

Lezione IV

4.1 Introduzione alla reologia

La reologia è lo studio delle proprietà di flusso dei materiali che vanno in maniera insolita o interessante. L'olio e l'acqua fluiscono in modo normale, mentre la maionnese il burro di arachide, la cioccolata e il "silly putty" fluiscono in modo complicato ed insolito. In reologia si studiano le proprietà di flusso *inusuale* di materiali.

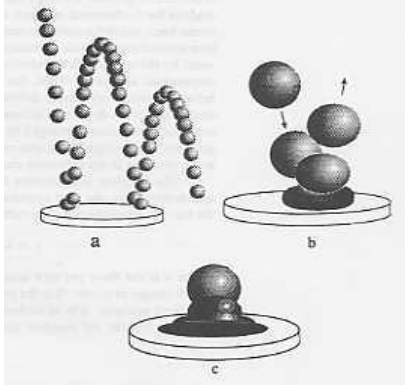


Figura 4.1 Quando uno stress agisce per un breve tempo sul silly putty, (a,b) il materiale si comporta come un solido e rimbalza se fatto cadere; ma quando è sottoposto a stress per parecchie ore (c), fluisce come un liquido.

Per esempio, è noto come, riaprendo un barattolo di maionnese usato, la forma della superficie si trovi distorta nel modo in cui rimase dall'ultimo utilizzo. Il suo comportamento è diverso dal miele, che invece presenta sempre una superficie piatta. Se ne viene prelevato un po' dal barattolo, in pochi secondi la superficie ritorna ad essere di nuovo piatta. Qual è la differenza tra maionnese e miele? Eventualmente, il miele sembrerebbe più duro e in questo caso lo

scorrimento dovrebbe essere più difficile. Il punto chiave sta nel fatto che i fluidi normali possono essere più duri di altri (in termini scientifici tali materiali hanno *viscosità* più elevata di altri); ma a parte il fatto di avere viscosità più elevata, tutti i fluidi normali (o *newtoniani*) seguono la stessa legge. D'altra parte esistono fluidi che non seguono la legge di Newton. Questi fluidi non-newtoniani, per esempio la maionnese, le vernici, le pastiche fuse, le schiume, le argille, e parecchi altri fluidi, si comportano in una gran varietà di modi. La scienza che si occupa dello studio dello scorrimento di questi materiali è chiamata reologia, dalle radici greche 'reo' che significa scorrere e 'logia' che significa studio.

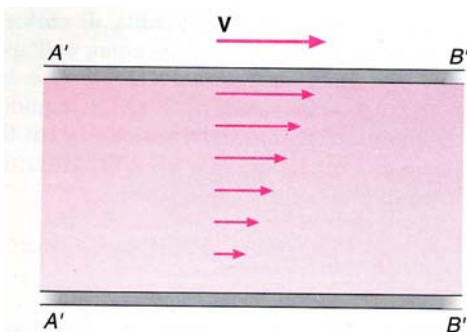


Figura 4.2 Esistono profonde differenze tra le proprietà reologiche di cibi come il miele e la maionnese

La reologia costituisce un punto d'incontro per un'ampia varietà di discipline: fisica, chimica, matematica, biologia, geologia, ingegneria. La sua importanza riguarda molti processi industriali, per esempio farmaceutici, alimentari, plastiche, gomme, ceramiche. Infatti, se il comportamento reologico di tali materiali non è pienamente studiato, può portare a comportamenti inaspettati durante i processi di lavorazione e/o il loro utilizzo.

4.2 Liquidi newtoniani e viscosità

Consideriamo un liquido ed un particolare suo moto detto 'laminare'. Il moto di un liquido è laminare quando in ogni punto del liquido la velocità si mantiene costantemente parallela a una direzione fissa e i diversi strati del liquido tra loro adiacenti, avendo velocità diverse, scorrono l'uno sull'altro senza mescolarsi. Ad esempio si abbia del liquido compreso tra due lastre parallele, una fissa mentre l'altra si muove con velocità v (figura 4.3); lo strato di liquido a contatto con la lastra in movimento resta attaccato a questa e si muove quindi con la stessa velocità v ; man mano che si



passa agli strati sottostanti la velocità diminuisce linearmente con la profondità e, finalmente, lo strato a contatto con la seconda lastra è in quiete.

Figura 4.3 La lastra in basso è fissa mentre quella sulla superficie del liquido si muove trascinando il liquido compreso tra le lastre in moto laminare.

Ovvero: una lastra L_1L_2 di superficie ΔS galleggiante sul liquido ha dimensioni grandi rispetto alla profondità H del liquido, così da

rendere trascurabile l'azione perturbatrice dei bordi. L'applicazione della forza alla lastra fa sì che esse si muova, dopo un tempo transiente, con velocità costante v e risulta equilibrata dalle forze di attrito ΔF_A dovuta al liquido sottostante. Poiché in condizioni di regime ogni strato risente dagli strati ad esso adiacenti delle forze opposte tra loro, la forza ΔF_A è indipendente dalla quota h del particolare strato considerato.

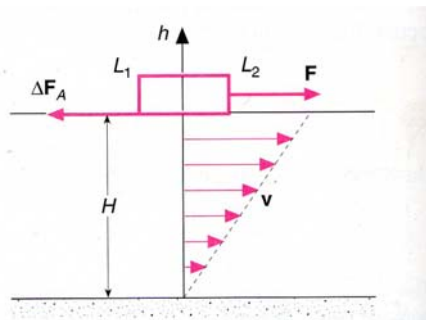


Figura 4.4 Lastra in moto sopra la superficie libera di un liquido

Si trova sperimentalmente che per molti liquidi semplici (*liquidi newtoniani*) il modulo della forza di attrito interno si può esprimere come:

$$\Delta F_A = \eta \Delta S (v/h) \quad (4.1)$$

La (4.1) è la formula di Newton, η è una costante caratteristica del liquido usato, chiamata *viscosità dinamica* (o semplicemente *viscosità*).

Fluido	Temperatura (°C)	η (poise)
acqua	0	$1.79 \cdot 10^{-2}$
acqua	20	$1.00 \cdot 10^{-2}$
acqua	100	$0.30 \cdot 10^{-2}$
alcol etilico	20	$1.20 \cdot 10^{-2}$
mercurio	20	$1.55 \cdot 10^{-2}$
sangue	37	0.23
olio per motori	30	2.5
glicerina	20	15
vetro	700	$1.00 \cdot 10^{11}$
pece	15	$1.30 \cdot 10^{11}$
aria	20	$1.71 \cdot 10^{-4}$
idrogeno	20	$0.88 \cdot 10^{-4}$

Tabella 4.1.1 Viscosità per alcuni fluidi a varie temperature.

Liquid	Approximate Viscosity (Pa·s)
Glass	10^{40}
Molten glass (500°C)	10^{12}
Asphalt	10^8
Molten polymers	10^3
Heavy syrup	10^2
Honey	10^1
Glycerin	10^0
Olive oil	10^{-1}
Light oil	10^{-2}
Water	10^{-3}
Air	10^{-5}

Tabella 4.1.2 Viscosità per alcuni fluidi a temperatura ambiente.

L'unità di misura per η nel sistema MKS è $[N] [s] [m^{-2}] = [Pa] [s]$

Nella tabella 4.1.1 sono riportati i valori delle viscosità di alcuni fluidi nella unità di misura cgs: il poise [poise]. Si ha la seguente equivalenza

$$0.1 \text{ Pa s} = 1 \text{ poise} \quad (4.2)$$

$1 \text{ mPa s} = 1 \text{ c poise}$, dove il prefisso m indica milli- = 10^{-3} ed il prefisso c indica centi- = 10^{-2} , è approssimativamente la viscosità dell'acqua a temperatura ambiente. Altri valori di η a temperatura ambiente sono riportati in tabella 4.1.2 Poiché ΔF_A è indipendente dalla quota, deve essere $v/h = \text{costante}$, cioè la velocità del liquido varia linearmente con la profondità come è mostrato in figura e in accordo con le osservazioni sperimentali, di conseguenza si ha

$$v/h=V/H \quad (4.3)$$

In particolare, la forza esterna F viene equilibrata dalla forza di attrito esercitata su di essa dallo strato sottostante, cosicché dalle (4.1) e (4.3) si ricava:

$$F = \eta \left(\Delta S / H \right) V \quad (4.4)$$

La legge di Newton (4.4) definisce quindi la viscosità come il fattore di proporzionalità tra lo stress di taglio $\tau = F / \Delta S$ ed il gradiente di velocità del liquido V/H . Più in generale il gradiente è definito in modo differenziale. Individuando nella figura 4.4 l'asse delle ascisse con la direzione x e quello delle ordinate con la direzione y si può riscrivere il gradiente di velocità:

$$V/H = dV/dy \quad (4.5)$$

Dalla (4.4) e (4.5)

$$\tau = \eta V/H = \eta dV/dy = \eta d(dx/dt)/dy = \eta d(dx/dy)/dt \quad (4.6)$$

dove nell'ultimo passaggio si è utilizzata la proprietà di invarianza rispetto all'ordine di derivazione. Si riconosce in dx/dy la definizione dello shear strain γ (deformazione di taglio) (2.8) introdotta per le sollecitazioni di taglio nei solidi (attenzione in (2.8) l'asse y è chiamato x_2). Legge di Newton per i liquidi ideali

$$\tau = \eta d(\gamma)/dt \quad (4.7)$$

Quindi lo stress di taglio in un liquido ideale è direttamente proporzionale alla velocità di variazione deformazione col tempo. Questa formulazione (4.7) evidenzia l'analogia tra legge di Hooke per il solido elastico e legge di Newton per il liquido viscoso. Nel primo caso lo stress è linearmente connesso allo strain (2.9), nel secondo caso alla variazione dello strain col tempo (shear rate). L'equazione (4.7) è l'equazione costitutiva di un liquido ideale.

4.3 Curve di flusso e di viscosità

La correlazione tra shear stress e shear rate che definisce l'andamento di flusso di un liquido è mostrata graficamente attraverso grafici che riportano τ in ordinata e dy/dt in ascissa. Tale diagramma è chiamato curva di flusso. Nel caso di un fluido newtoniano la curva di flusso è una retta passante per l'origine (figura 4.5) la cui pendenza fornisce il valore della viscosità.

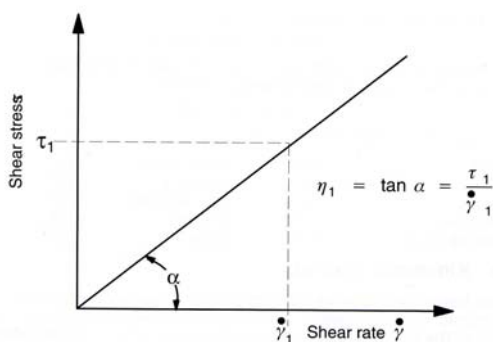


Figura 4.5 Curva di flusso di un fluido newtoniano

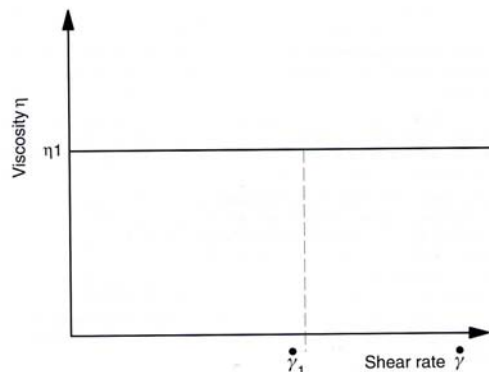


Figura 4.6 Curva di viscosità di un fluido newtoniano

Nella curva di viscosità è invece riportata la viscosità del fluido in funzione dello shear rate. La curva di viscosità di un fluido newtoniano è mostrata in figura 4.6.

Le tabelle 4.1 mostrano il grandissimo range di valori di viscosità per materiali comuni. Per effettuare misure in questo intervallo sono necessari strumenti molto diversi.

La tabella 4.2 mostra la grandezza approssimativa delle velocità di deformazione incontrate in situazioni industriali o della vita quotidiana in cui è importante la viscosità ed è quindi necessaria la sua misura. La shear rate approssimata coinvolta in una operazione può essere stimata dividendo la velocità media del liquido che fluisce per una dimensione caratteristica della geometria in cui si ha il flusso (per esempio il raggio di un tubo o lo spessore dello strato che scorre).

Da un esame della tabella, questi calcoli effettuati per un certo numero di applicazioni importanti forniscono un range enorme che varia su 13 ordini di grandezza da 10^{-6} a 10^7 s^{-1} , per misurare questo intero range potrebbero essere necessari tre diversi strumenti.

E' inoltre da notare come tipicamente a fluidi di bassa viscosita' sono applicati processi a shear rate molto alta. Di conseguenza, gli shear stresses non variano in modo altrettanto ampio.

<i>Process</i>	<i>Typical Range of Shear Rates (s^{-1})</i>	<i>Application</i>
Sedimentation of fine powders in a suspending liquid	$10^{-6} - 10^{-4}$	Medicines, paints
Leveling due to surface tension	$10^{-2} - 10^{-1}$	Paints, printing inks
Draining under gravity	$10^{-1} - 10^1$	Painting and coating; emptying tanks
Screw extruders	$10^0 - 10^2$	Polymer melts, dough
Chewing and swallowing	$10^1 - 10^2$	Foods
Dip coating	$10^1 - 10^2$	Paints, confectionery
Mixing and stirring	$10^1 - 10^3$	Manufacturing liquids
Pipe flow	$10^0 - 10^3$	Pumping, blood flow
Spraying and brushing	$10^3 - 10^4$	Spray-drying, painting, fuel atomization
Rubbing	$10^4 - 10^5$	Application of creams and lotions to the skin
Injection mold gate	$10^4 - 10^5$	Polymer melts
Milling pigments in fluid bases	$10^3 - 10^5$	Paints, printing inks
Blade coating	$10^5 - 10^6$	Paper
Lubrication	$10^3 - 10^7$	Gasoline engines

Tabella 4.2 Shear rates tipiche per alcuni processi e materiali familiari.

Esempio: Industria delle vernici

La vernice, quando applicata, e' sottoposta a velocita' di deformazione molto alte o molto basse. Nel normale processaggio incontra un grande range di shear rates.

Quando una vernice e' raccolta dal barattolo, la shear rate puo' essere stimata in $d\gamma/dt = 10 \text{ (s}^{-1}\text{)}$.

Stima della shear rate nella tinteggiatura:

Durante l'applicazione il pennello puo' essere passato sulla superficie ad una velocita' $v = 1 \text{ m/sec} = 1000 \text{ mm/sec}$.

Lo spessore della vernice puo' essere stimato come $y = 0.2 \text{ mm}$, allora la shear rate della tinteggiatura vale approssimativamente $d\gamma/dt = (1000/0.2) = 5000 \text{ (s}^{-1}\text{)}$.

Una vernice spruzzata dall'ugello di una pistola ad aria e' soggetta a shear rates che superano i $d\gamma/dt = 50000 \text{ (s}^{-1}\text{)}$.

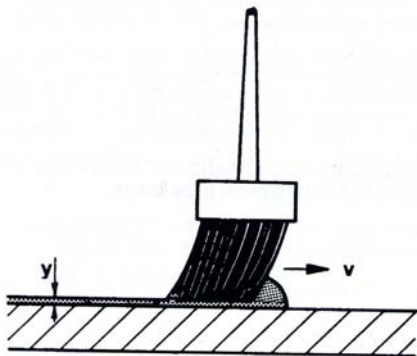


Figura 4.7 Tinteggiatura su una superficie orizzontale

Sergio Rosati, Fisica generale, Casa editrice Ambrosiana, Milano 1994

P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci, Fisica, vol I, EdiSES, Napoli 1998

Gebhard Schramm, A practical approach to rheology and rheometry, Gebrueder Haake GmbH, Karlsruhe

Christopher W. Macosko, Rheology, Wiley-VCH, New York 1994

H.A. Barnes, J.F. Hutton, K. Walters, An introduction to rheology, Elsevier, Amsterdam 1989