

COMPUTAZIONE CON FOTONI

QUANTISTICA

La realizzazione di un computer quantistico richiede qubits (sistemi quantistici a due stati) scalabili, isolabili dall'ambiente esterno, ma che possano essere inizializzati, misurati e manipolati attraverso una serie di porte logiche universali. Un approccio che si sta dimostrando molto promettente è quello che prevede l'utilizzo di singoli fotoni come qubits. I fotoni, a differenza di altri sistemi fisici, sono poco soggetti a decoerenza e possono essere facilmente manipolati attraverso elementi ottici lineari in modo da costruire porte logiche a singolo qubit; inoltre la codifica dell'informazione può avvenire sfruttando vari gradi di libertà dei fotoni, come la polarizzazione, il cammino ottico etc... [1]

REALIZZAZIONE DI PORTE LOGICHE UNIVERSALI

L'idea più semplice è quella di implementare un qubit attraverso gli stati di polarizzazione di un fotone; lo stato $|0\rangle$ rappresenta la polarizzazione orizzontale, lo stato $|1\rangle$ quella verticale. In generale gli stati di polarizzazione di un fotone si possono scrivere come $|\Psi\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + \exp(i\phi)\sin(\theta/2)|1\rangle$ e possono essere rappresentati sulla sfera di Bloch (figura 1).

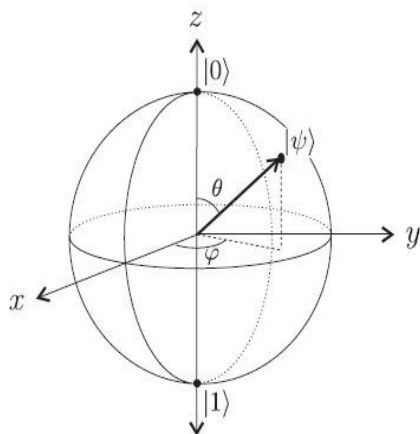


Figura 1: Rappresentazione degli stati di un qubit sulla sfera di Bloch

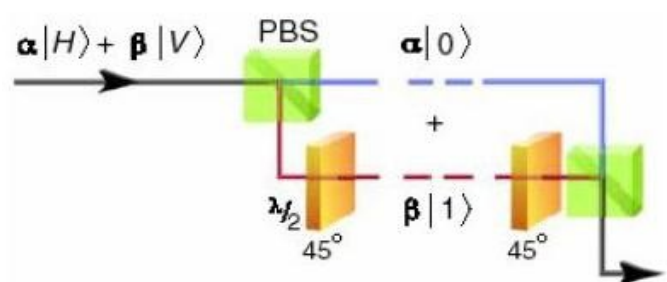


Figura 2: Circuito che opera la conversione di codifica da polarizzazione a cammino ottico [1]

I casi più interessanti sono quelli di polarizzazione lineare a 45° ($(|0\rangle \pm |1\rangle)/\sqrt{2}$) e circolare ($(|0\rangle \pm i|1\rangle)/\sqrt{2}$).

Porte logiche operanti su un singolo qubit possono essere facilmente implementate utilizzando lamine ritardanti costituite da materiali birifrangenti, che causano una rotazione dello stato del fotone sulla sfera di Bloch. Ad esempio l'operatore Z, corrispondente alla

terza matrice di Pauli $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, può essere realizzato attraverso una lamina a mezz'onda, che sfasa fra loro le componenti orizzontale e verticale di mezzo periodo, ovvero di π . Un altro esempio importante è costituito dalla porta di Hadamard, rappresentata dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, che può essere realizzata con una lamina a mezz'onda inclinata di 22.5° gradi rispetto al proprio asse ottico.

La codifica dei qubit può essere effettuata anche in altri modi: ad esempio, utilizzando un beam splitter polarizzatore, che trasmette la componente orizzontale del campo elettrico e riflette quella verticale, posso rappresentare gli stati della base computazionale con i due diversi cammini ottici che il fotone può compiere, come mostrato in figura 2.

Maggiori difficoltà si incontrano nella costruzione di porte logiche a due qubit, in grado di creare stati entangled, come ad esempio la porta CNOT, che applica l'operatore NOT al qubit di target se il qubit di controllo assume il valore 1, lasciando inalterato quest'ultimo. In linea di principio l'unico modo per implementare una tale porta è quello di utilizzare materiali che presentano una risposta ottica non lineare [1]. Poiché gli effetti ottici non lineari sono molto deboli nella maggior parte dei materiali finora conosciuti, questa strada non sembra praticabile.

Nel 2001 uno studio condotto da Knill, Laflamme e Milburn ha però portato a dei risultati incoraggianti: un computer quantistico può essere realizzato in modo efficiente usando solamente elementi ottici lineari come beam splitters e lamine ritardanti, sorgenti e rivelatori di singoli fotoni [2].

Nello schema originale (comunemente detto "schema KLM") le porte CNOT vengono realizzate in modo non deterministico: i due qubits di controllo e di target entrano, assieme ad altri due fotoni ausiliari, in una rete di beam splitters, dove i loro cammini ottici vengono ricombinati. All'uscita del circuito sono presenti due rivelatori: ai qubit di controllo e target è stato applicato l'operatore CNOT soltanto se un singolo fotone viene rivelato da ciascun rivelatore (la probabilità di successo è quindi di $1/16$).

La costruzione di porte non deterministiche non rappresenta però un grosso passo in avanti: infatti, se in circuito ci sono N porte non deterministiche, la probabilità che la computazione abbia successo decresce esponenzialmente con N; è quindi necessario realizzare porte CNOT che abbiano probabilità di successo molto vicina ad 1.

Una tecnica molto interessante che è stata proposta prevede l'utilizzo del teletrasporto quantistico in modo da rendere deterministica una porta CNOT, secondo il circuito mostrato in figura 3.

In ingresso abbiamo, oltre ai due qubits su cui vogliamo applicare il CNOT, due stati di Bell ausiliari, necessari per teletrasportare i qubits di controllo e di target, definiti come $|\beta_{00}\rangle = (|00\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2}$. Se viene applicata una porta CNOT fra i due stati di Bell, l'operazione può avere successo o meno; soltanto quando questa ha successo gli stati di controllo e di target vengono teletrasportati e all'uscita del circuito abbiamo lo stato desiderato, ovvero il CNOT applicato a quest'ultimi qubits. Utilizzando questa tecnica siamo sicuri che, anche se il CNOT fallisce, gli stati dei due qubit di controllo e di target non vengono perduti, e possiamo ripetere più volte l'operazione finché essa non ha successo, ottenendo in questo modo una porta CNOT deterministica [3].

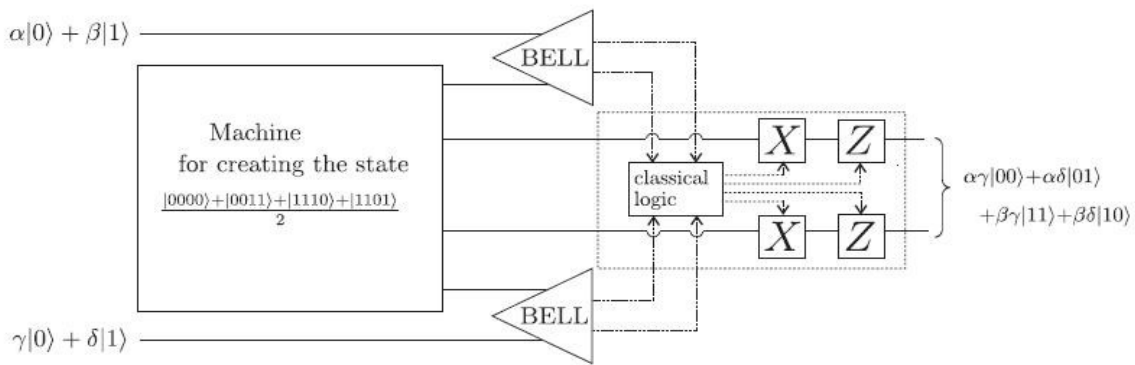


Figura 3: Circuito che, attraverso il teletrasporto, rende deterministica una porta CNOT. Il problema tecnologico viene ricondotto alla preparazione dello stato entangled iniziale

Si noti che il teletrasporto richiede due misure di Bell che, in generale, sono anch'esse probabilistiche. Nonostante ciò è stato dimostrato che, attraverso un'opportuna ridefinizione del protocollo di teletrasporto e l'introduzione di codici per la correzione degli errori, è possibile realizzare delle porte CNOT con probabilità di successo arbitrariamente vicina ad uno [2]. Le risorse fisiche necessarie sono però proibitive (servono circa 10000 fotoni ausiliari per avere un CNOT con probabilità di successo di circa il 95%) e questo è un grosso limite alle applicazioni pratiche [1].

Un approccio diverso e molto promettente, è il modello di computazione detto “one-way”, proposto per la prima volta in via teorica da Raussendorf e Briegel. In questo modello la computazione avviene a partire da uno stato iniziale entangled composto da molti qubits (detto “cluster states”) e gli algoritmi vengono realizzati mediante una sequenza di misure a singolo qubit [4].

Una opportuna combinazione della tecnica dei cluster states con la tecnica KLM è in grado di ridurre drasticamente (di alcuni ordini di grandezza) le risorse fisiche necessarie, rendendo fattibile la realizzazione pratica di un computer quantistico.

ERRORI E REQUISITI SUI COMPONENTI OTTICI

Il problema principale nella realizzazione di un computer quantistico è rappresentato dalla decoerenza: l'interazione con l'ambiente esterno può alterare lo stato dei qubits e indurre ad errori di computazione.

L'utilizzo di fotoni riduce drasticamente questo problema, essendo questi poco soggetti a decoerenza, ma possono comunque verificarsi degli errori. Le più comuni cause di errore sono: assorbimento di fotoni; scattering di fotoni dovuto al non perfetto allineamento ottico fra i vari componenti del computer; bassa efficienza delle sorgenti e dei rivelatori di fotoni.

Uno studio recente ha mostrato che se il prodotto delle efficienze delle sorgenti e dei rivelatori utilizzati nei circuiti è maggiore di 2/3 allora è possibile realizzare una computazione quantistica arbitrariamente lunga [5]. E' quindi di importanza cruciale la costruzione di dispositivi altamente efficienti.

Le sorgenti di fotoni, oltre ad avere un'elevata efficienza, devono soddisfare anche un altro importante requisito: affinché due o più fotoni interferiscano fra di loro (ad esempio quando entrano in uno stesso beam splitter) è necessario che questi siano completamente indistinguibili fra loro, anche se sono stati emessi da sorgenti diverse. Ci sono diverse proposte per tali sorgenti, ma i candidati più promettenti al momento sono le impurezze presenti in cristalli di diamante.

Per quanto riguarda i rivelatori di fotoni, quelli attualmente in commercio hanno una bassa efficienza (non oltre il 70%), per cui è necessario svilupparne di migliori: dispositivi basati su materiali superconduttori offrono risultati promettenti.

CONCLUSIONI E PROSPETTIVE FUTURE

L'approccio ottico alla computazione quantistica presenta numerosi vantaggi: scarsa decoerenza; diversi possibili modi per codificare l'informazione; facile realizzazione delle porte logiche universali attraverso elementi ottici lineari; integrazione naturale con le comunicazioni ottiche (ad esempio con le tecniche di crittografia quantistica).

Nonostante i grandi progressi compiuti negli ultimi anni, resta ancora molto lavoro da fare. Nelle dimostrazioni sperimentali effettuate fino a questo momento sono stati utilizzati elementi ottici macroscopici e fotoni propaganti in aria; inoltre sorgenti e rivelatori di fotoni hanno attualmente bassa efficienza.

La sfida più importante sarà quella della miniaturizzazione, ovvero della realizzazione di circuiti quantistici integrati con componenti ottici e guide d'onda microscopici. Saranno quindi fondamentali i progressi industriali nel campo della fotonica e delle comunicazioni ottiche, oltre allo sviluppo di sorgenti e rivelatori ad alta efficienza che siano integrabili con dispositivi fotonici microscopici.

Simone Birindelli

RIFERIMENTI

- [1] J.L. O'Brien, *Science* 318, 1567 (2007)
- [2] E. Knill, R. Laflamme, G. J. Milburn, *Nature* 409, 46 (2001)
- [3] P. Kaye, R. Laflamme, M. Mosca, “*An introduction to quantum computing*”
- [4] R. Raussendorf, H. J. Briegel, “*Physical review letters*” 86, 5188 (2001)
- [5] M. Varnava, D. Browne, T. Rudolph, *arXiv:quantph/0702044* (2007)