

**Corso di Laurea in Fisica**  
**Analisi Matematica I A**  
a.a. 2006 - 2007  
**M.K.Venkatesha Murthy**  
**Esercitazione: Andrea Carpignani**

**Programma.**

1. - Richiami dalla teoria degli insiemi. - Operazioni sugli insiemi; Applicazioni; applicazione inversa, funzioni a valori reali o complessi; sistemi di equazioni e disequazioni algebriche e trigonometriche. Relazione di equivalenza; insieme quoziente; numeri naturali, interi e razionali
  2. - Richiami delle nozioni fondamentali di algebra. Gruppi; gruppi abeliani, omomorfismi ed isomorfismi; anelli commutativi e corpi; teorema fondamentale di omomorfismo.
  3. - Numeri razionali e numeri reali. - Ordinamento; elementi massimi, minimi, massimali e minimali. Gruppi e campi ordinati; struttura di un campo totalmente ordinato dei numeri razionali; irrazionalità di  $\sqrt{2}$ ; estremo superiore ed estremo inferiore; nozione di completezza, incompletezza dei numeri razionali. Introduzione dell'insieme dei numeri reali e sua struttura di un corpo totalmente ordinato e completo contenente il corpo dei numeri razionali; radice n-esima per numeri reali positivi; densità dei razionali in reali.
  4. - Topologia della retta reale. - Intorni di un punto e loro proprietà, insiemi aperti ed insiemi chiusi; punti aderenti e punti di accumulazione, la chiusura e la frontiera di insiemi, parte interna e parte esterna di un sottoinsieme dei reali, punti isolati e insiemi discreti.
  5. - Successioni reali - Limiti di successioni reali; proprietà; criterio del confronto per convergenza; permanenza del segno; successioni monotone; il numero "e"; massimo limite e minimo limite; criterio di Cauchy per convergenza; sottosuccessioni; caratterizzazione del massimo e del minimo limite; successioni definite per ricorrenza e loro limiti. Insiemi compatti; teorema di Bolzano-Weierstrass;
  6. - Serie numeriche reali. - Convergenza, divergenza, serie indeterminati, condizione necessaria per la convergenza; criterio di Cauchy per la convergenza di una serie. Serie a termini positivi; criterio del confronto; serie geometrica; criteri del rapporto e della radice; criterio di condensazione di Cauchy; riordinamento e raggruppamento dei termini di una serie a termini positivi; divergenza della serie armonica. Serie a termini di segno alterno; teorema di Leibniz. Assoluta convergenza di una serie a termini di segno arbitrario; riordinamento e del raggruppamento dei termini per serie assolutamente convergente; serie condizionatamente convergenti.
  7. Numeri complessi. - Campo di numeri complessi; successioni complesse, radici n-esime dei numeri complessi, risoluzione di un sistema di equazioni in campo complesso.
  8. - Funzioni reali di una variabile reale. - Funzioni limitate ed illimitate, la retta reale estesa, estremo superiore ed estremo inferiore di una funzione a valori reali, massimo e minimo, funzioni monotone; funzioni inverse; funzioni trigonometriche e loro funzioni inverse; funzione esponenziale e funzione logaritmica.
  9. - Limiti di funzioni. - Definizione del limite di una funzione per  $x \rightarrow x_0$ ; principali limiti notevoli; Limite all'infinito di funzioni su intervalli illimitati, e loro proprietà. Caratterizzazione dei limiti mediante le successioni. Limite sinistro e limite destro; limiti di funzioni monotone. Massimo e minimo limite di una funzione.
  10. - Continuità. - Funzioni continue; continuità delle funzioni composte, teorema di permanenza del segno, funzioni continue su insiemi compatti, teorema di Weierstrass per funzioni continue su insiemi compatti. Punti di discontinuità e loro classificazione; discontinuità delle funzioni monotone.
  11. - Uniforme continuità. Teoremi di limitatezza e di prolungamento; funzioni lipschitziane e Holderiane; uniforme continuità delle funzioni continue su insiemi compatti.
  12. Funzioni continue su intervalli - Teorema degli zeri di funzioni continue e dei valori intermedi; stretta monotonia delle funzioni iniettive su intervalli; continuità delle funzioni inverse: Confronto tra infinitesimi e tra infiniti; principio di sostituzione degli infinitesimi e degli infiniti nel calcolo dei limiti.
  13. - Calcolo differenziale. - La derivata e le sue proprietà, retta tangente al grafico di una funzione derivabile, derivata e operazioni algebriche; teoremi sulla derivata delle funzioni composte e sulla derivata della funzione inversa. Funzioni monotone derivabili. Massimi e minimi relativi (o locali), punti stazionari.
  14. Funzioni derivabili su intervalli - Teoremi di Rolle, di Lagrange e di Cauchy. Limiti di funzioni in forma indeterminata e teoremi di de L'Hôpital. Derivate di ordine superiore; funzioni di classe  $C^k$  e di classe  $C^\infty$ , formula di Leibniz. Teorema di Taylor con il resto di Peano e applicazioni per ricerca di massimi e minimi locali e per calcolo dei limiti di funzioni. Teorema di Taylor con il resto di Lagrange; applicazione per l'approssimazione di funzioni con errori assegnati; formule di Taylor delle funzioni elementari; serie di Taylor.  
Funzioni convesse e concave, esempi, relazione con le funzioni derivabili e con la loro seconda derivata; punti di flesso.  
Asintoti verticali, orizzontali ed obliqui al grafico di una funzione derivabile. Studio del grafico di una funzione.
- Testi consigliati:  
E. Giusti, *Analisi Matematica I*, Bollati Boringhieri, Torino, 1985  
J.P. Cecconi, G. Stampacchia, *Analisi*

Matematica, vol I, Liguori Editori, Napoli, 1974

G. Prodi, Analisi Matematica, vol I, Bollati Boringhieri, Torino, 1985

S. Campanato, Lezioni di Analisi Matematica, 1a Parte, Pellegrini, Pisa 1977

A. Faedo, L. Modica, Analisi I: Lezioni, Unicopli, Milano 1992

F. Conti, Calcolo: teoria e applicazioni, McGraw-Hill, Milano 1993

P. Marcellini, C. Sbordone, Analisi Matematica Uno, Liguori Editori

C.D. Pagani, S. Salsa, Analisi Matematica, vol I, Masson, Milano 1990

Per approfondire alcuni argomenti si possono utilizzare i seguenti testi:

E. Acerbi, G. Buttazzo, Primo corso di Analisi Matematica, Pitagora Editrice

W. Rudin, Principles of Mathematical Analysis, McGraw-Hill

T.M. Apostol, Analisi Matematica, Addison - Wesley

R. Courant, Differential and integral calculus, vol I, Wiley - Interscience

Alcuni testi di esercizi:

E. Giusti, Esercizi e complimenti di Analisi Matematica, vol I, Bollati Boringhieri, Torino, 1991

J.P. Cecconi, L. Piccinini, G. Stampacchia, Esercitazioni di Analisi Matematica, vol I, Liguori Editori, Napoli, 1979

P. Marcellini, C.Sbordone, Esercitazione di Matematica, vol I, Liguori Editori

A. Faedo, L. Modica, C.R. Grisenti, Analisi I: Esercizi, Unicopli, Milano, 1992

B.P. Demidovich, Esercizi e problemi di Analisi Matematica, Editori Riuniti, Roma, 1986

Galligani, S. Lagan`a, S.Mazzone, Esercitazioni di Analisi Matematica, Vallerini, Pisa