

Matematica STPA e TAAEC

Prova in itinere

Nome e cognome:

Numero di matricola:

Sia dato il sistema di equazioni lineari

$$3x + 4y = 5, \quad x + y = 1.$$

Se X è il vettore $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ trovare la matrice A e il vettore V in modo da scrivere il sistema come $AX = V$.

— Risposte:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Calcolare $\det A$, A^{-1} e la soluzione $X = A^{-1}B$.

— Risposte:

$$\begin{aligned} \det A &= -1 \\ A^{-1} &= \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \\ A^{-1}B &= \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Calcolare i limiti

$$\ell_1 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 5 + 6x^2}{1 + 8x^2}, \quad \ell_2 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin(3x)}, \quad \ell_3 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + x - 1}{x^2}$$

— Risposte:

$$\begin{aligned} \ell_1 &= \frac{3}{4} \\ \ell_2 &= \frac{2}{3} \\ \ell_3 &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Calcolare le derivate di

$$f(x) = x \sin(x + 1), \quad g(x) = x \ln(x^2 + 1).$$

— Risposta:

$$f'(x) = \sin(x + 1) + x \cos(x + 1)$$
$$g'(x) = \ln(x^2 + 1) + \frac{2x^2}{x^2 + 1}$$

Calcolare la primitiva $h(x)$ di

$$h'(x) = x^5 \cos(1 + x^6).$$

— Risposta:

$$h(x) = \frac{1}{6} \sin(1 + x^6) + C$$

Considerare la funzione

$$f(x) = x \ln x - x$$

per $x \in [0, \infty)$. Rispondere alle domande seguenti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

derivata prima: $\ln x$

punti stazionari: $x = 1$

la funzione cresce/decresce in: $(1, \infty)$ e $[0, 1)$, risp.

grafico:

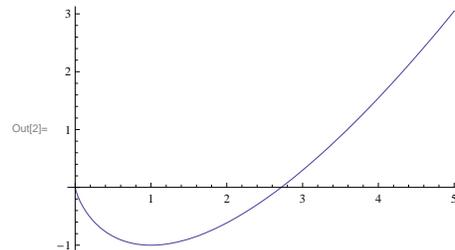


Figure 1: