Lezione I

1.1 Si richiamano qui concetti, definizioni che lo studente ha acquisito o va ad acquisire tra breve nelle lezioni del corso di fisica generale.
Siamo interessati alla dinamica, quella parte della meccanica che studia il movimento dei corpi in relazione alle cause che lo producono.
Per tale studio devono essere conosciuti i seguenti elementi:
-le cause del moto, che chiameremo forze. in particolare quando su un corpo agiscono piu' forze si puo' verificare una delle seguenti situazioni: a) il corpo si muove (argomento di studio della dinamica), b) il corpo rimane in quiete (argomento di studio della statica)
-i parametri del corpo che intervengono in modo essenziale nel moto (p es. la sua superficie se si e' in presenza di forza dovuta alla resistenza dell'aria)
-le equazioni del moto cioe' le relazioni che permettono di determinare il moto del corpo quando sono note le forze che agiscono su di esso.
Le seguenti tre leggi del moto enunciate da Isacco Newton sono considerate gli assiomi della meccanica. La loro validita' e' verificata indirettamante da esperienze di laboratorio e dalla bonta' delle previsioni che esse consentono di fare. Solo agli inizi del '900 ci si e' resi conto che esistono dei casi per cui esse non possono essere applicate (meccanica quantistica e meccanica relativistica).

1. Primo principio o di inerzia: Ogni particella conserva il suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme (cioè con velocità costante) se non è soggetta ad alcuna forza. (questa legge era stata formulata gia' da Galileo)
2. Se F è la forza (esterna) che agisce su una particella di massa m, che si sta muovendo con velocità **v**, allora:

$$\mathbf{F} = d(m\,\mathbf{v})/dt = d\mathbf{p}/dt \qquad (1.1a)$$

dove $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ è la quantità di moto. Se m non dipende dal tempo t si ha:

$$\mathbf{F} = m\, d\mathbf{v}/dt = m\mathbf{a} \qquad (1.1b)$$

dove **a** è l'accelerazione della particella.

3. Se una particella 1 agisce su una particella 2 con una forza $\mathbf{F}_{12}$ in direzione della retta congiungente le due particelle, mentre la particella 2 agisce sulla particella 1 con una forza $\mathbf{F}_{21}$ allora: $\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}$. In altre parole, ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria (Principio di azione e reazione).

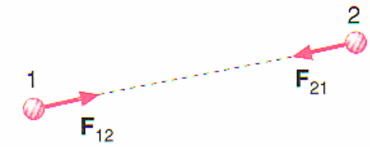


Figura 1.1 *Traduzione visiva del terzo principio della dinamica, mostrando che le foraze di interazione tra i punti materiali 1 e 2 sino tra loro opposte (in Figura attrattive)*

1.2 - Definizioni di forza e massa- I concetti di forza e massa usati nei suddetti assiomi sono ancora indefiniti, tuttavia possiamo usare gli assiomi di cui sopra per svilupparne le definizioni.
Si definisce rapporto tra le masse di due corpi il recproco del rapporto tra le accelerazioni impresse ad essi dalla stessa forza **F**.(Figura 1.2)

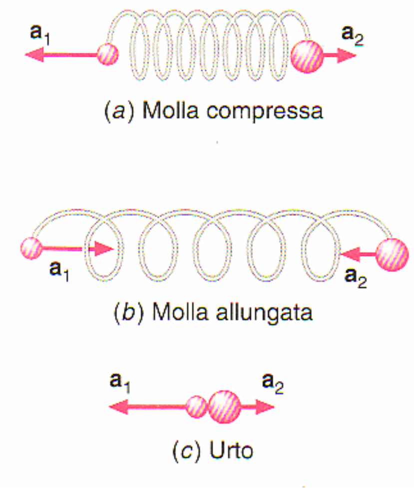


Figura 1.2 *Quando due corpi interagiscono a ogni istante le loro accelerazioni hanno versi opposti e i moduli stanno in rapporto costante (ad esempio il rapporto ha lo stesso valore nei tre casi di interazione mostrati in figura)*

1.3 - Unita' di forza e di massa- Unità standard di misura delle masse sono il grammo (g) nel sistema CGS (centimetrogrammo-secondo) e il kilogrammo (kg) nel sistema MKS (metro-kilogrammo-secondo). Le unità standard di misura delle forze in questi sistemi sono rispettivamente la dine e il newton (N). Una dine è la forza che imprime ad 1 g massa un'accelerazione di 1 cm/s. Un newton è quella forza che imprime ad 1 kg massa un'accelerazione di 1 m/s.

Oggetto	Massa (in kg)
La nostra galassia	$2,2 \cdot 10^{41}$
Il sole	$2,0 \cdot 10^{30}$
La terra	$6,0 \cdot 10^{24}$
La luna	$7,4 \cdot 10^{22}$
La massa delle acque degli oceani	$1,4 \cdot 10^{21}$
Un transatlantico	$7,2 \cdot 10^{7}$
Un elefante	$4,5 \cdot 10^{3}$
Un uomo	$7,3 \cdot 10^{1}$
Un acino d'uva	$3,0 \cdot 10^{-3}$
Un virus	$6,7 \cdot 10^{-10}$
Un granello di polvere	$2,3 \cdot 10^{-13}$
Una molecola di penicillina	$5,0 \cdot 10^{-17}$
Un atomo di uranio	$4,0 \cdot 10^{-25}$
Un protone	$1,7 \cdot 10^{-27}$
Un elettrone	$9,1 \cdot 10^{-31}$

Tabella 1.1 *Alcune masse misurate*

1.4 - Principali tipi di forze
- Meccaniche:

Forza peso- **F**= m**g**, dove **g** e' l'accelerazione di gravita' il cui modulo vale approssimativamente 9.8 m/s^2, diretta verso il centro della terra

Forze attrito- Attrito statico e dinamico. Il primo e' maggiore del secondo. Sono dovute all'interazione delle molecole di due corpi in contatto

Forze gravitazionali - di modulo F= G m_1m_2/r^2, attrattiva e diretta lungo la congiungente delle masse m_1 e m_2 distanti r. G=6.67 10^{-11}Nm^2/Kg^2 e' la costante di gravitazione universale.

Forze di deformazione - Modificano la forma dei corpi. Intensita' dipendenti dalla entiuta' di deformazione da produrre e dal tipo di corpo considerato (solido, liquido, aeriforme).

-In altri rami della fisica: forze elettriche,magnetiche, atomiche, nucleari…

1.5 Ci interessiamo al moto rettilineo sotto l'azione di una forza elastica

Si consideri una molla avente un'estremita' solidale ad un supporto fisso (fig. 1.3). L'asse della molla coincida con l'asse x mentre l'estremita' libera della molla quando questa è in condizioni di riposo, cioè non soggetta a forze si trovi nell'origine 0 del sistema di ascisse. La corrispondente lunghezza lo della molla viene chiamata lunghezza a riposo. Si puo' allungare o comprimere la molla applicando una forza alla sua estremità libera, che si sposta in un punto A diverso da 0: la variazione di lunghezza della molla è 1 - lo = x = OA, 1 indicando la lunghezza della molla nella nuova condizione.

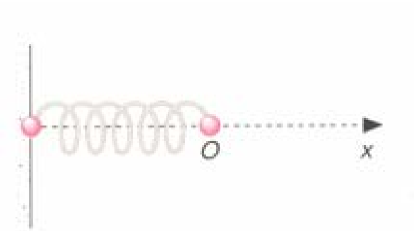


Fig1.3. La molla schematizzata in figura ha l'estremità a sinistra bloccata a un supporto fisso, l'altra estremità può essere spostata lungo x; è conveniente scegliere l'origine delle ascisse nella posizione occupata dall'estremità libera della molla quando questa non sviluppa alcuna forza

Quando 1≠ lo la molla sviluppa una forza di richiamo che tende a riportare la lunghezza al valore lo; per molte molle tale forza risulta, con buona approssimazione, proporzionale alla variazione di lunghezza cosicché, indicando con k > 0 la costante di proporzionalità, la componente F_x della forza lungo l'asse x si scrive nella forma:

$$F_x = -k(1 - lo) = -kx; \qquad (1.2)$$

la costante k viene chiamata la costante elastica della molla. Una forza del tipo (1.2) è detta forza elastica di richiamo.

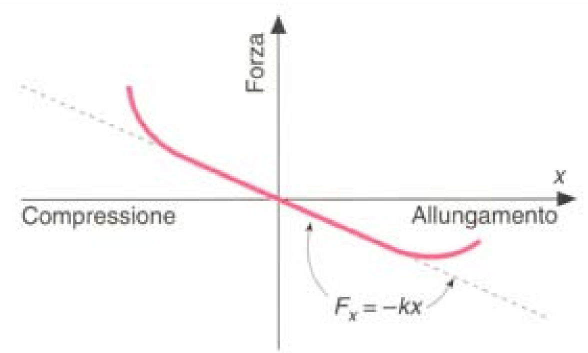


Fig 1.4 La forza sviluppata da una molla è direttamente proporzionale alla variazione di lunghezza rispetto a quella di riposo, finché si considerano variazioni non troppo grandi.

Si consideri adesso un punto materiale P di massa m fissato all'estremità libera della molla: al variare della lunghezza della molla il punto materiale risulta soggetto a una forza elastica di richiamo costantemente diretta verso il punto 0, detto centro di forza, la cui componente secondo l'asse x è $F_x = -kx$; se $x > 0$, cioè se il punto si trova sul semiasse positivo, la forza ha verso opposto a quello dell'asse x e la sua componente secondo tale asse è negativa (fig. 1.4); viceversa, se $x < 0$, la componente F, della forza è positiva: la posizione x=0 e' posizione di equilibrio stabile.

Fig 1.5 Forza elastica di richiamo verso il punto 0.

.
Dal secondo principio di Newton, F = ma, considerando le componenti di F e di a secondo l'asse x si ricava l'equazione

$$-kx = m\, d^2x/dx^2 \qquad (1.3a)$$

che si può scrivere nella forma

$$d^2x/dx^2+\omega^2x=0 \qquad (1.3b)$$

dove si è posto $\omega = \sqrt{(k/m)}$. Si verifica facilmente che la pulsazione ω ha le dimensioni dell'inverso di un tempo, cioè $[\omega]=[T]^{-1}$. La (1.3b) è un'equazione differenziale del secondo ordine, lineare, omogenea e a coefficienti costanti; la sua soluzione generale è (lo studente e' invitato a verificare)

$$x\,(t) = A\ \mathrm{sen}\,(\omega\, t+\phi_o), \qquad (1.4)$$

con A e ϕ_o costanti reali qualsiasi. D'ora in poi la fase iniziale ϕ_o sarà scelta in modo da avere sempre $A > 0$ (infatti, nel caso $A<0$ si riconduce a quanto voluto sostituendo ϕ_o con $\pi+\phi_o$).
Come si vede dalla (1.4), l'ascissa del punto P varia nel tempo con legge sinusoidale; la costante A rappresenta la distanza massima raggiunta e viene chiamata ampiezza di oscillazione. Il moto è periodico con periodo $T = 2\pi/\omega$ che cresce al crescere della massa del punto in movimento e al diminuire della costante elastica della molla. Un moto la cui legge oraria è data dalla (1.4) viene chiamato moto armonico semplice.
La componente x della velocità del moto armonico semplice si ricava direttamente dalla x(t)

$$v_x = dx/\,dt = A\,\omega\cos(\omega t+\phi_o). \qquad (1.5)$$

Dalle equazioni (1.4) e (1.5) si vede che quando la distanza di P da 0 è massima ($x = A$ o $x = -A$), la velocità è nulla; quando invece a distanza è nulla, la velocità ha valore massimo $A\omega$ se il punto sta passando dal semiasse negativo a quello positivo, oppure, nel caso contrario, valore minimo $-A\omega$. Tale fatto si deduce facilmente anche dall'esame della figura 1.6 dove sono riportati i grafici posizione-tempo e velocita' -tempo (il caso particolare considerato corrisponde a $\phi_o = 0$)

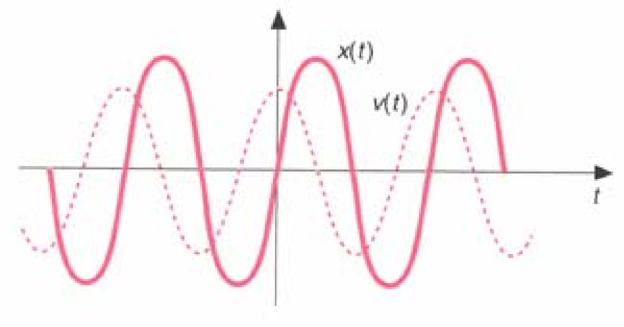


Fig 1.6 Grafici posizione-tempo e velocita' scalare-tempo nel moto armonico.

ESERCIZIO 1: una molla con costante elastica k viene tagliata in N parti uguali: quanto vale la costante elastica di ciascuna delle molle cosi' ottenute?

1.6 Lavoro ed energia
Quando un punto materiale sul quale agisce una forza subisce uno spostamento si dice che la forza compie un lavoro o che la forza compie un lavoro sul corpo; inoltre, poiché il punto materiale è il punto di applicazione della forza, si parla di lavoro fatto dalla forza in corrispondenza allo spostamento del suo punto di applicazione.
Il lavoro e' una grandezza fisica scalare e nel MKS si misura in joule (J): [J] = [N] [m]
Lavoro di una forza costante
Il lavoro L fatto da una forza **F** costante quando il suo punto di applicazione subisce uno spostamento **s** è il prodotto scalare tra la forza e lo spostamento:

$$L = \mathbf{F} * \mathbf{s} \tag{1.6}$$

Lavoro di una forza variabile in corrispondenza dello spostamento del punto di applicazione della forza **F** dalla posizione P_1 a P_2 , essendo d**s** lo spostamento infinitesimo

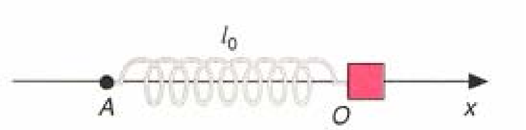
$$\int \mathbf{F}*d\mathbf{s}, \tag{1.7}$$

e' l' integrale 1.7 calcolato tra P_1 e P_2

Esempio - Un punto materiale si muove l'asse x ed è soggetto a una forza elastica di richiamo costantemente diretta verso l'origine 0 delle ascisse di intensità proporzionale alla distanza da 0 del punto stesso, con costante di proporzionalità k >0.Si calcoli il lavoro fatto dalla forza quando il punto materiale si sposta dalla posizione di ascissa x_1 a quello di ascissa x_2.

Dalla (1.7), essendo Fy = Fz = 0 e Fx = - kx (il segno negativo deriva dal fatto che la forza F è opposta allo spostamento del punto materiale e quindi costantemente diretta verso 0), si ottiene:

$$L= \int (-kx)dx(\text{ calcolato tra } x_1 \text{ e } x_2)= (1/2)\, k\, (x_1^2-x_2^2) \tag{1.8}$$



Definizioni
-L'energia di un corpo e' la misura del lavoro che il corpo puo' compiere in virtu' del particolare stato in cui si trova.
- In una regione dello spazio si ha un campo di forza quando in ogni punto della regione il punto materiale considerato e' soggetto a una forza.
-Un campo di forza e' conservativo in una certa regione dello spazio se il lavoro compiuto dalla forza del campo, quando il punto di applicazione si sposta all'interno di tale regione, dipende solo dalle posizioni del punto di partenza A e di arrivo B e non dalla particolare traiettoria seguita,comunque si scelgano i punti A e B.
-Per un campo conservativo si chiama energia potenziale

$$L(A\text{->}B)=U(A)-U(B) \tag{1.9}$$

Esempio - Si calcoli l'energia potenziale di una molla di costante elastica k in funzione dell'allungamento della molla. La molla sia disposta lungo l'asse x come mostrato in figura. Sia l_o la lunghezza di riposo della molla e $1 = l_o + x$ la lunghezza della molla quando questa è allungata o compressa di un tratto x ($x > 0$ nel primo caso, $x < 0$ nel secondo). La molla sviluppa una forza elastica di richiamo la cui componente secondo l'asse x vale -kx. Consideriamo due stati della molla con lunghezze $1_1 = l_o + x_1$, C $1_2 = l_o + x_2$: il lavoro «compiuto dalla molla» quando la sua lunghezza passa dal valore 1_1a quello 1_2 è dato dalla (1.8) Il lavoro dipende solo dalle posizioni iniziale e finale.
Quindi la forza elastica è conservativa. L'espressione precedente (1.8), insieme alla (1.9) fornisce la relazione
1.1*

$$U(x_1) - (1/2)\, kx_1^{\,2} = U(x_2) - (1/2)\, kx_2^{\,2} \qquad (1.10)$$

Se, per convenzione, assumiamo che l'energia potenziale di una molla a riposo sia zero, la costante che compare nella relazione precedente è nulla e si ha quindi:

$$U(x) = (1/2)\, kx^{\,2} \qquad (1.11)$$

Liberamente adattato da: Sergio Rosati, Fisica generale, Casa editrice Ambrosiana, Milano 1994