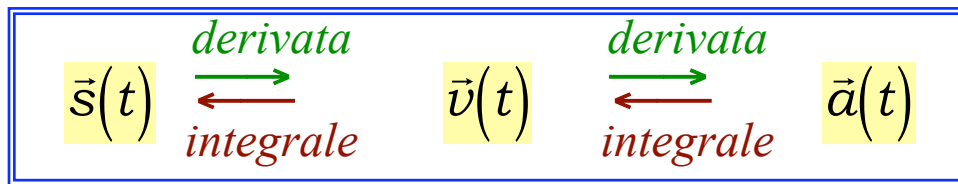


Come si fa, conoscendo la funzione accelerazione $\vec{a}(t)$, risalire alla funzione velocità $\vec{v}(t)$?



$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{a}(t) dt = d\vec{v}$$

$$\Rightarrow \int_{\vec{v}(0)}^{\vec{v}(t)} d\vec{v} = \int_0^t \vec{a}(t') dt' \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \int_{v_x(0)}^{v_x(t)} dv_x = \int_0^t a_x(t') dt' \\ \int_{v_y(0)}^{v_y(t)} dv_y = \int_0^t a_y(t') dt' \\ \int_{v_z(0)}^{v_z(t)} dv_z = \int_0^t a_z(t') dt' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{v}(t) - \vec{v}(0) = \int_0^t \vec{a}(t') dt' \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} v_x - v_x(0) = \int_0^t a_x(t') dt' \\ v_y - v_y(0) = \int_0^t a_y(t') dt' \\ v_z - v_z(0) = \int_0^t a_z(t') dt' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v}(t) = \int_0^t \vec{a}(t') dt' + \vec{v}_0} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} v_x = \int_0^t a_x(t') dt' + v_{0x} \\ v_y = \int_0^t a_y(t') dt' + v_{0y} \\ v_z = \int_0^t a_z(t') dt' + v_{0z} \end{cases}}$$

$\vec{v}_0 \equiv (v_{x0}, v_{y0}, v_{z0})$ è la costante d'integrazione (**vettoriale**) e rappresenta il vettore velocità all'istante $t=0$.

Se l'accelerazione è costante ($\vec{a}(t) = \vec{a}$):

Moto uniformemente accelerato

$$\vec{v}(t) = \int_0^t \vec{a}(t') dt' + \vec{v}_0 = \int_0^t \vec{a} dt' + \vec{v}_0 = \vec{a}t + \vec{v}_0$$

$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{a}t + \vec{v}_0} \Leftrightarrow \begin{cases} v_x(t) = a_x t + v_{0x} \\ v_y(t) = a_y t + v_{0y} \\ v_z(t) = a_z t + v_{0z} \end{cases}$$

Noto $\vec{v}(t)$ si può poi risalire alla *legge oraria* $\vec{s}(t)$:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{s}}{dt} \Rightarrow d\vec{s} = \vec{v}(t) dt \Rightarrow \int_{\vec{s}(0)}^{\vec{s}(t)} d\vec{s} = \int_0^t \vec{v}(t') dt'$$

$$\Rightarrow \vec{s}(t) - \vec{s}(0) = \int_0^t \vec{v}(t') dt'$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{s}(t) = \int_0^t \vec{v}(t') dt' + \vec{s}_0} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} x(t) = \int_0^t v_x(t') dt' + x_0 \\ y(t) = \int_0^t v_y(t') dt' + y_0 \\ z(t) = \int_0^t v_z(t') dt' + z_0 \end{cases}}$$

$\vec{s}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ è la costante d'integrazione (**vettoriale**), che rappresenta il vettore posizione all'istante $t=0$.

Se l'**accelerazione** è **costante** ($\vec{a}(t) = \vec{a}$):

$$\vec{s}(t) = \int_0^t \vec{v}(t') dt' + \vec{s}_0 = \int_0^t (\vec{a}t' + \vec{v}_0) dt' + \vec{s}_0 = \frac{1}{2} \vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{s}_0$$

$$\boxed{\vec{s}(t) = \frac{1}{2} \vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{s}_0} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_{0x} t + x_0 \\ y(t) = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y} t + y_0 \\ z(t) = \frac{1}{2} a_z t^2 + v_{0z} t + z_0 \end{cases}}$$

MOTO DI UN GRAVE

$\vec{a}(t) = \vec{g}$, dove $\vec{g}$ *accelerazione di gravità*.