SOLUZIONE I° COMPITINO METODI COMPUTAZIONALI 13/11/2013

1) Chiamo $C = \frac{B+b}{2}$, quindi $A = C \cdot h$

$$\frac{\Delta A}{A} = \sqrt{\left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2}$$

$$C = \frac{575+325}{2} = 450 \text{ m}$$

$$A = 450 \cdot 20 \text{ m}^2 = 9000 \text{ m}^2$$

$$\Delta C = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\Delta B)^2 + (\Delta b)^2}$$

$$\Delta C = \frac{1}{2}\sqrt{4+4} \text{ m}^2 = \frac{\sqrt{8}}{2} \text{ m}^2 = \sqrt{2} \text{ m}^2$$

$$\frac{\Delta A}{A} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{450}\right)^2 + \left(\frac{1}{20}\right)^2} = 0{,}050$$

$$\Rightarrow \Delta A = 0{,}050 \cdot 9000 = 450 \text{ m}^2 \simeq 4 \cdot 10^2 \text{ m}^2$$

$$\boxed{A} = (9000 \pm 400) \text{ m}^2 = \boxed{(9{,}0 \pm 0{,}4) \cdot 10^3 \text{ m}^2}$$

nota: $(9{,}0 \pm 0{,}5) \cdot 10^3 \text{ m}^2$ è ugualmente corretto

2)
$246{,}59 \pm 0{,}07$
1790 ± 250
960 ± 90
23970 ± 140
$72{,}84 \pm 0{,}08$
$32{,}60 \pm 0{,}06$
6584 ± 22
$325{,}338 \pm 0{,}015$

3) $\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)\, dx = 1$ assioma della completezza

$$\int_1^2 \left(\frac{a}{x+3} + x^2\right) dx = a \left[\ln(x+3)\right]_1^2 + \frac{1}{3}\left[x^3\right]_1^2 =$$

$$= a\left(\ln 5 - \ln 4\right) + \frac{1}{3}(8-1) =$$

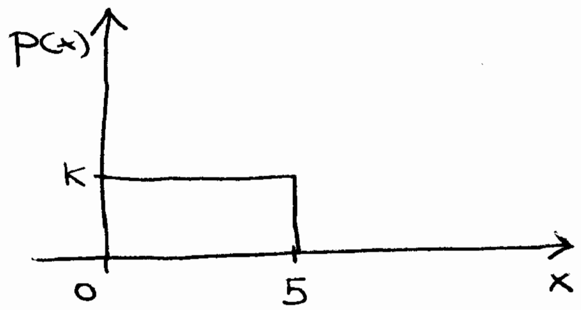
$$= a\left(\ln 5 - \ln 4\right) + \frac{7}{3}$$

deve essere $a\left(\ln 5 - \ln 4\right) + \frac{7}{4} = 1$

$\Rightarrow \quad a\left(\ln 5 - \ln 4\right) = 1 - 7/4$

$$\boxed{a = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\ln 4 - \ln 5}} \qquad a \simeq -6$$

4)



$$p(x) = \begin{cases} K & 0 \leq x \leq 5 \\ 0 & x < 0 \,,\ x > 5 \end{cases}$$

determino K dalla condizione di normalizzazione.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)\, dx = 1 .$$

ovvero l'area sotto la funzione p(x) deve essere uguale ad 1. L'area è un rettangolo

$$5 \cdot K = 1 \quad \Rightarrow \quad K = 1/5$$

$$P(x > 0{,}5) = \int_{0{,}5}^{+\infty} p(x)\, dx = \int_{0{,}5}^{5} K\, dx = \int_{0{,}5}^{5} \frac{1}{5}\, dx =$$

$$= \frac{1}{5}\left[x\right]_{0{,}5}^{5} = \frac{1}{5}\left(5 - 0{,}5\right) = \frac{1}{5} \cdot 4{,}5 =$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{9}{2} = \frac{9}{10} = 0{,}9$$

$$\boxed{P(x > 0{,}5) = 0{,}9}$$

5) A = insieme dei dadi equi
B = " " " truccati

La probabilità di estrarre casualmente un dado dall'insieme A è $P(A) = \frac{6}{10}$ mentre $P(B) = \frac{4}{10}$

Se il dado è equo $P(x) = \frac{1}{6}$ per $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

Se il dado è truccato $P(1) = \frac{1}{4}$

e $P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = K$

Poiché deve valere che $\sum_i P(x_i) = 1$

$$\frac{1}{4} + K + K + K + K + K = 1$$

$$\frac{1}{4} + 5K = 1$$

$$5K = 1 - \frac{1}{4}$$

$$5K = \frac{3}{4}$$

$$K = \frac{3}{20}$$

$$\mu = \sum x_i P(x_i)$$

devo quindi calcolare la prob. $P(x_i)$ non sapendo se ho estratto un dado equo o truccato.

$$P(1) = P(1/A) \cdot P(A) + P(1/B) P(B) =$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{10} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{10} =$$

$$= \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$P(2) = P(2/A) \cdot P(A) + P(2/B) \cdot P(B)$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{10} + \frac{3}{20} \cdot \frac{4}{10} =$$

$$= \frac{1}{10} + \frac{3}{50} = \frac{8}{50}$$

noto che $P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6)$
anche in questo caso.

Quindi

$$\mu = \sum x_i P(x_i) = 1 \cdot P(1) + 2 \cdot P(2) + 3P(3) +$$

$$+ 4P(4) + 5P(5) + 6P(6) =$$

$$= 1 \cdot \frac{1}{5} + \frac{8}{50}(2+3+4+5+6) =$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{8}{50} \cdot 20 = \frac{1}{5} + \frac{16}{5} = \frac{17}{5}$$

$$\boxed{\mu = \frac{17}{5}}$$

Esercizio 6.

$q = 4xy^2 + 8x^2/y$; $x_b = ¼$, $y_b = ½$; $dx = 0.01$, $dy = 0.02$

$\partial q/\partial x = 4y^2 + 16x/y$; $\partial q/\partial y = 8xy - 8x^2/y^2$

$q_b = 4 \, ¼ \, (½)^2 + 8 \, (1/4)^2 * 2 = ¼ + 1 = 1.25$

$\partial q/\partial x \, dx = [(4 * ¼) + (16 * ¼ / ½)] * 0.01 = (1 + 8) * 0.01 = 0.09$

$\partial q/\partial y \, dy = [(8 * ¼ * ½) - 8 * (¼ / ½)^2] * 0.02 = (1 - 2) * 0.02 = - 0.02$

$dq = \sqrt{[(\partial q/\partial x \, dx)^2 + (\partial q/\partial y \, dy)^2]} = \sqrt{(0.0081 + 0.0004)} = 0.09$

Risposta: $q_b = 1.25$; $\delta q = 0.09$

Esercizio 7.

$A = x$

$\mu = (1/N) \Sigma_i x_i = 3.5$; $N = 5$

$dx^2 = \Sigma_i (\mu - x_i)^2 = 0.26$ [$dx_i = (0.2, -0.2, 0.3, 0.0, -0.3)$]

$\sigma = [dx^2 / (N-1)]^{1/2} = [0.26 / 4]^{1/2} = 0.25$

Risposta: $A = 3.5$, $\sigma = 0.25$