Potenziale elettrostatico

Moto di una carica in campo elettrico

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad \Rightarrow \quad q\vec{E} = m\vec{a}$$

Lavoro della forza elettrostatica:

La forza di Coulomb è una forza posizionale.

è una forza conservativa.

Energia potenziale: $$\Delta U = U(B) - U(A) = -\mathcal{L}_{AB} = -q\int_A^B \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

DEFINIZIONE :

La differenza di potenziale elettrostatico tra due punti *A* e *B* è definita come il lavoro cambiato di segno per portare la carica unitaria da *A* a *B*.

$$\Delta V = V(B) - V(A) = -\frac{\mathcal{L}_{AB}}{q} = -\int_A^B \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

UNITÀ DI MISURA: $\boxed{\text{volt = 1 joule / 1 coulomb}}$

In condizioni statiche all'interno di un conduttore $\vec{E}$=0

⇒ Nel conduttore il potenziale è uniforme

⇒ Il conduttore è equipotenziale

Di norma si assume lo zero del potenziale *all'infinito,* cioè a grande distanza dalla cariche generanti il campo.

$$\boxed{V(A) = -\int_{\infty}^{A} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}}$$

Poiché la Terra può essere considerata come un corpo conduttore, l'espressione *mettere a terra*, che esprime il fatto di collegare un corpo alla Terra con un conduttore, significa che il conduttore è a potenziale zero.

POTENZIALE ELETTROSTATICO GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME q

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} \qquad \Rightarrow$$

$$V(A) = -\int_{\infty}^{A}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\int_{\infty}^{r_A}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\,\mathrm{d}r = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\infty}^{r_A}\frac{1}{r^2}\,\mathrm{d}r =$$

$$= -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r=\infty}^{r=r_A} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_A}$$

POTENZIALE ELETTROSTATICO GENERATO DA UN INSIEME DI CARICHE PUNTIFORMI q_i

$$V(A) = -\int_{\infty}^{A}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\int_{\infty}^{A}\sum_i \vec{E}_i\cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\int_{\infty}^{A}\sum_i\left(\vec{E}_i\cdot \mathrm{d}\vec{s}\right) =$$

$$= -\sum_i\int_{\infty}^{A}\vec{E}_i\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \sum_i V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i\frac{q_i}{r_i}$$

r_i è la distanza tra il punto A e il punto dove si trova la carica q_i

POTENZIALE ELETTROSTATICO DI UN CONDUTTORE

In condizioni statiche un conduttore è equipotenziale.

$\Rightarrow$ Il valore del suo potenziale elettrostatico è quindi ben definito

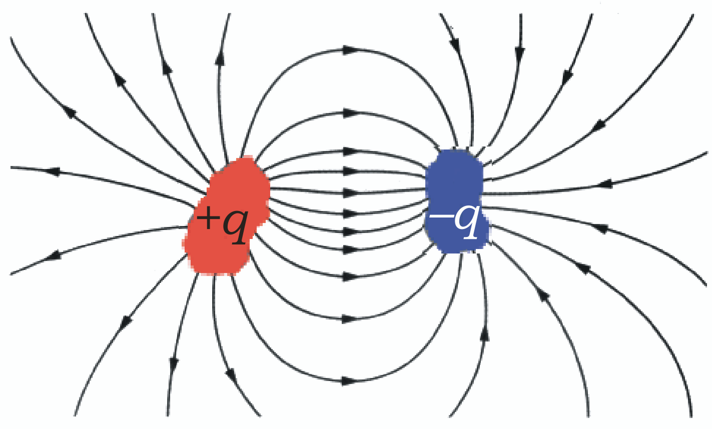
Potenziale elettrostatico di una sfera conduttrice di raggio a e carica Q:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a}$$

Condensatore

È un oggetto che immagazzina energia elettrica, sotto forma di energia potenziale di un campo elettrico.

Due conduttori carichi con cariche opposte $+q$, $-q$.



E' generato un campo $\Rightarrow$ c'è una differenza di potenziale V ($\propto q$)

Per scaricare il condensatore il campo fa un lavoro

$\Rightarrow$ *ENERGIA POTENZIALE*

CAPACITÀ DI UN CONDENSATORE

$$\boxed{C = \frac{q}{V}}$$

UNITÀ DI MISURA DI CAPACITÀ:

$$\boxed{\text{farad} = \frac{1\ \text{coulomb}}{1\ \text{volt}}}$$

CAPACITÀ DI UN CONDUTTORE ISOLATO (rispetto alla terra)

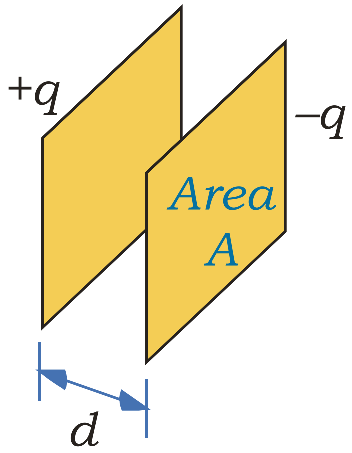
Capacità di una sfera conduttrice di raggio a:

$$C = \frac{\cancel{q}}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cancel{q}}{a}} = 4\pi\varepsilon_0 a$$

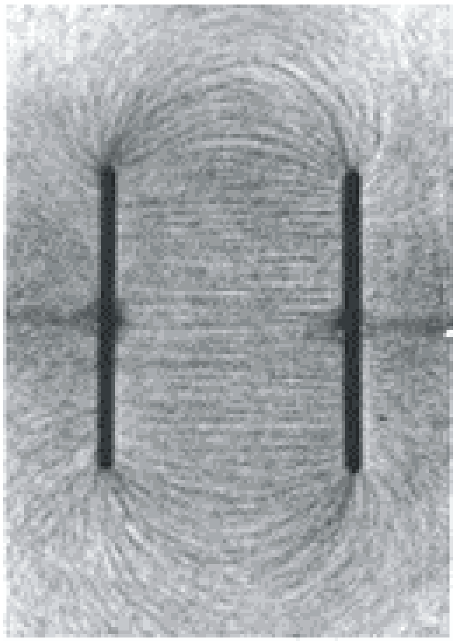
Condensatore piano

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$$

$$\mathrm{d}\mathcal{L} = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = q\vec{E}\ \mathrm{d}\vec{s}$$



Il campo è uniforme



$$V = \int_0^d \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0 A}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{qd}{\varepsilon_0 A}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}}$$

<u>ENERGIA IMMAGAZZINATA IN UN CONDENSATORE</u>

Lavoro per spostare da un conduttore all'altro un po' di carica $\mathrm{d}q'$*, quando la carica sul condensatore è* q' *e la sua differenza di potenziale è* V' *:*

$$\mathrm{d}\,\mathcal{L} = V'\,\mathrm{d}q' = \frac{q'}{C}\,\mathrm{d}\,q'$$

Lavoro richiesto per caricare il condensatore da zero al valore finale di carica q *:*

$$\mathcal{L} = \int \mathrm{d}\,\mathcal{L} = \int_0^q \frac{q'}{C}\,\mathrm{d}q' = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}CV^2 \qquad\qquad \mathcal{L} = \frac{1}{2}qV$$

L'energia immagazzinata nel campo è quindi:

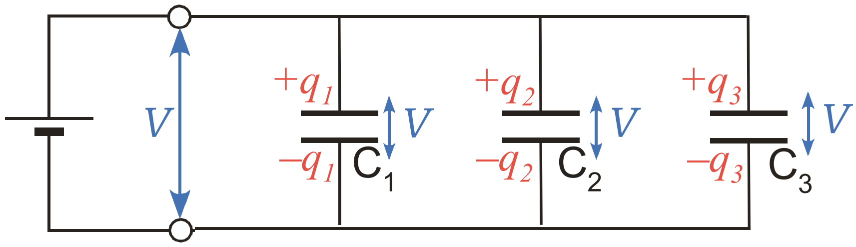
$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

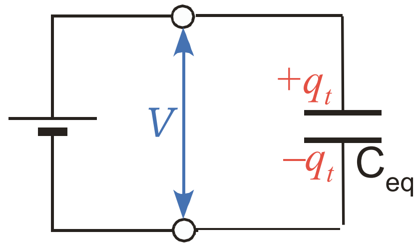
<u>*DENSITÀ D'ENERGIA*</u> *(energia per unità di volume):*

$$u = \frac{U}{Vol} = \frac{1}{2}\frac{CV^2}{Ad} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 A}{d}\frac{V^2}{Ad} = \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{V}{d}\right)^2$$

$$\Rightarrow \qquad u = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$$

Condensatori in parallelo





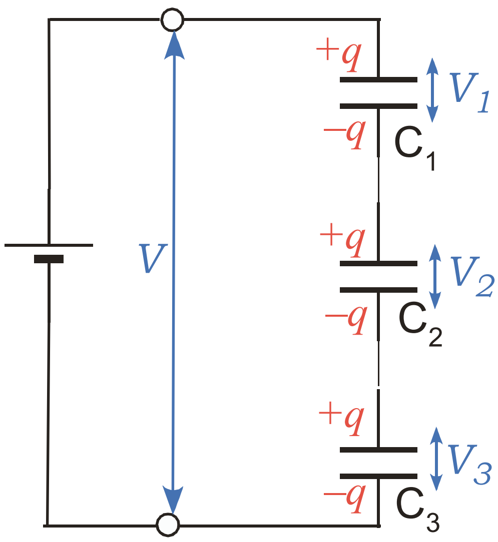
$$q_1 = C_1\ V\ ; \qquad q_2 = C_2\ V\ ; \qquad q_3 = C_3\ V$$

$$q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)\ V$$

$$q_t = C_{eq}\ V$$

$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3}$$

Condensatori in serie



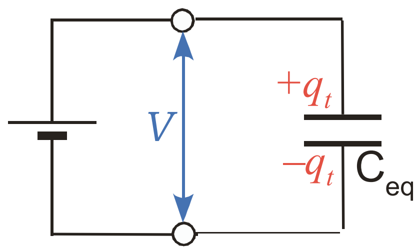
$$V_1 = \frac{q}{C_1}$$

$$V_2 = \frac{q}{C_2}$$

$$V_3 = \frac{q}{C_3}$$

$$V_1 + V_2 + V_3 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

$$V = \frac{q}{C_{eq}}$$



$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$