un fermione a s=1/2



$$A \propto \frac{1}{\not{q} + m} \Rightarrow A^2 \propto \frac{1}{q^2} = \frac{1}{t}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma_{\gamma j}}{d\sigma_{jj}} \propto (1 - \cos\theta^*)$$



g. 4.10. Data from UA2 comparing the angular distributions of photons and jets. and estimates are shown as the (– – –) curve. (*From Gen. Ref. 6.*)

Il jj è emesso con più probabilita' del γj a piccolo angolo (θ~0)

Eventi a tre jet

La maggior parte degli eventi a grande ΣE_T in interazioni adroniche contengono 2 jet. Tuttavia in una frazione pari a ~ 10-30 % l'energia trasversa totale e' ripartita su 3 jet.

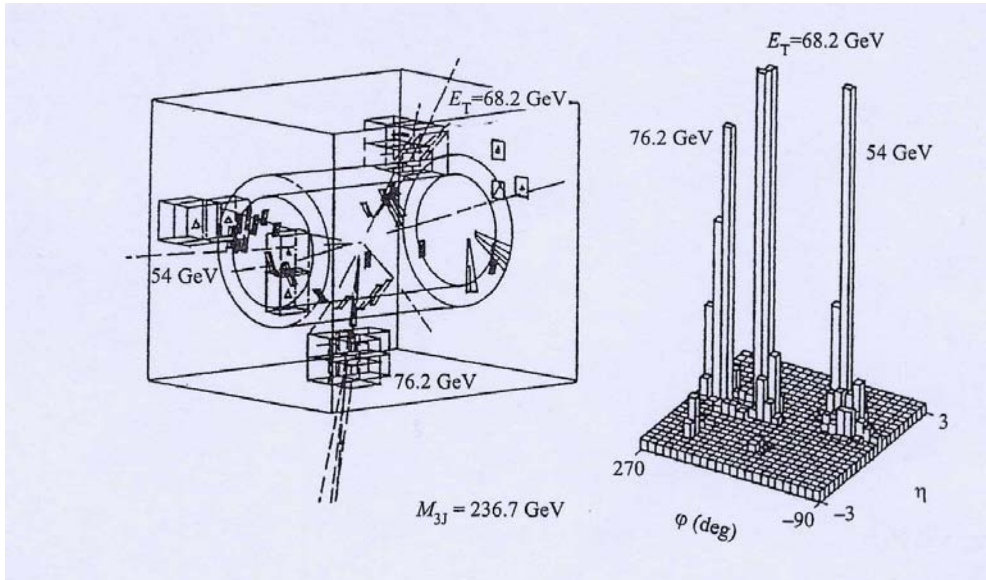
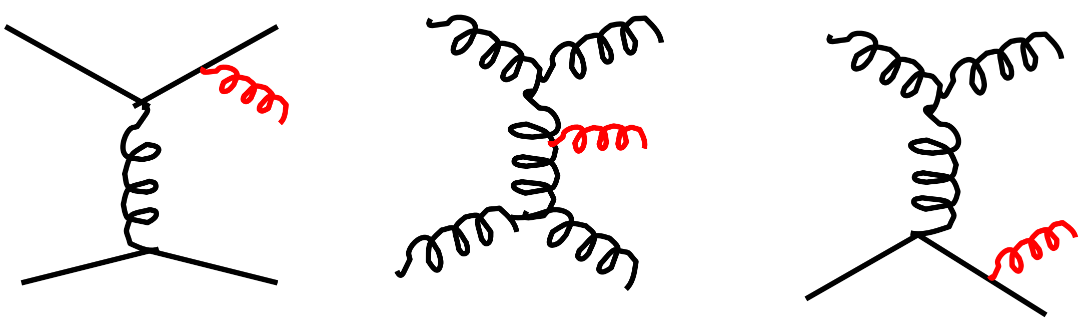


Figure 14.14. Three-jet event in the UA1 detector, and the associated transverse energy flow plot (Geer 1986).

In QCD questi eventi sono spiegati come un processo: **2 partoni→ 2 partoni + 1 gluone**



Diagrammi di bremmstrahlung singola

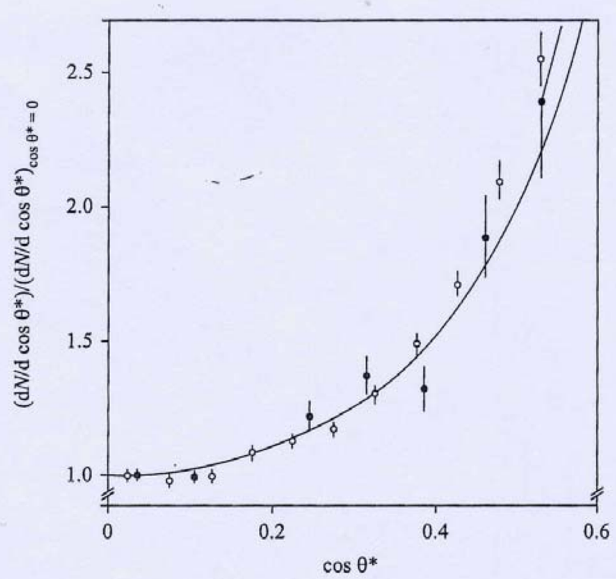


Figure 14.16. The distribution of $\cos\theta^*$ (•), the angle of the leading jet with respect to the beam line (normalized to unity at $\cos\theta^* = 0$), for three-jet events in $\bar{p}p$ collisions (Appel *et al* 1986). The distribution for two-jet events is also shown (∘). The full curve is a parton model calculation using the tree-graph amplitudes for $gg \to ggg$, and cut-offs in transverse momentum and angular separation to eliminate divergences (see remarks following equation (14.68)).

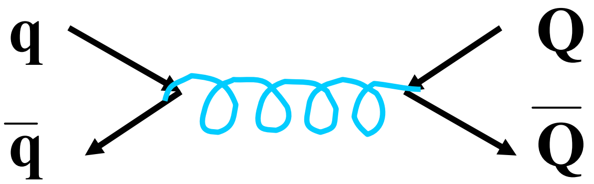
L'andamento angolare rispetto alla direzione dei fasci del jet piu' energetico in eventi a 3 jet mostra ancora un termine di Rutherford i.e. **$1/\sin^4\theta/2$** come ci aspettiamo dallo scambio di mediatori vettoriali a massa nulla.

Tuttavia nelle interazioni adroniche lo studio dei multijet e' complicato dalla presenza di adroni che vengono da partoni che non partecipano alla interazioni di QCD (spettatori)
Lo studio della produzione multijet e' piu' agevole nelle interazioni e^+e^-

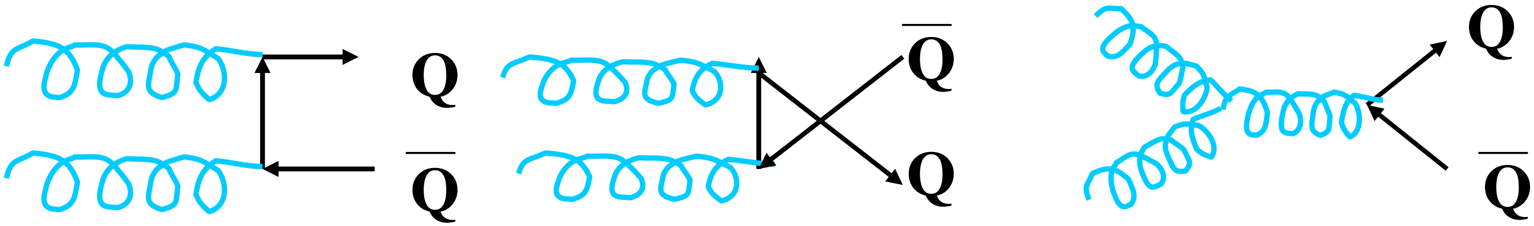
Produzione di quark pesanti

Coppie di quark pesanti $Q\bar{Q}$ possono essere prodotte in interazioni adroniche da interazioni gluoniche o annichilazione $q\bar{q}$:

a)



b)



$$a)\, q(p_1) + \bar{q}(p_2) \rightarrow Q(p_3) + \bar{Q}(p_4)$$

$$b)\, g(p_1) + g(p_2) \rightarrow Q(p_3) + \bar{Q}(p_4)$$

Il processo di annichilazione a) e' analogo a quello elettromagnetico a parte il fattore di colore 4/9, i termini con ρ includono i contributi dovuti alla massa m non trascurabili dei quark pesanti (ampiezze mediate e sommate su colore e spin:

$$|M|^2/\alpha_s^2 = \frac{4}{9}\left(\frac{t^2+u^2}{s^2}\right) = \frac{4}{9}\left(\tau_1^2+\tau_2^2+\frac{\rho}{2}\right)$$

$$con\ \tau_1 = \frac{2p_1p_3}{s}, \tau_2 = \frac{2p_2p_3}{s}, \rho = \frac{4m^2}{s}, s = (p_1+p_2)^2$$

Il processo da gluoni b) e' per i primi due diagrammi analogo a quello elettromagnetico con due fotoni, ma in aggiunta esiste anche il terzo con il vertice a tre gluoni che in QED non c'e'.

$$|M|^2/\alpha_s^2 = \left(\frac{1}{6\tau_1\tau_2}-\frac{3}{8}\right)\left(\tau_1^2+\tau_2^2+\rho-\frac{\rho^2}{4\tau_1\tau_2}\right)$$

La sezione d'urto di produzione si ottiene calcolando quella elementare (fattore di flusso e spazio delle fasi) e pesandola con le funzioni di distribuzione delle particelle incidenti (quark o gluoni). E' conveniente passare dall'invariante d^3p/E a $dy\, d^2\vec{p}_T$:

$$\frac{d\sigma}{dy_3 dy_4 d^2 p_T} = \frac{1}{16\pi^2 \hat{s}^2} \sum_{i,j} x_1 f_1(x_1) x_2 f_2(x_2) \left|M\right|^2$$

La rapidita' di una particella e' legata alla sua massa trasversa, al suo impulso longitudinale p_3 e alla sua energia E:

$$y = \frac{1}{2}\ln(\frac{E+p_3}{E-p_3}) = \ln(\frac{E+p_3}{m_T}) = \tanh^{-1}(\frac{p_3}{E}); \quad \mathrm{m}_\mathrm{T}^2 = m^2 + p_1^2 + p_2^2$$

Nel c.m. degli adroni incidenti possiamo scrivere i quadrimpulsi dei quattro partoni interagenti come:

$$p_1 = \frac{\sqrt{s}}{2}(x_1, 0, 0, x_1); \, p_2 = \frac{\sqrt{s}}{2}(x_2, 0, 0, -x_2)$$

$$p_3 = \frac{\sqrt{s}}{2}(m_T \cosh y_3, p_T, 0, m_T \sinh y_3); \, p_4 = \frac{\sqrt{s}}{2}(m_T \cosh y_4, -p_T, 0, m_T \sinh y_4)$$

Dalla conservazione del quadrimpulso: $p_1 + p_2 = p_3 + p_4$ otteniamo (dalla misura di y_3 e y_4 si ottengono x_1, x_2 e quindi anche : $\hat{s} = x_1 x_2 s$

$$x_1 = \frac{m_T}{\sqrt{s}}(e^{y_3} + e^{y_4}), x_2 = \frac{m_T}{\sqrt{s}}(e^{-y_3} + e^{-y_4}), \hat{s} = 2m_T^2(1+\cosh\Delta y)$$

$$dove: m_T = \sqrt{(m^2 + p_T^2)}, \Delta y = y_3 - y_4$$

L'elemento di matrice si puo' scrivere in temini di $m, m_T, \Delta y$:

$$\left|M_{\bar{q}q}\right|^2 = \frac{4\alpha_s^2}{9}\left(\frac{1}{1+\cosh(\Delta y)}\right)\left(\cosh(\Delta y) + \frac{m^2}{m_T^2}\right)$$

$$\left|M_{gg}\right|^2 = \frac{\alpha_s^2}{24}\left(\frac{8\cosh(\Delta y) - 1}{1+\cosh(\Delta y)}\right)\left(\cosh(\Delta y) + 2\frac{m^2}{m_T^2} - 2\frac{m^4}{m_T^4}\right)$$

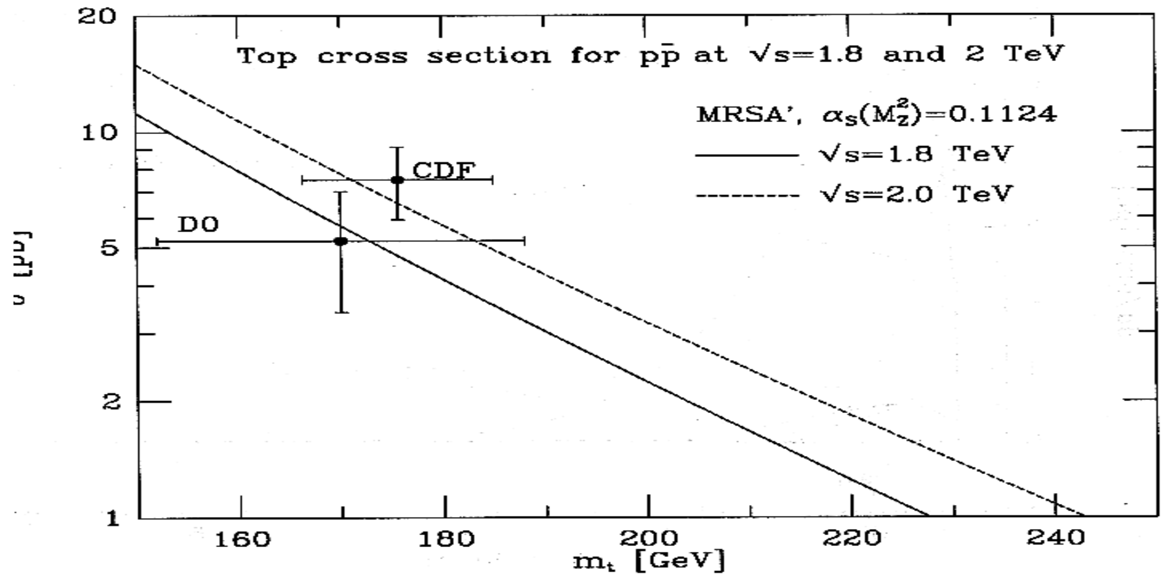
Notiamo che quando Δy e' grande (>1), $\left|M_{q\bar{q}}\right|^2$ tende a costante, mentre $\left|M_{gg}\right|^2$ cresce solo come $\cosh(\Delta y)$ ($\exp(\Delta y)$.
D'altra parte la sezione d'urto $\frac{d\sigma}{dy_3 dy_4 d^2 p_T}$ e' proporzionale a

$$\frac{1}{\hat{s}^2} = \frac{1}{4m_T^4(1+\cos\Delta y)^2}$$

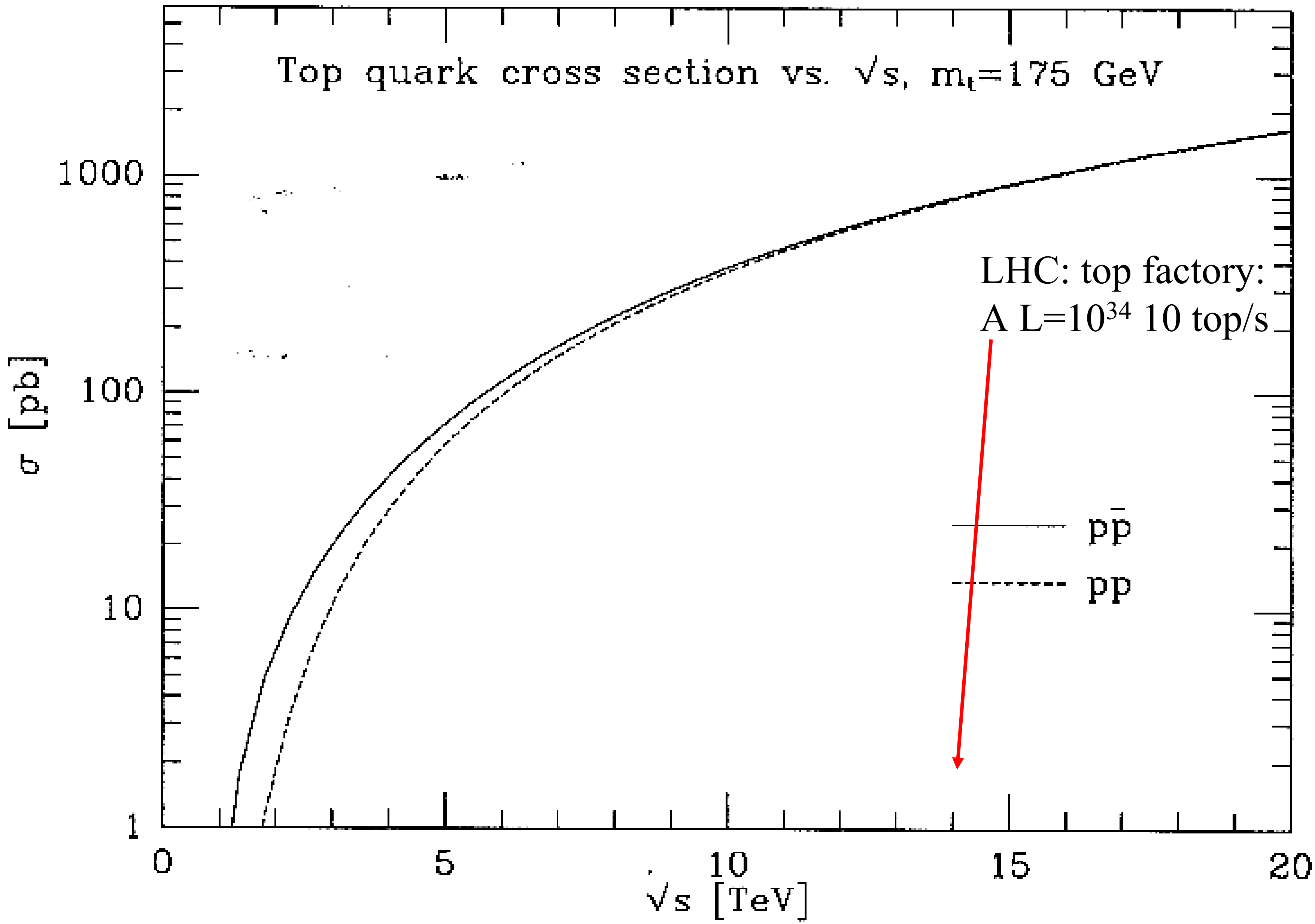
quindi il contributo dominante alla sezione d'urto viene da piccoli Δy(Δy<1).

Inoltre i quark prodotti dall'annichilazione $q\bar{q}$ sono piu' vicini in rapidita' di quelli prodotti dall'interazione gg.

La sezione d'urto per $p+\bar{p} \rightarrow t+\bar{t}+X$ e' stata misurata al Fermilab



N.B. :il calcolo perturbativo e' tanto piu' accurato tanto piu' la massa del quark pesante e' alta ($m_t >> \Lambda_{QCD}$)


Top quark cross section vs. √s, m_t=175 GeV
LHC: top factory:
A L=10^{34} 10 top/s
$p\bar{p}$
pp
σ [pb]
1000
100
10
1
0
5
10
15
20
√s [TeV]

Bibliografia

- **D.Griffiths**,"Introduction to elementary particles" Harper & Row, Publisher, New York, 1987;
- **D.Green**, "Lectures in particle physics" World Scientific.
- **R.K.Ellis et al.,"**QCD and Collider Physics", Cambridge University Press.