

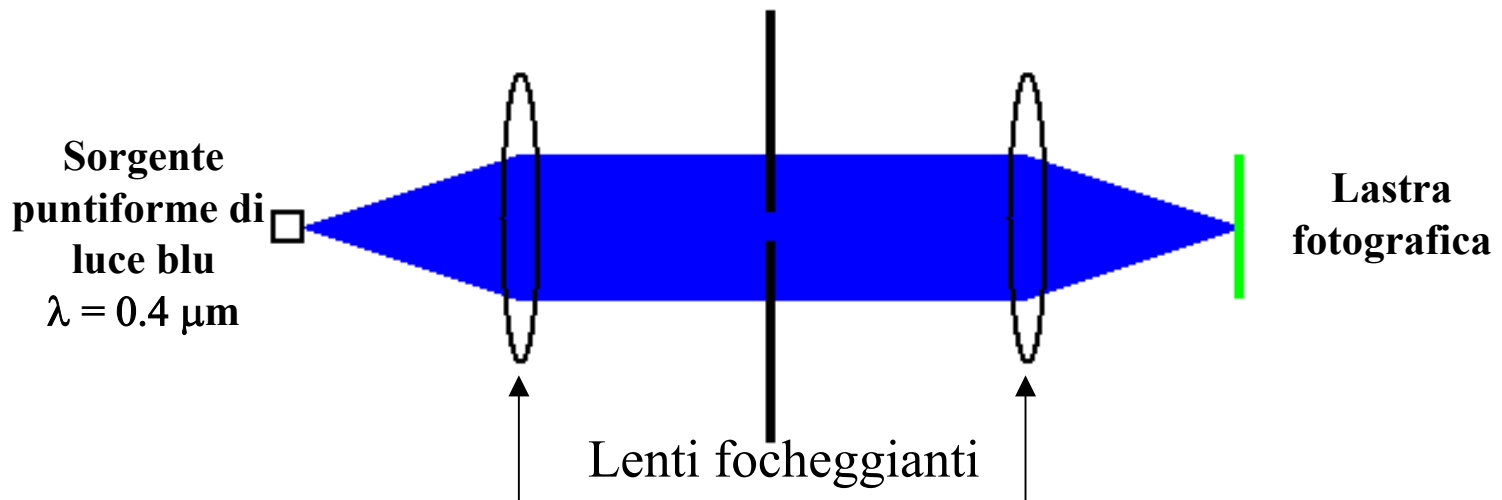
Particelle elementari e forze fondamentali

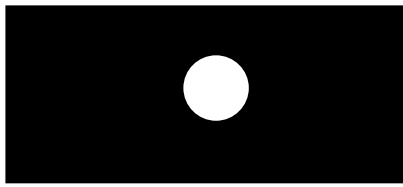
“**Particella elementare**”: non e' una categoria assoluta,
Il livello di "elementarieta" esplorabile dipende dalla
risoluzione dallo strumento di osservazione che spesso e'
un'altra particella elementare.

Nel caso dell'ottica le particelle esploratrici sono onde
elettromagnetiche (fotoni).

Supponiamo di usare luce visibile per osservare piccoli oggetti

Schermo opaco con piccola apertura circolare

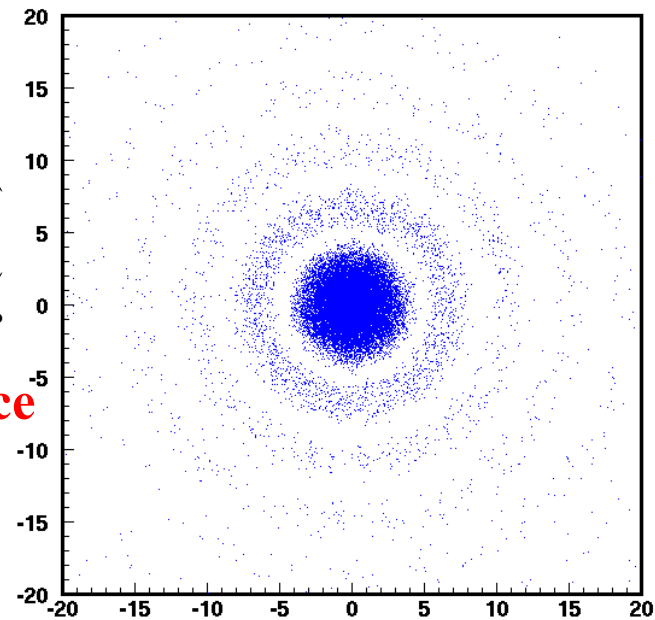




Diametro dell'apertura: $D = 20 \mu\text{m}$
Lunghezza focale : 20 cm



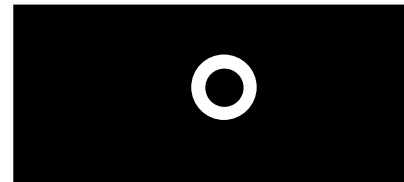
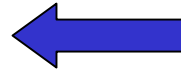
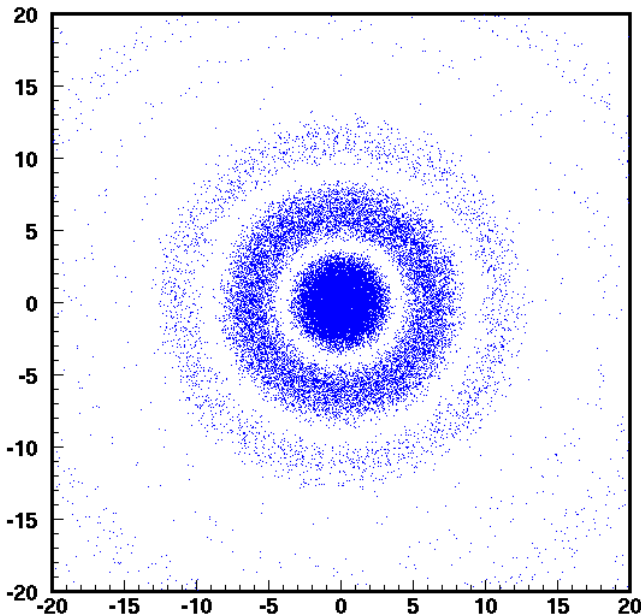
y (mm)



**L'osservazione della diffrazione della luce
e' evidenza che essa consiste di onde
(effetto noto fin dal 17mo secolo)
L'apertura angolare del primo cerchio
(prima del foccheggiamento)**

$$\alpha = 1.22 \lambda / D$$

x (mm)

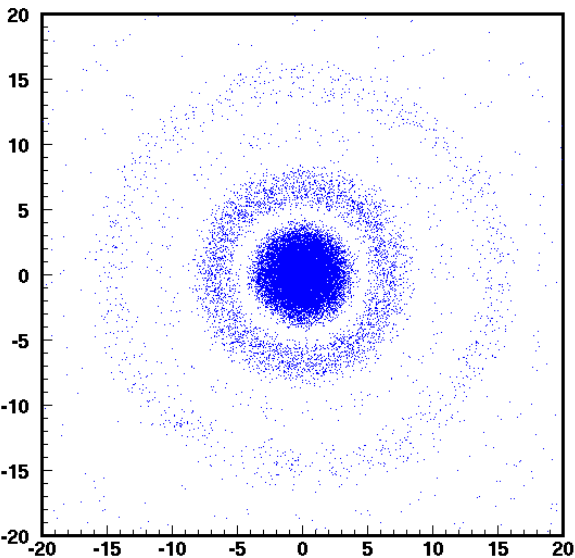


Frapponiamo un disco opaco, diam. 10 μm
nel centro

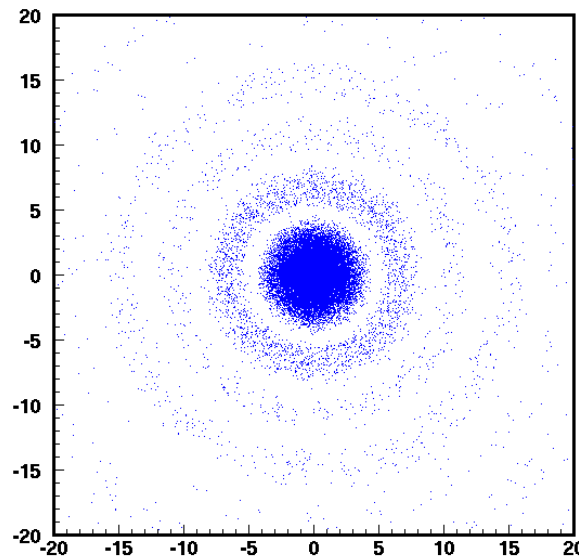
La presenza del disco e' misurabile!

Variamo il diametro del disco opaco

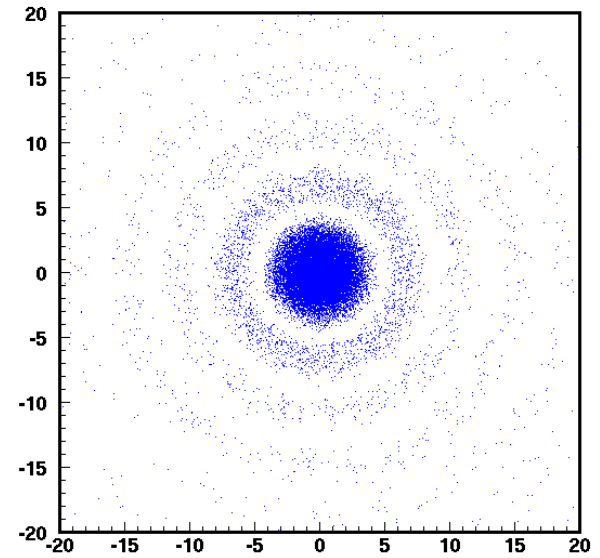
diametro = 4 μm



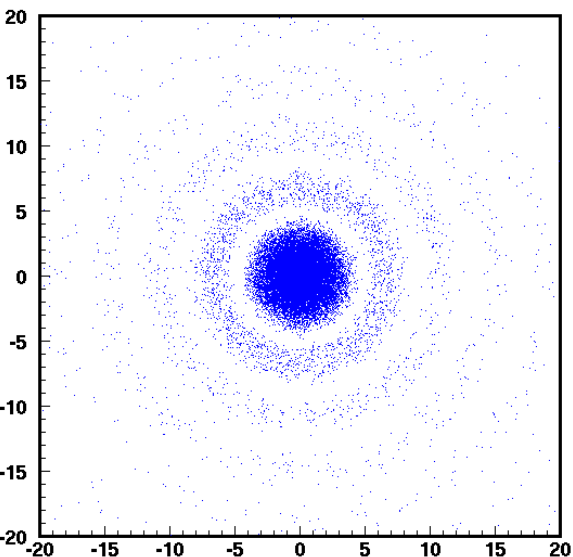
diametro = 2 μm



diametro = 1 μm



Nessun disco

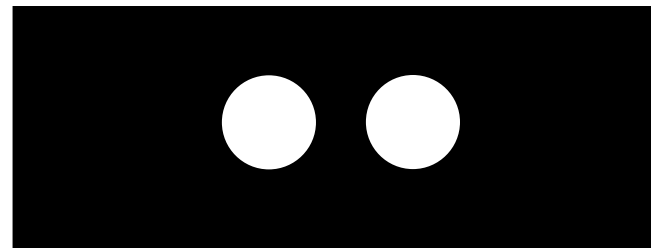


La presenza del disco opaco e' rivelabile se il suo diametro e' piu' grande della lunghezza d'onda λ della luce

Il potere risolutivo dello strumento di osservazione dipende dalla lunghezza d'onda λ

La luce visibile non ha abbastanza risoluzione da "vedere" oggetti piu' piccoli di 0.2 – 0.3 μm

Schermo opaco con due aperture circolari



Diametro dell'apertura: $10\ \mu\text{m}$
Distanza tra I centri : $15\ \mu\text{m}$

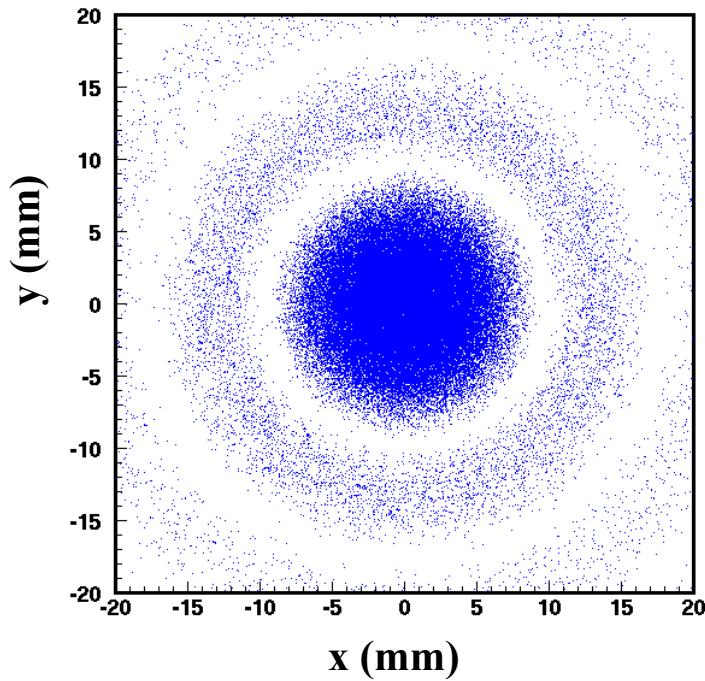


Immagine ottenuta chiudendo un'apertura
alla volta per il 50% del tempo

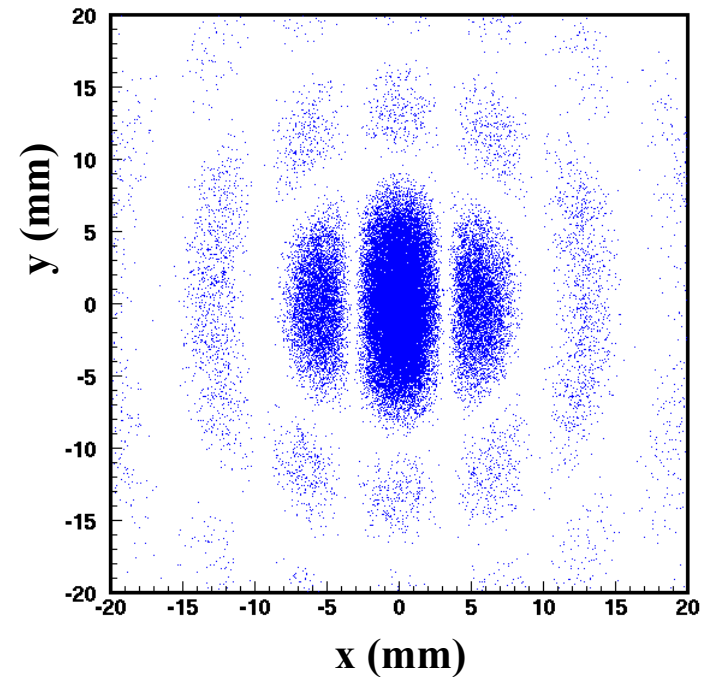
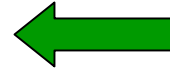


Immagine con le due aperture
aperte simultaneamente



1924: Il principio di De Broglie

**Non solo la luce ma anche le particelle materiali
Posseggono caratteristiche di onde**

Relazione tra lunghezza d'onda e impulso

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

h : Costante di Planck

$p = m v$: impulso della particella



Louis de Broglie

**Ipotesi subito dopo confermata dall'osservazione della figura
di diffrazione dallo scattering di elettroni su cristalli**
(Davisson and Germer, 1927)

**Esempio: lunghezza d'onda delle particelle α usate da Rutherford nella scoperta
del nucleo atomico**

$$\lambda = \frac{h}{m_{\alpha} v} \approx \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}}{(6.6 \times 10^{-27} \text{ kg}) \times (1.5 \times 10^7 \text{ m s}^{-1})} \approx 6.7 \times 10^{-15} \text{ m} = 6.7 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

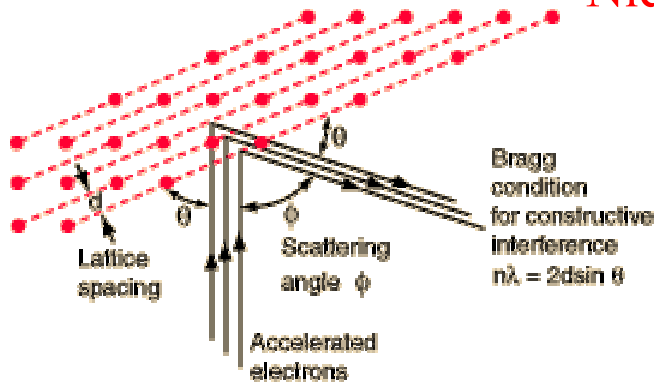
↑
Massa particella α

↑
0.05 c

↑
~ potere di risoluzione
dell'esperimento
di Rutherford

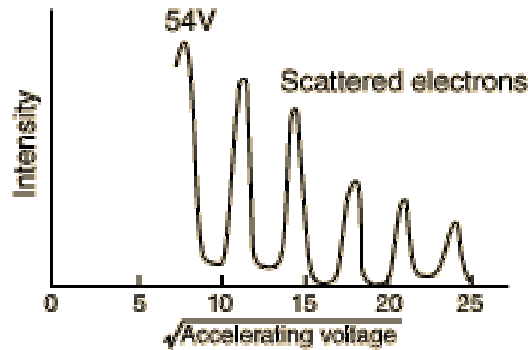
Esperimento di Davisson Germer

Nichel



$$\frac{1}{\lambda} = \frac{n}{2d \sin \theta} = \frac{p}{h} = \frac{\sqrt{2mE}}{h} = \frac{\sqrt{2meV}}{h}$$

Electron wavelength *Bragg law* *deBroglie relationship* *Acceleration through voltage V*



$$\frac{1}{\lambda(nm)} = \frac{n}{2d \sin \theta} = 0.815\sqrt{V}$$

$n=1,2,3$ in accordo con il I,III e V picco ($\theta=65^\circ$, $d=0.092 \text{ nm}$)
 Gli altri picchi sono dovuti a altri piani cristallini!?

Aumentando l'energia dell'interazione e quindi diminuendo la lunghezza d'onda del proiettile sonda, sono stati scoperti vari “**stati elementari**”:

- **Atomi** (Democrito) e molecole (elementi chimici 1700-1800)

- **Struttura atomica** : fisica atomica (Rutherford inizio 1900)

$$E \lesssim \text{KeV}, r \gtrsim 10^{-8} \text{ cm}$$

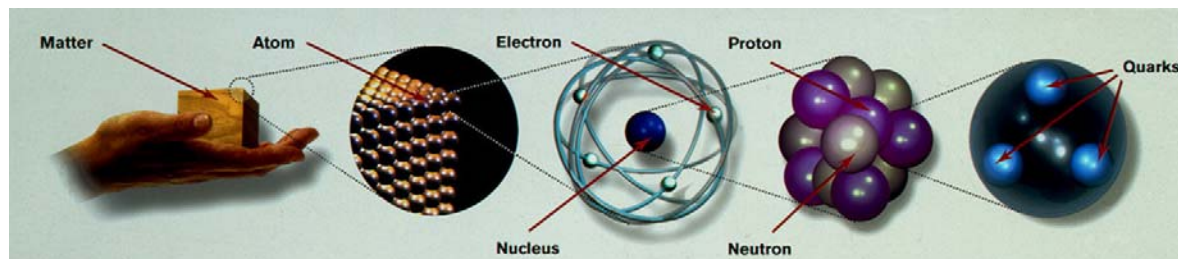
- **Struttura del nucleo**: fisica nucleare, anni 30, protoni e neutroni

$$E \sim \text{MeV}, r \sim 10^{-13} \text{ cm}$$

- **Struttura dei nucleoni**: fisica subnucleare, dagli anni 50.

$$E > \text{GeV}, r < 10^{-13} \text{ cm}$$

Oggi disponiamo di 'microscopi' in grado di far interagire le particelle con energie di TeV



1m
luce

10^{-10} m
raggi X

10^{-14} m
raggi α, β

10^{-15} m

$< 10^{-18}$ m

– acceleratori, raggi cosmici –

Particella elementare

-Non ha struttura interna:

e^- caratterizzata solo da una massa, carica elettrica, spin (momento magnetico).

-Non ha dimensione: $d \lesssim 10^{-18}$ m.

Ex: distribuzione di carica di un elettrone $\rho(r) = q \delta(r)$ **l'elettrone e^- elementare;**

distribuzione di carica di un protone: $\rho(r) = (q/r_0) \exp(-r/r_0)$ ($r_0 \sim 0.2 \cdot 10^{-13}$ cm)

il protone non e^- elementare

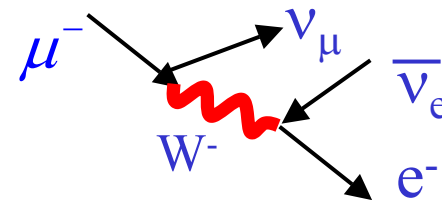
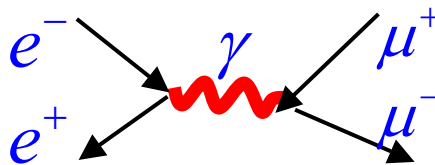
-Non ha stati eccitati.

Particelle e campi

Le interazioni tra particelle sono mediate da entita' chiamati campi

In effetti anche le particelle sono campi (funzioni d'onda).

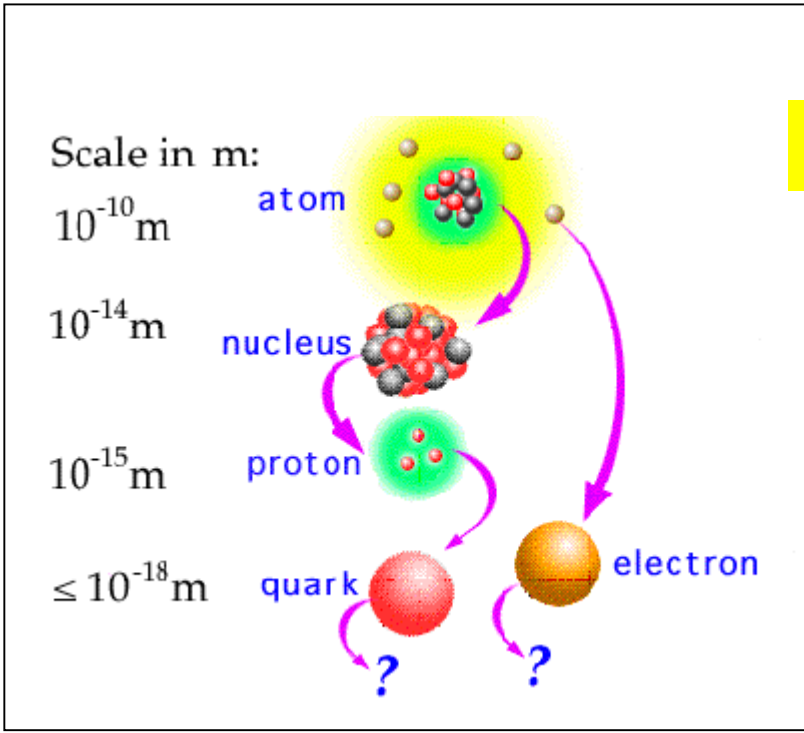
Se l'energia dell'interazione e^- sufficiente si possono creare nuove particelle, Ex : $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ se $\sqrt{s} \geq 2m_\mu$, $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$



I fenomeni sperimentali sono inquadrati teoricamente in una: **“Teoria quantistica di campo”** che incorpora sia la relativita' che la meccanica quantistica: quantizzazione del campo mediatore dell'interazione.

Particelle elementari oggi conosciute a 10^{-18} m (10^3 GeV)

– **6 leptoni + 6 quark** tutte a spin $\frac{1}{2}$ e con “masse” che vanno da $0.5 \text{ MeV}/c^2$ a $175 \text{ GeV}/c^2$ (+ masse dei neutrini eV?)



: e^- , μ^- , τ^- $m=0.51, 106, 1777 \text{ MeV}$
 ν_e , ν_μ , ν_τ $m \sim \text{eV}?????$

u , c , t
 u , c , t $m \sim 1, 1500, 175000 \text{ MeV}$

Adroni : 3 cariche di “colore”
 Ma I quark come particelle isolate non sono visibili!

u , c , t
 d , s , b
 d , s , b $m=1, 170, 5000 \text{ MeV}$

ANTIMATERIA

Predizione teorica di P.A.M. Dirac (1928)

Equazione di Dirac: una equazione d'onda relativistica per gli elettroni.

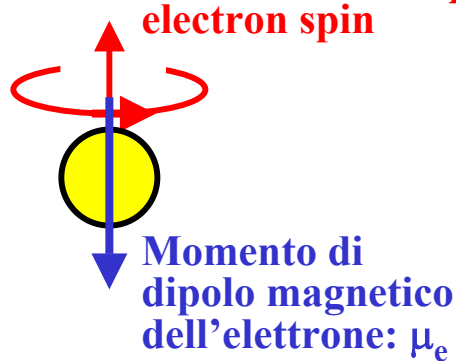
Due risultati sorprendenti



P.A.M. Dirac

- Nella trattazione del moto degli elettroni in campo elettromagnetico emerge la presenza di un termine che descrive (per elettroni lenti) l'energia potenziale di un dipolo magnetico in campo magnetico

⇒ **esistenza di un dipolo magnetico intrinseco opposto allo spin**



$$\mu_e = \frac{e\hbar}{2m_e} \approx 5.79 \times 10^{-5} \text{ [eV/T]}$$

- Per ciascuna soluzione dell'equazione di Dirac con energia positiva $E > 0$ ce ne è un'altra con energia negativa: $E < 0$

Che cosa rappresentano queste soluzioni con energia negativa ?

Esse sono interpretabili come particelle a energia positiva ma con carica elettrica e momento magnetico opposti a quello dell'elettrone (**+e, antimateria**)

Conferma sperimentale dell'antimateria

(C.D. Anderson, 1932)

Rivelatore: una camera a nebbia di Wilson (un rivelatore visivo basato su un volume di gas vapore vicino alla saturazione) in un campo magnetico per misurare raggi cosmici



Carl D. Anderson

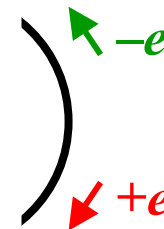
Si misurano impulso e segno della carica della particella dalla curvatura

Forza di Lorentz $\vec{f} = e\vec{v} \times \vec{B}$ La proiezione della traiettoria perpendicolare a B e' una circonferenza

Il raggio R per una carica e
$$R [\text{m}] = \frac{10 p_{\perp} [\text{GeV}/c]}{3B [\text{T}]}$$

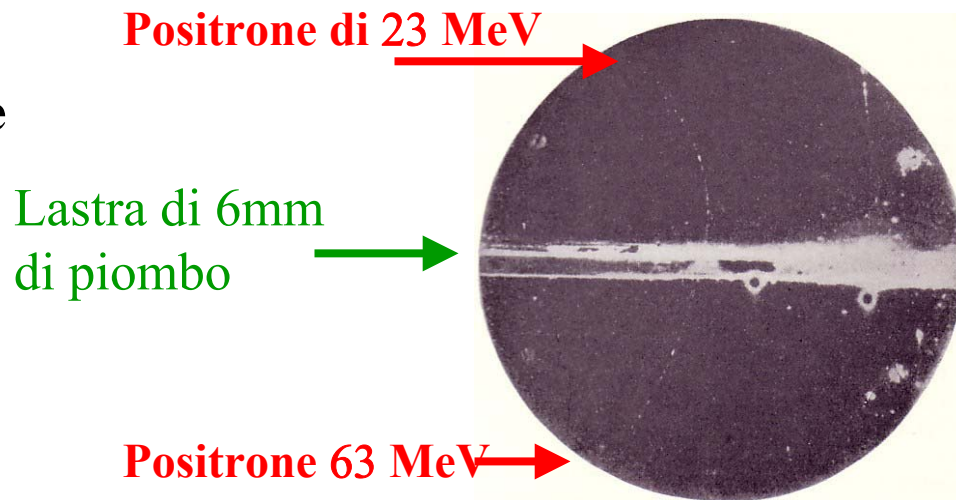
p_{\perp} : componente dell'impulso perpendicolare al campo B

NOTA: cariche di segno opposto che vanno in direzioni opposte non sono distinguibili



- ⇒ necessaria una misura indipendente della
- ⇒ direzione di moto della carica

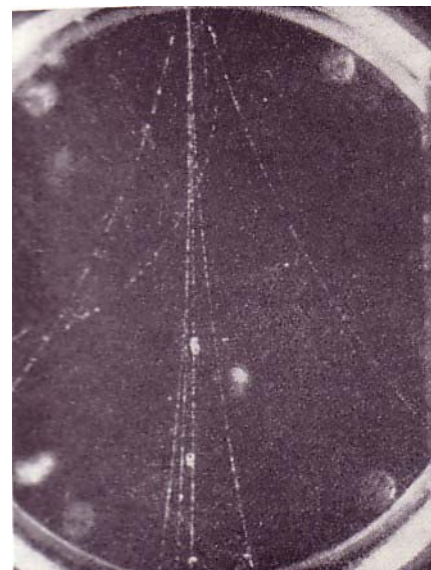
Prima osservazione sperimentale del positrone



Direzione di un
fotone di alta
energia



Produzione
di una coppia e^+e^-
nel piombo



“Sciame” di raggio cosmico
contenente alcune coppie $e^+ e^-$

Le interazioni tra particelle elementari

-4 interazioni fondamentali (e mediatori corrispondenti):

1) gravitazionale (ad es. moti planetari);

2) debole (ad es. decadimento beta);

3) elettromagnetica;

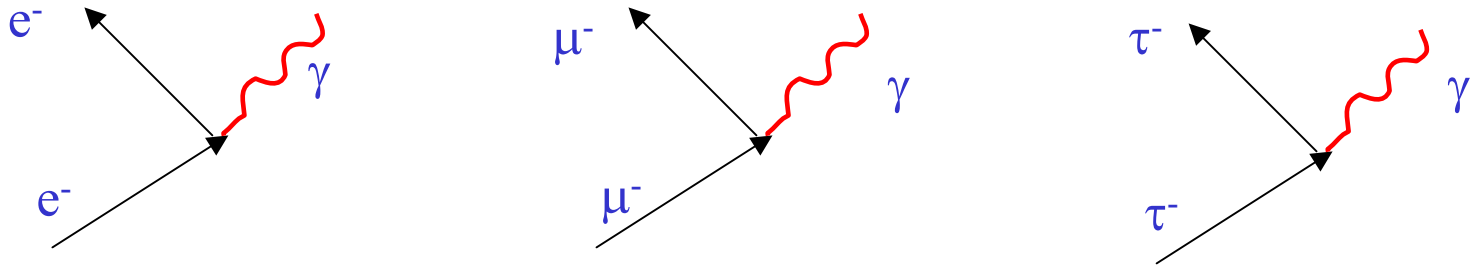
4) forte (ad es. interazione tra nucleoni).

Intensita'
crescente

i quark sono soggetti a tutte e 4 le interazioni mentre

i leptoni sperimentano solo le prime 3.

I leptoni, se carichi, interagiscono solo con il campo elettromagnetico in prima approssimazione (alla scala di qualche GeV)

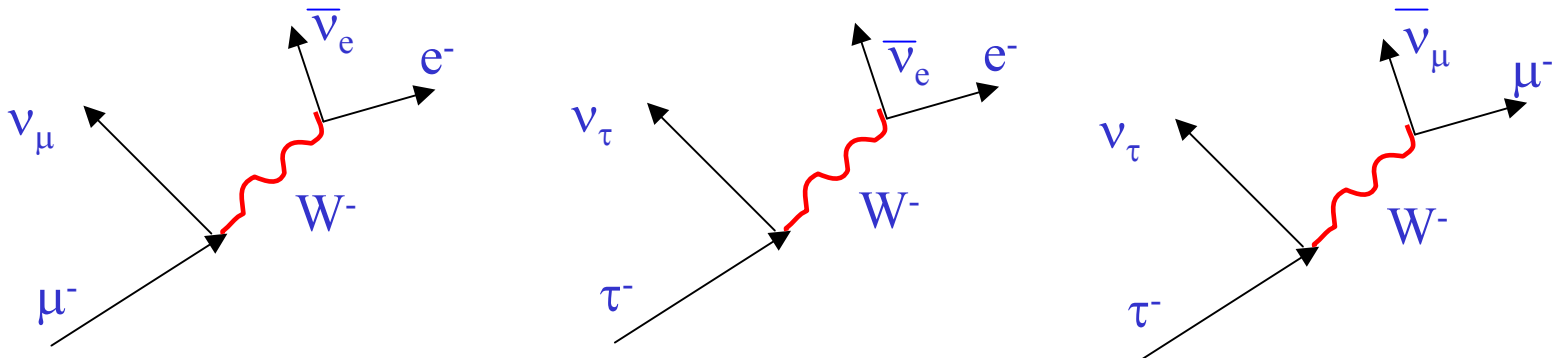


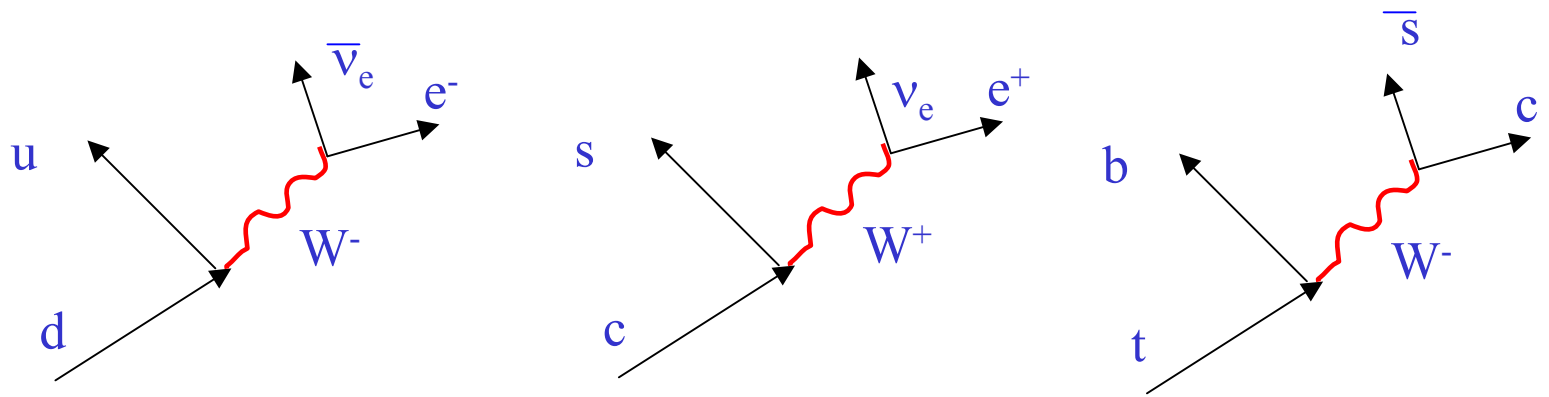
Anche i quark, che sono carichi ,interagiscono con il campo elettromagnetico; mentre il fotone, che e' scarico, non interagisce con il campo elm (se stesso)

A questo livello leptoni e quark sarebbero stabili: non c'e' interazioni che trasmuti le particelle le une nella altre

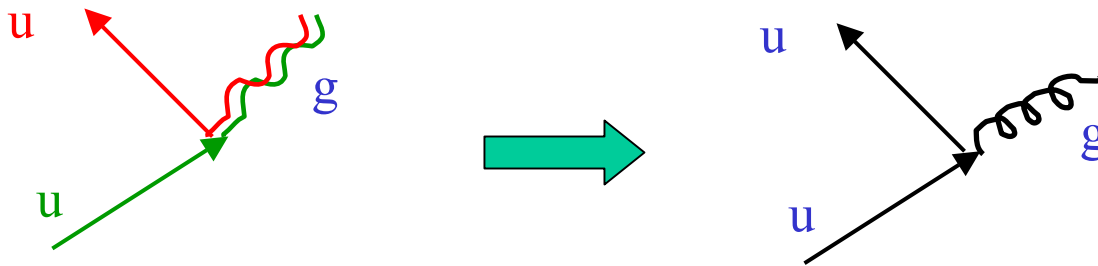
Tuttavia l'interazione debole, che cresce con l'energia e diventa simile a quella elettromagnetica alla scala di circa 100 GeV, permette transizioni tra coppie di particelle (doppietti) : abbiamo 3 doppietti (famiglie) di leptoni e di quark.

Tale transizione avviene attraverso l'emissione di bosoni carichi: i W che, a differenza dei fotoni hanno una massa e non sono stabili





Ma i quark hanno un ulteriore modo di interagire: le interazioni forti dovute a una nuova carica : il colore e un nuovo mediatore : il gluone



Ma i quark (e i gluoni) che sono colorati e stabili sono singolarmente visibili in natura??
 No!, essi sono solo visibili in aggregati con colore netto nullo: quark-antiquark o tre quark che formano lo spettro degli adroni ad es. il protone e' un (uud).

N.B. Le uniche particelle stabili sono il protone, l'elettrone, i neutrini, il fotone
 Il fatto che il neutrone sia stabile in molti nuclei dipende dalla (fortunata?) circostanza che la sua differenza di massa dal protone e' solo di 1.29 MeV contro un'energia di legame per nucleone di circa 8 MeV.

Quale il ruolo di tutte le altre particelle (leptoni, adroni, mediatori) instabili ?

Simmetrie

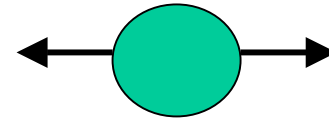
Simmetrie di spazio tempo

Traslazioni, Rotazioni, Trasformazioni di Lorentz

Parita' **P**

Parita' intrinseca **P**

Inversione temporale **T**

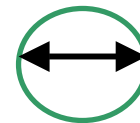


Simmetrie interne

Isospin **I**

Coniugazione di carica **C**

G parita' **G**



Simmetrie locali (Lie) della lagrangiana che descrive l'interazione (gauge)

Generazione delle interazioni tra le particelle \rightarrow **i mediatori**

Simmetrie \leftrightarrow conservazione di **osservabili fisiche** (Noether)

Ex: in elettrodinamica: invarianza per cambiamento locale della fase:

$$\psi \rightarrow e^{i\theta} \psi \text{ (gruppo } U(1))$$

conservazione della carica elettrica

Applicata alla lagrangiana dell'elettrone libero genera un campo vettoriale mediatore:
il fotone e la QED

Teoria relativistica dei campi

Lagrangiana non relativistica $L = T - V$

Azione $S = \int_{t_1}^{t_2} L dt$

Quali sono le simmetrie cui e' soggetta la lagrangiana e quali le conseguenze?

Notazione per i 4 vettori

$$(ct, \underline{x}) \equiv x^\mu \quad \left(\frac{E}{c}, \underline{p}\right) \equiv p^\mu$$

$$\partial^\mu = \left(\frac{\partial}{c\partial t}, -\underline{\nabla}\right) \quad \partial_\mu = \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \underline{\nabla}\right)$$

$$p^\mu \rightarrow i\hbar\partial^\mu \quad p_\mu p^\mu = E^2 - \underline{p}^2 \rightarrow -\square^2 \equiv \partial_\mu \partial^\mu$$

$$L = \int L d^3x, L \text{ densita'lagrangiana}$$

Campo Klein Gordon $\phi(x)$

Lagrangiana relativistica di una particella libera:

$$L = \underbrace{(\partial_\mu \phi(x))^\dagger}_{T} \partial^\mu \phi(x) - m^2 \underbrace{\phi(x)^\dagger \phi(x)}_V$$

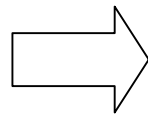
T

V

Dal principio di minima azione: $\delta S=0$

$$\frac{\partial L}{\partial \phi} - \partial^\mu \frac{\partial L}{\partial (\partial^\mu \phi)} = 0$$

Equazione di Eulero-Lagrange



$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\phi = 0$$

Equazione di Klein Gordon

$$E^2 = \mathbf{p}^2 + m^2 \Rightarrow -\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \nabla^2 \phi = m^2 \phi$$


Autovalori dell'energia $E = \pm(\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2}$???

Simmetrie della lagrangiana

$$L = \left(\partial_{\mu} \phi(x) \right)^{\dagger} \partial^{\mu} \phi(x) - m^2 \phi(x)^{\dagger} \phi(x)$$

Il campo invariante per una fase $\phi(x) \rightarrow e^{i\alpha} \phi(x)$ Simmetria di gauge abeliana U(1)

Una simmetria implica una conservazione di una corrente e di una carica (Noether)

e.g. Translazione  Conservazione dell'impulso

Rotazione  Conservazione momento angolare

Quale legge di conservazione associata alla simmetria U(1)?

Corrente di Noether

Applichiamo l'equazione di Eulero alla lagrangiana con:

$$\phi(x) \rightarrow e^{i\alpha} \phi(x)$$

$$\begin{aligned} 0 = \delta L &= \frac{\partial L}{\partial \phi} \delta\phi + \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \phi)} \delta(\partial_\mu \phi) + (\phi \leftrightarrow \phi^\dagger) \\ &\quad \begin{array}{l} \swarrow i\alpha\phi \\ \searrow i\alpha\partial_\mu\phi \end{array} \\ &= i\alpha \left[\frac{\partial L}{\partial \phi} - \partial_\mu \left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \phi)} \right) \right] \phi + i\alpha \partial_\mu \left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \phi)} \phi \right) - (\phi \leftrightarrow \phi^\dagger) \end{aligned}$$

0 (equazione di Eulero.)



$$\partial^\mu j_\mu = 0, \quad j_\mu = \frac{ie}{2} \left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \phi)} \phi - \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \phi^\dagger)} \phi^\dagger \right)$$

Corrente di Noether

Campo di Klein Gordon

$$L = \left(\partial_\mu \phi(x) \right)^\dagger \partial^\mu \phi(x) - m^2 \phi(x)^\dagger \phi(x)$$

E' invariante per $\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha} \psi(x)$

Se esiste una corrente conservata j_μ :

$$\partial^\mu j_\mu = 0, \quad j_\mu = \frac{ie}{2} \left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \phi)} \phi - \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \phi^\dagger)} \phi^\dagger \right)$$

Nel caso del campo di KG ϕ ha una sola componente e la corrente vale:

$$j_\mu^{KG} = -ie \left(\phi^* \partial_\mu \phi - \phi \partial_\mu \phi^* \right)$$

La **corrente elettromagnetica e la carica elettrica Q** ad essa associata:

$$Q = \int d^3x j^0$$

Invarianza di gauge locale U(1) e QED

$$\phi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} \phi(x)$$

(la fase α ora e' funzione di x)

$$L = \left(\partial_\mu \phi(x) \right)^\dagger \partial^\mu \phi(x) - m^2 \phi(x)^\dagger \phi(x)$$

Non e' invariante a causa delle derivate:

$$\partial_\mu \phi \rightarrow \partial_\mu e^{i\alpha(x)Q} \phi = e^{i\alpha(x)Q} \partial_\mu \phi + iQ e^{i\alpha(x)Q} \phi \partial_\mu \alpha(x)$$

Per ottenere una lagrangiana invariante dobbiamo modificare la derivata:

$$D_\mu \phi \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} D_\mu \phi$$

Dobbiamo introdurre un nuovo campo: $A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \alpha$

$$D_\mu = \partial_\mu - iQA_\mu$$

$$\phi(x) \rightarrow e^{iQ\alpha(x)} \phi(x)$$

$$D_\mu \phi \rightarrow e^{i\alpha(x)} D_\mu \phi$$

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \alpha$$

$$L = \left(D_\mu \phi(x) \right)^\dagger D^\mu \phi(x) - m^2 \phi(x)^\dagger \phi(x) \quad \text{E' invariante per U(1) locale}$$

Nota : $\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - iQA_\mu$ E' equivalente a: $p^\mu \rightarrow p^\mu + eA^\mu$

La invarianza locale di gauge mi genera la interazione tra campi e correnti

$$L = \left(\partial_\mu \phi(x) \right)^\dagger \partial^\mu \phi(x) - m^2 \phi(x)^\dagger \phi(x) - j^\mu A_\mu + O(e^2)$$

La lagrangiana elettromagnetica

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$F_{\mu\nu} \rightarrow F_{\mu\nu}, \quad A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \alpha$$

$$\mathcal{L}^{EM} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - j^\mu A_\mu$$

$M^2 A^\mu A_\mu$ Sarebbe un termine di massa per il campo e.m., ma non e' Invariante di gauge!

Dalle equazioni di Eulero-Lagrange le equazioni di Maxwell:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A^\nu} - \partial^\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial^\mu A^\nu)} = 0$$

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu$$

\equiv

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho, \quad \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{B} - \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{j}$$

-Quali altre simmetrie (e mediatori) per le altre interazioni?

-Si possono unificare le 4 interazioni e sotto quale simmetria?

Oggi disponiamo di:

-Teoria unificata elettrodebole validata dalla scoperta di W/Z, quark top, molte misure di precisione. Manca pero' ancora un elemento: **il bosone di Higgs** (scoperto nel 2007 ?)

-Teoria delle interazioni forti la **QCD** (simile alla QED)

-Ma la gravita'!?

Fisica delle particelle, cosmologia e astrofisica

Si va sempre piu' consolidando il legame tra la fisica delle particelle e la fisica del cosmo: l'origine e l'evoluzione dell'universo e la fisica delle galassie e delle stelle (astrofisica) dipendono in maniera cruciale dalle particelle e dalle loro caratteristiche e interazioni. Ex.

La fisica delle stelle ad es. l'esplosione delle supernovae,
il numero dei neutrini e la loro massa,
il problema della materia e dell'energia oscura,
l'origine dei raggi cosmici, neutrini cosmici, gamma ray bursts
la stabilita' della materia,

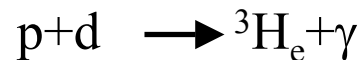
...

Il sole come laboratorio delle 4 forze

-Inizialmente condensazione gravitazionale da una nuvola di idrogeno fino a una temperatura di **10^7 K: innesco della fusione termonucleare.**

-Prima reazione di **fusione e' debole**: $pp \rightarrow d+e^++\nu_e$ (“lenta”)

-Gli stadi successivi coinvolgono **reazioni forti e elettromagnetiche** ex:



Risultato finale di una catena di reazioni di fusione:



L'energia liberata si trasmette essenzialmente come raggi X dal centro del sole alla fotosfera con interazioni elettromagnetiche
ma anche come radiazione di neutrini che trasportano una frazione significativa (~5%) di tutta l'energia emessa dal sole (~100% nell'esplosione di una supernova!)

Super-Kamiokande: Neutrini solari

$\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^-$: energia di soglia: 5 MeV, sensibile ai neutrini solari del B

I neutrini vengono dal sole

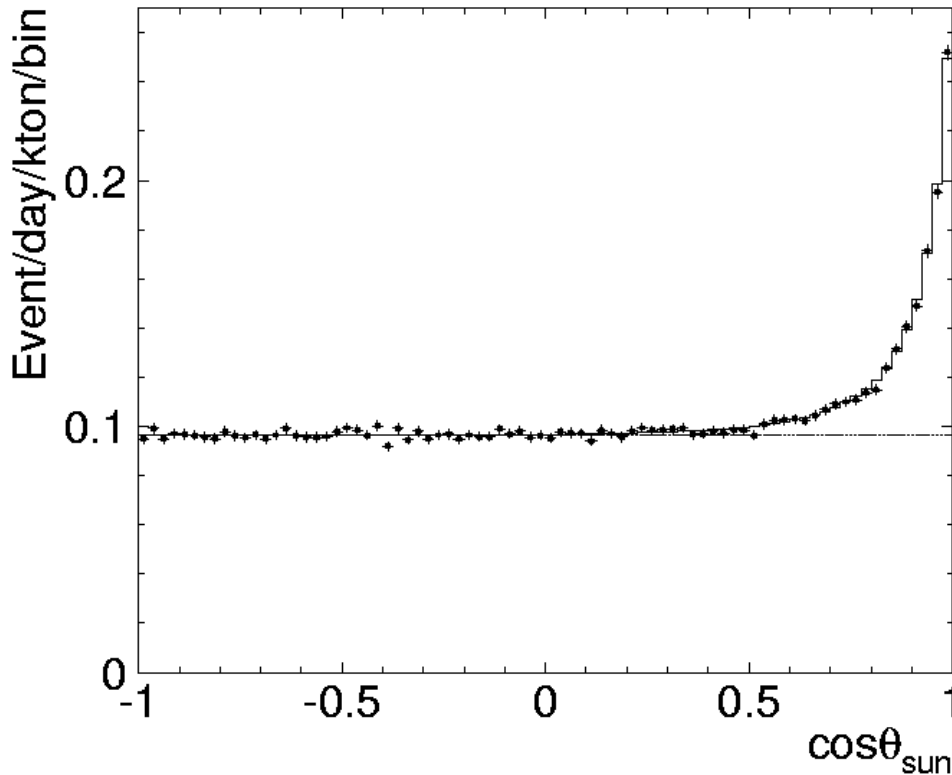
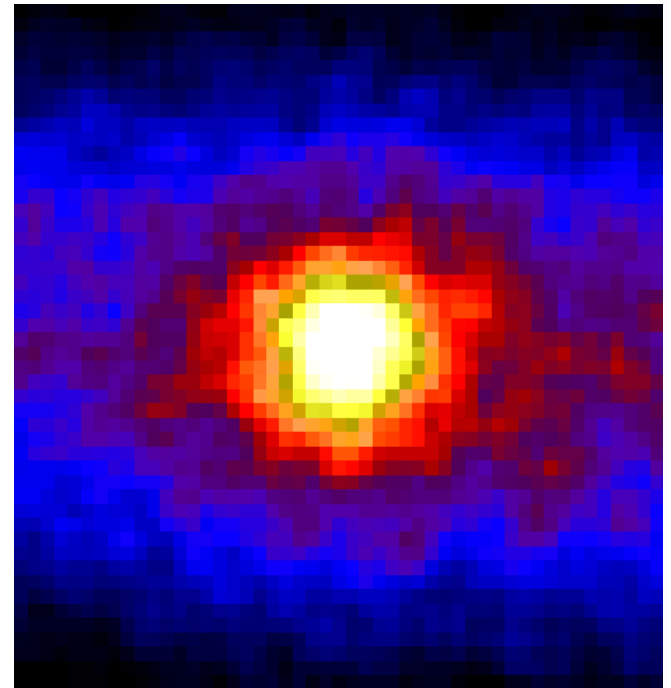


Foto del sole con i neutrini



Il sistema di unita' naturali i.e. $c = 1, \hbar = 1$

Nel SI, $c=2.998 \cdot 10^8$ m/s e $\hbar = 1.055 \cdot 10^{-34}$ J s, $1 \text{ GeV}= 1.6 \cdot 10^{-10}$ J

-**massa** (mc^2) e impulsi (pc) in **GeV**. Ex $m_p=1.7 \cdot 10^{-27}$ Kg= 0.938 GeV

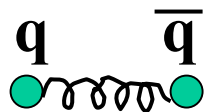
-**lunghezza** ($\lambda_c = \hbar/mc$) in **GeV⁻¹** ex $1 \text{ GeV}^{-1} = 0.197 \cdot 10^{-13}$ cm= 0.197 fm

-**aree** in **GeV⁻²** ex $1 \text{ GeV}^{-2} = 0.0388$ fm²= $0.388 \cdot 10^{-27}$ cm²= 0.388 mbarn

-**tempi** ($t=\lambda_c/c$) **GeV⁻¹** ex $1 \text{ GeV}^{-1} = 6.57 \cdot 10^{-25}$ s

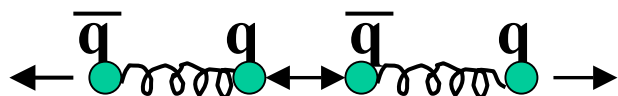
-**forza**: $F=ma=mlt^{-2} = m^2$ i.e. **GeV²**

ex: $1 \text{ dyne} = \text{gr cm/s}^2 = 1.24 \cdot 10^{-11}$ GeV²

ex: potenziale quark-antiquark (quarkonio): 

$$V(r) = br - \frac{a}{r} + V_0$$

Se $b=0.18 \text{ GeV}^2$ $F=15$ ton; se $r=1 \text{ fm} \sim 5 \text{ GeV}^{-1}$, $V(r) = 0.9 \text{ GeV}$



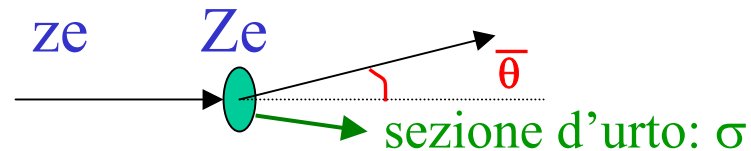
$m_\pi = 0.14 \text{ GeV}$

Ex. $\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$ ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$)

$$S.I. E_C = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Rightarrow \left[\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right] = \text{MeV} \cdot \text{fm} \Rightarrow$$

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \text{ e' adimensionale} = \frac{1}{137} \equiv \alpha$$

Ex: scattering Rutherford:



$$\begin{aligned} \sigma(\theta > \bar{\theta}) &= \frac{\pi z^2 Z^2}{4} \left[\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right]^2 \frac{1}{T^2} \frac{1}{\tan^2 \frac{\bar{\theta}}{2}} = \frac{\pi z^2 Z^2}{4} \alpha^2 \left(\frac{\hbar c}{T} \right)^2 \frac{1}{\tan^2 \frac{\bar{\theta}}{2}} = \\ &= \frac{\pi z^2 Z^2}{4} \left[\frac{1}{137} \right]^2 \left[\frac{197}{T(\text{MeV})} \right]^2 \text{fm}^2 \frac{1}{\tan^2 \frac{\bar{\theta}}{2}} \end{aligned}$$

Se $T = 1 \text{ MeV}$, $\bar{\theta} = \pi/2$, $\sigma(\theta > \pi/2) = 1.6 \text{ fm}^2$, se $z=1$, $Z=1$

Per la sezione d'urto differenziale abbiamo (**formula di Rutherford**):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(Zz)^2}{16} \left[\frac{197}{137 \cdot T(\text{MeV})} \right]^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} (\text{fm}^2 \text{sr}^{-1})$$

Ex. $\sigma(\text{Thomson}) E_\gamma \ll m_e$

$$\sigma(\gamma e \rightarrow \gamma e) = \frac{8}{3} \pi \frac{\alpha^2}{m_e^2} = \frac{8}{3} \pi \cdot r_e^2 = 0.7 \text{ barn}$$

Ex. interazione $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ se $s \gg m_\mu^2$

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4}{3} \pi \frac{\alpha^2}{s} \quad s = (p_1 + p_2)^2$$

Se siamo nel c.m. $e^+ \longrightarrow \longleftarrow e^-$, se $E(e^+) = E(e^-) = 1 \text{ GeV}$. $s = 4 \text{ GeV}^2$

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4}{3} \pi \left[\frac{1}{137} \right]^2 \cdot \frac{1}{4 \text{ GeV}^2} = 2.1 \cdot 10^{-33} \text{ cm}^2 = 21 \text{ nb}$$

Forza gravitazionale

Potenziale Newtoniano:

$$V = G_N \frac{m_p^2}{r}$$

$$G_N = 6.67 \cdot 10^{-11} m^3 Kg^{-1} s^{-2} = 4.17 \cdot 10^{-5} GeV \cdot cm / gr^2 = \\ = 0.67 \cdot 10^{-38} GeV^{-2} \text{ (incertezza } \approx 130 \text{ ppm)}$$

se $m_p = \text{massa protone} \approx 1 GeV$

$$r = 10^{-13} cm = 1 fm \approx 5 GeV^{-1} \Rightarrow V \approx 10^{-39} GeV$$

$$\text{nel caso Coulombiano } V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \frac{\hbar c}{\hbar c} = \alpha \frac{0.197 \cdot GeV \cdot fm}{1 fm} \approx 1.4 \cdot 10^{-3} GeV$$

⇒ su scala microscopica (fm) e per particelle elementari
la gravita' e' totalmente trascurabile

Notiamo:

$$\sqrt{G_N} \equiv \frac{1}{M_P} \approx 0.8 \cdot 10^{-19} GeV^{-1} = 5.3 \cdot 10^{-44} s = 1.6 \cdot 10^{-33} cm$$

$$\frac{1}{\sqrt{G_N}} \equiv M_P \approx 10^{19} GeV \text{ (massa di Planck)}$$

L'interazione gravitazionale diventa significativa (paragonabile alle altre) a energie (masse) dell'ordine di M_P oppure a distanze $r \sim 10^{-33}$ cm.

Se assumiamo che l'intensità dell'interazione gravitazionale sia come quella elettromagnetica alla massa di Planck quanto vale la corrispondente costante di accoppiamento gravitazionale, α_{GN} , a basse energie (1 GeV)?:

$$\alpha_{GN} \sim \frac{1 \text{ GeV}^2}{M_P^2} \alpha \approx 10^{-38} \quad \alpha \approx 10^{-40}$$

Forza nucleare debole

Responsabile della radioattività: decadimento beta:



Dalla vita media T si estrae la costante di accoppiamento

$$T = \frac{1}{\Gamma} \propto G_F^2$$

$$G_F \sim 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{G_F}} \approx 300 \text{ GeV}$$

$$\sqrt{G_F} \approx 0.7 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$$

Scala Λ a cui le interazioni deboli diventano significative:

$$G\Lambda^2 \sim 1 \Rightarrow \Lambda \sim 300 \text{ GeV}$$

Se a tale energia sono paragonabili a quelle elettromagnetiche

A 1 GeV:

$$\alpha_W = \frac{(1 \text{ GeV})^2}{(300 \text{ GeV})^2} \alpha \approx 10^{-5} \quad \alpha \approx 10^{-7}$$

Forza elettromagnetica

Potenziale Coulombiano:

$$V = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Ex. Nell'atomo di idrogeno l'energia di legame (formula di Bohr):

$$|E_1| = \frac{1}{2} \alpha^2 (\mu c^2), \mu = \text{massa ridotta} \approx m_e, \alpha = 1/137$$

$$|E_1| \approx 14eV$$

Per un sistema legato p \bar{p} , $\mu = m_p/2 = 1000 m_e \rightarrow$

$$|E_1| \approx 14KeV$$

La forza dell'interazione e' determinata da α

Forza nucleare forte

L'energia di legame elettromagnetica $p \bar{p} \sim 14 \text{ KeV}$ ma se prendiamo un sistema simile: il deutone : (pn) l'energia di legame e' molto piu' grande $\sim 2 \text{ MeV}$ \longrightarrow

la costante di accoppiamento delle interazioni forti α_s
(e il deutone e' un sistema legato per interazione forte):

$\alpha_s \sim 10-100 \alpha$ (confinata entro $r \sim 10^{-13} \text{ cm}$)

2. UNIFICAZIONE:

Esiste una “forza universale”, una origine comune di tutte le interazioni?



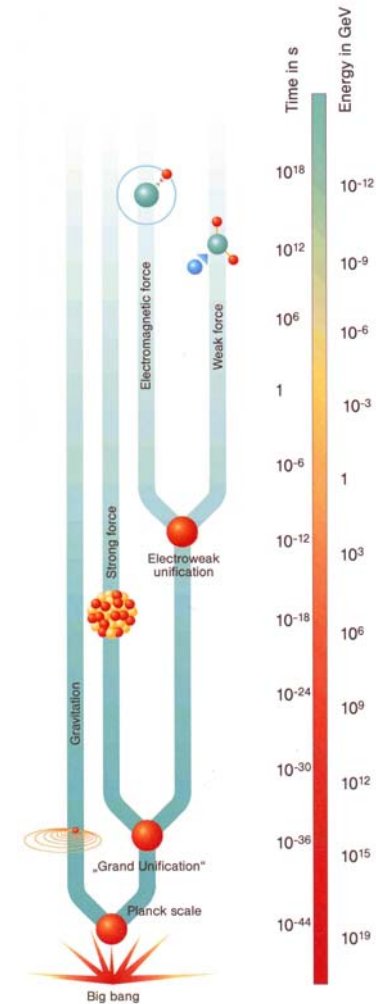
Esempio famoso: J.C.Maxwell (1864)
Unificazione di elettricità e magnetismo



1962-1973: Glashow, Salam and Weinberg

Unificazione delle interazioni elettromagnetiche e deboli

- ⇒ **Interazioni elettrodeboli**
(predizione dei bosoni **W** e **Z**)
+ **meccanismo e particella di Higgs**



Unificazione delle forze?

L'intensita' relativa delle 4 forze vale:

gravitazionale

10^{-40}

debole

10^{-7}

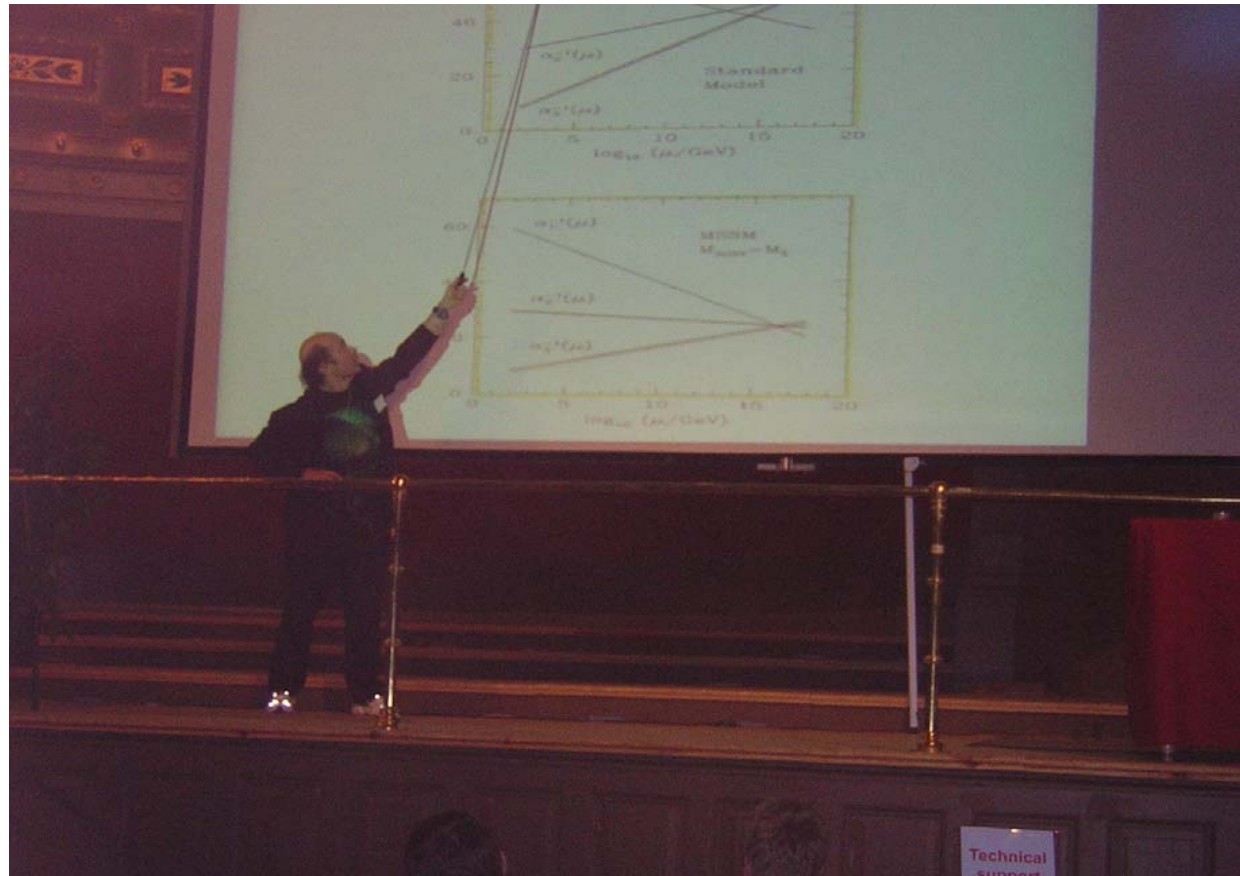
elettromagnetica forte

10^{-2}

1

Rottura della simmetria: unita' delle forze e simmetria recuperabile ad alta energia (Big Bang)?

F..Wilczek
Nobel Fisica
2004



Unificare la gravita?

$$F \equiv GeV^2, F_N = \frac{G_N m^2}{r^2} \equiv GeV^2, \text{ abbiamo gia' visto } G_N \equiv 1/GeV^2$$

$$1/\sqrt{G_N} = M_P \approx 10^{19} GeV$$

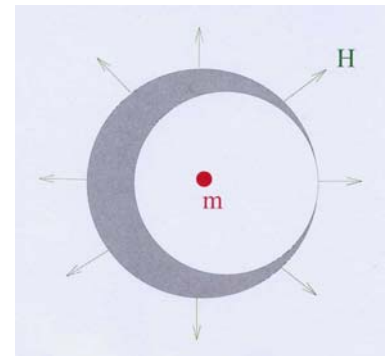
Il flusso del campo gravitazionale H in 3 dimensioni vale:

$$\Phi(H) = 4\pi \cdot r^2 \cdot H = m \cdot G_N \Rightarrow H \propto G_N / r^2$$

Teorema di Gauss in 3+d dimensioni:

$$H' = G_D / r^{2+d}$$

Con $G_D =$ “costante di gravita' in 3+d dimensioni”



Ma H' deve avere le stesse dimensioni di H quindi se

$$G_N = 1 / M_P^2, G_D = 1 / M_D^{2+d}, \text{ ma } H = H' \text{ (almeno a grandi distanze)} \Rightarrow$$

$$\frac{G_N}{r^2} = \frac{1}{M_P^2 r^2} = \frac{G_D}{r^{2+d}} = \frac{1}{M_D^{2+d} r^{2+d}}$$

$$\text{Da cui } M_P^2 = M_D^{2+d} r^d,$$

con d la dimensione degli spazi extra

Vogliamo unificare la gravita' con l'interazione elettrodebole:

$$M_D = 1 \text{ TeV} \longrightarrow$$

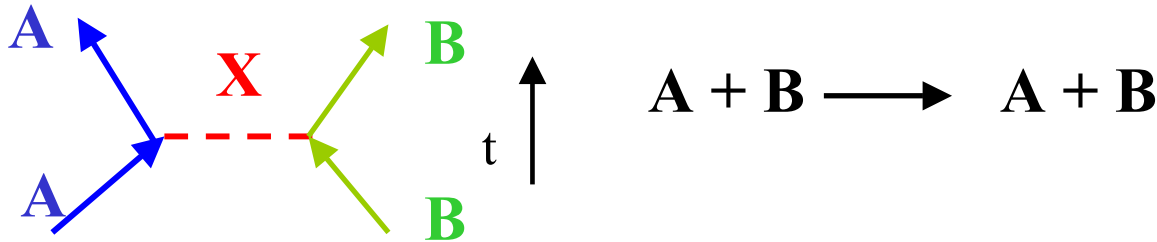
$$r^d = \frac{M_P^2}{M_D^{2+d}} = 10^{32} (\text{TeV})^{-d} \Rightarrow r = 10^{\frac{32}{d}} \text{TeV}^{-1}$$

$$\text{Se } d=2 \text{ } r=10^{16} \text{ TeV}^{-1} = 2\text{mm} !!$$

La forza di gravita' e' cosi' "debole" perche' "diluita" nelle extra dimensioni

Si dovrebbero osservare deviazioni alla gravita' Newtoniana a distanze $\sim r$ (esperimenti di microgravita')

Raggio di azione delle forze



Possiamo schematizzarlo come un “processo virtuale” con A che emette X

$$A(M_A, \vec{0}) \rightarrow A(E_A, \vec{p}) + X(E_X, -\vec{p})$$

$$\text{con } E_A = \sqrt{M_A^2 + p^2}, \quad E_X = \sqrt{M_X^2 + p^2}$$

La differenza di energia finale-iniziale ΔE si puo' scrivere come:

$$\Delta E = E_X + E_A - M_A = \sqrt{M_X^2 + p^2} + \sqrt{M_A^2 + p^2} - M_A > M_X$$

Il processo puo' avvenire solo se il tempo caratteristico τ vale:

$$\tau \approx \frac{\hbar}{\Delta E} \leq \frac{\hbar}{M_X}$$

La distanza massima di propagazione della particella X ,R vale:

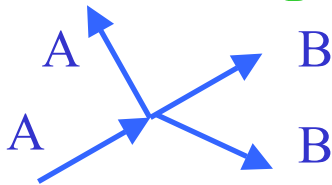
$$R = c \cdot \tau \leq \frac{\hbar c}{M_X} \text{ (range)}$$

Se $M_X=0$ (fotone) $R \longrightarrow \infty$, ma anche $\Delta E \longrightarrow 0$ e $\tau \longrightarrow \infty$:
il fotone e' reale

Nel caso di interazioni deboli $M_X=M_Z=90 \text{ GeV.}$:

$$R \leq \frac{\hbar c}{M_Z} = \frac{0.197 \cdot \text{GeV} \cdot \text{fm}}{M_Z} \sim 2 \cdot 10^{-3} \text{ fm}$$

Se l'impulso p della particella A (o B) e' tale che la lunghezza d'onda De Broglie $\lambda_B \gg R$, abbiamo in approssimazione di "interazione puntuale":
alla Fermi.



Nel caso di interazioni nucleari forti sappiamo che $R \sim 10^{-13} \text{ cm}$ da cui:

$$M_X \sim \frac{\hbar c}{R} \sim 100 \text{ MeV (Yukawa)} \quad \text{Particella trovata nel 1947 (mesone } \pi \text{) con } M_\pi = 140 \text{ MeV.}$$

Ma questa tra nucleoni non e' una forza veramente elementare...

Ordini di grandezza

Quantita' fondamentali:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = \frac{1}{137}, G_F = \frac{10^{-5}}{m_p^2}, m_e = 0.51 \text{ MeV}, m_p = 1800 m_e, m_\pi = \frac{m_p}{7}$$

Raggio atomo di idrogeno:

Momento angolare : $pr \sim 1 \Rightarrow p \sim 1/r$

Energia cinetica $T = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{1}{2r^2m_e}$

Energia coulombiana $U = \frac{-\alpha}{r}$

Energia totale $E_T = \frac{1}{2m_e} \left(\frac{1}{r^2} \right) - \frac{\alpha}{r}$

Minimo di E_T : $\frac{\partial E_T}{\partial r} = 0 \Rightarrow \frac{1}{m_e r^3} + \frac{\alpha}{r^2} = 0$ da cui :

$r = 1/\alpha m_e = r_B$ (raggio di Bohr) = $5 \cdot 10^{-9}$ cm

In QED abbiamo 3 lunghezze fondamentali che differiscono di α :

Raggio di Bohr : $r_B = 1/\alpha m_e$;

Lunghezza d'onda Compton: $\lambda_c = 1/m_e$

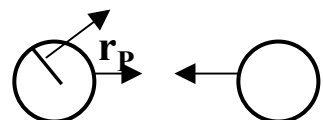
Raggio classico elettrone: $r_e = \alpha/m_e$

Dimensioni degli adroni: se la costante di accoppiamento forte $\alpha_s \sim 1$ abbiamo solo una lunghezza caratteristica:

$$1/m_\pi \sim 0.8 \text{ fm} \sim r_p$$

(il π e' il piu' leggero degli adroni: $m_\pi \sim 140 \text{ MeV}$)

Interazioni adroniche a grande energia, se $r_p \sim 1 \text{ fm}$ abbiamo:


$$\sigma_{pp} \approx \pi \cdot r_p^2 = 3 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2 = 30 \text{ mb}$$

Gli altri adroni sono mesoni composti da 2q (π, K) o barioni composti da 3q. Quindi se σ_{qq} e' la sezione d'urto qq mi aspetto:

$$\sigma(pp) = 3 \times 3 \sigma(qq) ; \quad \sigma(\pi p) = 2 \times 3 \sigma(qq)$$

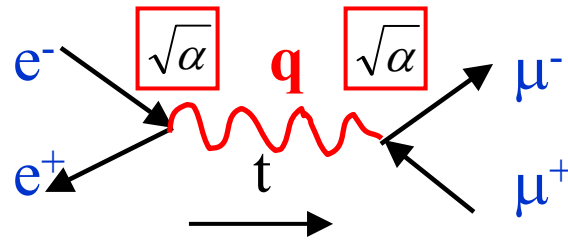
$$\frac{\sigma(\pi p)}{\sigma(pp)} \sim \frac{\sigma(Kp)}{\sigma(pp)} \sim \frac{2}{3} \Rightarrow \sigma(\pi p) = \sigma(Kp) \sim 20 \cdot mb$$

Sperimentalmente: $\sigma(pp) \sim \sigma(np) \sim \sigma(\bar{p}p) \sim \sigma(\bar{n}p) \sim 40 \text{ mb}$
 $\sigma(\pi p) \sim 25 \text{ mb}; \sigma(Kp) \sim 20 \text{ mb}$

Scarsamente dipendenti da \sqrt{s} , se $\sqrt{s} \gg m_p$

Interazioni elettromagnetiche

a) $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$:

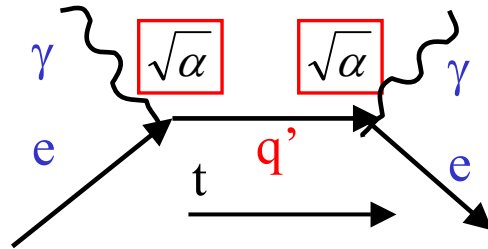


Unico invariante di Lorentz: $q^2 = q_0^2 - \vec{q}^2 = E_{cm}^2 \equiv s$

Per cui, dimensionalmente: $\sigma = \frac{\alpha^2}{s}, \text{ se } s \gg m_\mu^2$

$$\sigma(\text{vera}) = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2}{s}, \text{ se } s = 1 \text{ GeV}^2, \sigma = 4 \cdot 10^{-32} \text{ cm}^2$$

b) Scattering Compton : $\gamma e \rightarrow \gamma e$



$\sigma = \alpha^2 f(s, m_e)$, e sia E_γ l'energia del fotone:

1) Caso non relativistico: $E_\gamma \ll m_e$ (l'energia del fotone non cambia) e $s \sim m_e^2$

$$\sigma = \frac{\alpha^2}{m_e^2}, \quad \sigma(\text{vera}) = \frac{8\pi}{3} r_0^2 = \frac{8\pi}{3} \frac{\alpha^2}{m_e^2} \text{ sezione d'urto Thomson}$$

2) Caso ultrarelativistico: $s \gg m_e^2$

$$\sigma = \frac{\alpha^2}{s}, \quad \sigma(\text{vera}) = 2\pi \frac{\alpha^2}{s} \ln\left(\frac{s}{m^2}\right)$$

La correzione logaritmica deriva da effetti di spin dell'elettrone e fotone: ad alta energia prevale l'interazione magnetica (tra momenti magnetici).

Interazioni deboli

$$\nu_{\mu} n \rightarrow \mu^{-} p$$

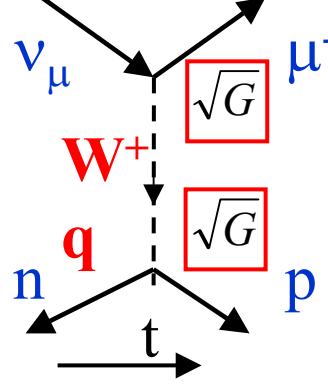
$$\nu_{\mu} N \rightarrow \mu^{-} X$$

Ci aspettiamo: $\sigma(\nu N) = G^2 f(s, m_N)$

se $s \gg m_N^2$, m_N e' trascurabile e, dimensionalmente essendo $[G] = s^{-1}$:

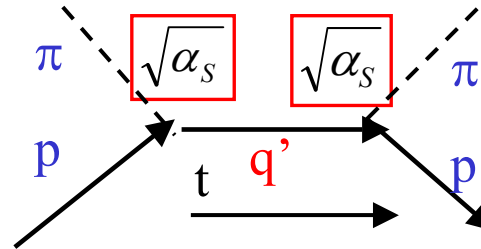
$$\sigma(\nu N) = G^2 s \xrightarrow{\text{lab}} = G^2 2m_N E_{\nu} \sim 10^{-10} 2E_{\nu} (\text{GeV}) \text{GeV}^{-2} \sim 8 \cdot 10^{-38} E_{\nu} (\text{GeV}) \text{cm}^2$$

$$\sigma(\text{vera}) = 0.6 \cdot 10^{-38} E_{\nu} (\text{GeV}) \text{cm}^2$$



Interazioni forti (scattering Compton forte)

$$\pi p \rightarrow \pi p, \quad \sigma_{Th} = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{\alpha_s}{m_p} \right)^2 \quad (*)$$



Ma sperimentalmente $\sigma(\pi p) = 2 \cdot 10^{-26} \text{cm}^2 = 5 \cdot 10 (0.4 \cdot 10^{-27} \text{cm}^2) = 50 \text{GeV}^{-2}$

Per cui utilizzando la (*) $\alpha \sim 2.4$!!!!

Problemi con la teoria delle perturbazioni: ex:
il processo $O(\alpha_s^3)$ non e' un contributo di
ordine superiore!!

