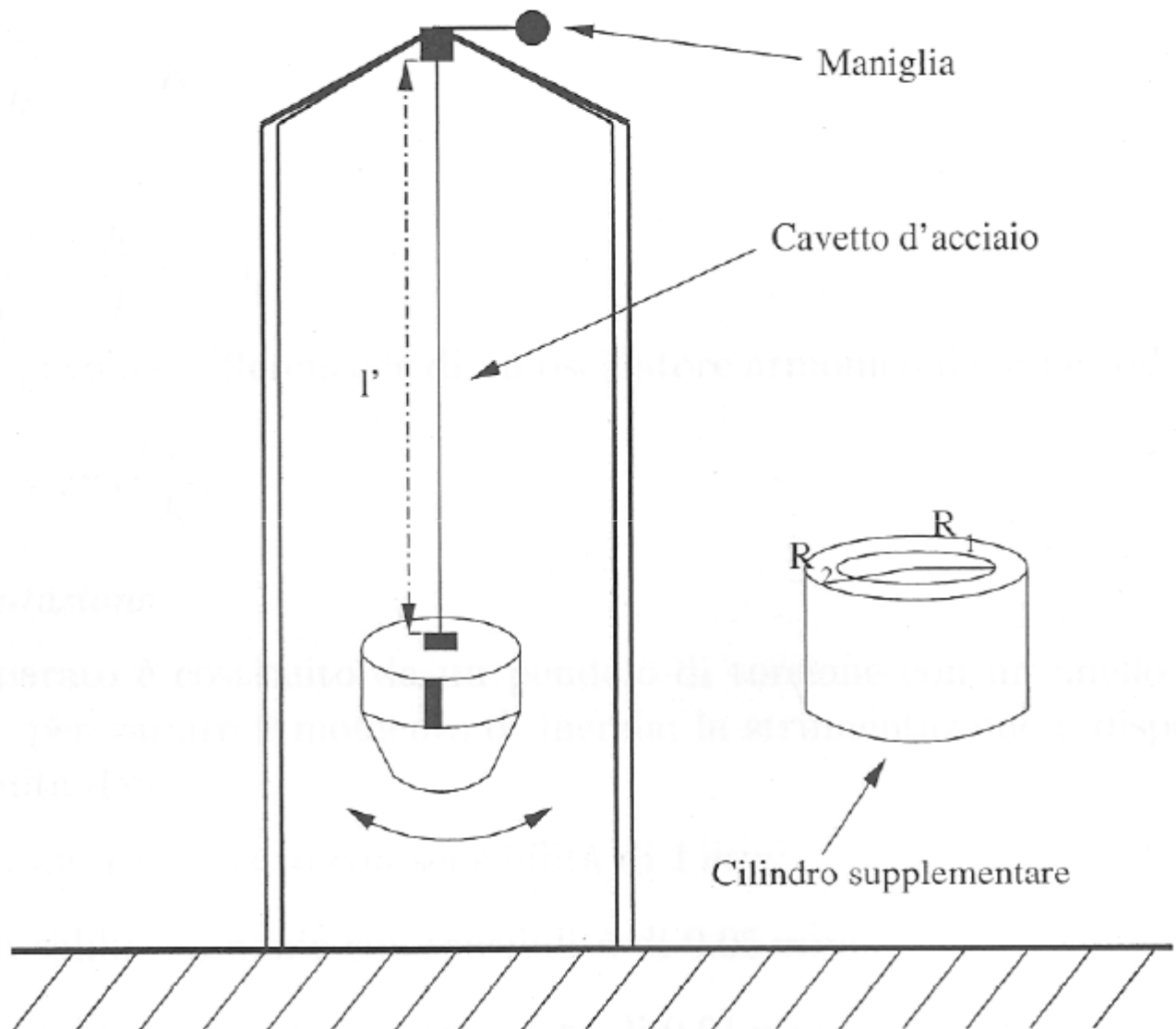


Pendolo di torsione

Scopo

Misurare la *costante di elasticità* K e il *modulo di rigidità* G di un cavetto cilindrico di acciaio.



Teoria

Tutti i materiali solidi sono più o meno elastici e, se sollecitati, reagiscono con una forza di richiamo direttamente proporzionale all'intensità della sollecitazione: tale costante di proporzionalità K si chiama *costante elastica* del materiale in questione. Se si ha un *pendolo di torsione* costituito da un cavetto cilindrico d'acciaio (di cui bisogna calcolare le costanti K e G) ed una massa ad esso appesa, ad una sollecitazione angolare, ossia ad una torsione del cavo, il sistema reagirà con un *momento* di richiamo la cui intensità τ è proporzionale allo spostamento angolare ϑ espresso in radianti:

$$\tau = -K\vartheta.$$

$$\frac{dL}{dt} = \tau = -K\vartheta, \quad \text{seconda equazione cardinale della dinamica}$$

$$\text{essendo } L = I \frac{d\vartheta}{dt}, \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{K}{I}\vartheta = 0,$$

che è l'equazione differenziale di un oscillatore armonico il cui periodo risulta

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}}.$$

Translational Mechanical	Torsional Mechanical	Series RLC Circuit	Parallel RLC Circuit
Position x	Angle θ	Charge q	Voltage e
Velocity $\frac{dx}{dt}$	Angular velocity $\frac{d\theta}{dt}$	Current $\frac{dq}{dt}$	$\frac{de}{dt}$
Mass M	Moment of inertia I	Inductance L	Capacitance C
Spring constant K	Torsion constant μ	Elastance $1/C$	Susceptance $1/L$
Friction γ	Rotational friction Γ	Resistance R	Conductance $1/R$
Drive force $F(t)$	Drive torque $\tau(t)$	e	di/dt
Undamped resonant frequency f_n :			
$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}}$	$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{I}}$	$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$	$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$
Differential equation:			

$$M\ddot{x} + \gamma\dot{x} + Kx = F \quad | \quad I\ddot{\theta} + \Gamma\dot{\theta} + \mu\theta = \tau \quad | \quad L\ddot{q} + R\dot{q} + q/C = e \quad | \quad C\ddot{e} + \dot{e}/R + e/L = \dot{i}$$

Strumentazione

l'apparato è costituito da un pendolo di torsione con un anello supplementare per variare il momento di inerzia; la strumentazione a disposizione è costituita da:

- un metro a nastro con sensibilità di 1 mm ;
- un calibro al nonio con sensibilità di 0.05 mm ;
- un calibro palmer con sensibilità di 0.01 mm ;
- un cronometro elettronico con sensibilità di 0.01 s ;
- una bilancia



Procedura sperimentale

Un filo di acciaio fissato all'estremo superiore è solidale, all'altro estremo, ad un corpo di momento di inerzia I , sconosciuto.



1. Quando si torce leggermente il filo (di lunghezza l e diametro d (state attenti che parte del filo non è visibile: un cartellino scritto a mano indica la misura della parte invisibile), il corpo compie delle piccole oscillazioni di periodo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}}$$

- Misurare lunghezza parte visibile cavo l

Procedura sperimentale

Un filo di acciaio fissato all'estremo superiore è solidale, all'altro estremo, ad un corpo di momento di inerzia I , sconosciuto.



1. Quando si torce leggermente il filo (di lunghezza l e diametro d (state attenti che parte del filo non è visibile: un cartellino scritto a mano indica la misura della parte invisibile), il corpo compie delle piccole oscillazioni di periodo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}}$$

Se il momento di inerzia I_1 della massa appesa al cavetto d'acciaio fosse misurabile, o fosse nota, allora basterebbe misurare il periodo T_1 del pendolo per ricavare K direttamente dalla relazione che esprime il periodo. Ma a causa della forma particolare di questa massa (tronco di cono) non è possibile misurarne agilmente il momento di inerzia, per cui si aggira il problema

2. Se si aggiunge al corpo sospeso la corona cilindrica (che trovate sul tavolo) di momento di inerzia noto I_0 :

$$I_0 = \frac{1}{2}M(R_i^2 + R_e^2)$$

(M è la massa della corona cilindrica, R_i ed R_e sono rispettivamente il raggio interno ed esterno), il periodo delle piccole oscillazioni diventa:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I + I_0}{k}}$$

Dalla soluzione del sistema si ricava I e K

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I + I_0}{K}} \end{cases}$$

3. Misurate il periodo delle piccole oscillazioni senza e con il corpo aggiunto. Da queste misure determinate il momento di inerzia I , il modulo di torsione k e la costante di rigidità G , che è legata a k dalla relazione:

$$G = \frac{32}{\pi} \frac{lk}{d^4}$$

Misure da effettuare

- Misura della lunghezza visibile del cavo per ottenerne quella totale sommando il valore della lunghezza non visibile riportato direttamente sulla massa del corpo
- Misura del diametro del cavetto di acciaio sia con calibro al nonio che con calibro palmer
- Misura della massa dell'anello supplementare
- Misura del raggio interno ed esterno dell'anello supplementare
- Misurare i periodi T_1 e T_2 (suggerimento, che dovrebbe ormai risultare inutile: effettuare ogni misura di T su un intervallo di tempo pari almeno a $5T$, acquisire almeno 20 misure per ciascun periodo T)

Analisi dati

- Determinare i periodi T_1 e T_2 ; la media, la deviazione standard e l'errore sulla media
- Risolvere il sistema e ricavare K e I
- Calcolare G

Analisi errori

- Attribuire alle quantità, comprese le calcolate o ricavate, il proprio errore

Meccanica

Pendolo di torsione

Misura del modulo di torsione e della costante di rigidità
d'un filo metallico utilizzando un pendolo di torsione

Un filo di acciaio fissato all'estremo superiore è solidale, all'altro estremo, ad un corpo di momento di inerzia I , sconosciuto.

1. Quando si torce leggermente il filo (di lunghezza l e diametro d (state attenti che parte del filo non è visibile: un cartellino scritto a mano indica la misura della parte invisibile), il corpo compie delle piccole oscillazioni di periodo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}}$$

2. Se si aggiunge al corpo sospeso la corona cilindrica (che trovate sul tavolo) di momento di inerzia noto I_0 :

$$I_0 = \frac{1}{2}M(R_i^2 + R_e^2)$$

(M è la massa della corona cilindrica, R_i ed R_e sono rispettivamente il raggio interno ed esterno), il periodo delle piccole oscillazioni diventa:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I + I_0}{k}}$$

3. Misurate il periodo delle piccole oscillazioni senza e con il corpo aggiunto. Da queste misure determinate il momento di inerzia I , il modulo di torsione k e la costante di rigidità G , che è legata a k dalla relazione:

$$G = \frac{32}{\pi} \frac{lk}{d^4}$$