

**Compitino di Fisica I**  
*Laurea in Matematica, 12 Gennaio 2010*

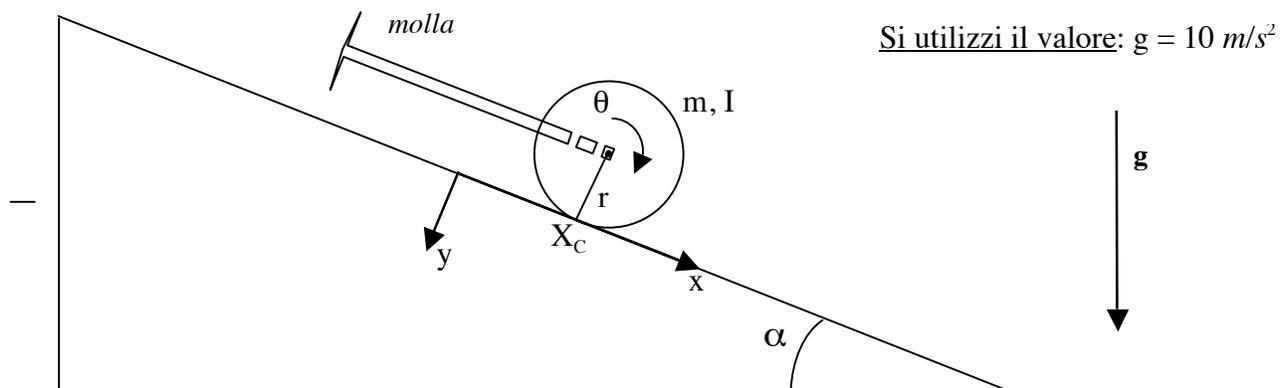
Nome, Cognome, matricola: \_\_\_\_\_

Su un piano inclinato di angolo  $\alpha = \pi/6$  é appoggiato un disco rigido perfettamente circolare di raggio  $r = 25 \text{ cm}$  e di massa  $m = 200\text{g}$ . Il disco si muove di rotolamento puro con  $x_c$  punto di contatto e sia  $I = 1/2 mr^2$  il suo momento d'inerzia. Nel suo centro é attaccata una molla di costante  $k=0.4 \text{ N/m}$  perfettamente parallela al piano inclinato (direzione  $x$  in figura) e a riposo nel punto  $x = 0$ . Si chiede:

1. la posizione di equilibrio  $x_{eq}$  ;
2. all'equilibrio la componente tangente della reazione vincolare in  $x = x_{eq}$  a) è nulla? b) Perché ?
3. Assumendo che a  $t=0$  il disco sia fermo in  $x=0$ , si scriva l'equazione di moto  $x(t)$  del sistema nel caso in cui il disco scivoli sul piano senza poter rotolare;
4. La velocità massima  $v_{max}$  del disco e l'istante di tempo  $t_{max}$  corrispondente.

Assumendo ora che il disco si muova di rotolamento puro e con le stesse condizioni iniziali del caso precedente, si chiede:

5. l'equazione di moto  $x(t)$  del sistema nel caso di rotolamento puro;
6. La velocità di traslazione  $v_t$  e di rotazione  $d\theta/dt$  durante il passaggio per la posizione di equilibrio;
7. La variazione di energia  $\Delta E$  fra l'istante iniziale e l'istante in cui il disco passa per la posizione di equilibrio.



Formula risolutiva, solo lettere; Valore numerico con dimensioni

**1. L:**  $x_{\text{eq}} = mg \sin\alpha / k$

**1. N:**  $x_{\text{eq}} = 2.5 \text{ m}$

---

**2.a:** si

**2.b:** altrimenti non potrebbe stare ferma

---

**3. L:**  $x(t) = x_A (1 - \cos\omega t)$  ;  $x_A = g \sin\alpha / \omega^2$  ;  $\omega = (k/m)^{1/2}$  [ $x^2 + \omega^2 x = g \sin\alpha$  ]

**3. N:**  $x_A = x_{\text{eq}} = 2.5 \text{ m}$  ;  $\omega = (2)^{1/2} s^{-1} = 1.4142 \text{ s}^{-1}$

---

**4. L:**  $v_{\text{max}} = \omega x_A = g \sin\alpha / \omega$  ;  $t_{\text{max}} = (\pi / 2\omega) + n\pi$

**4. N:**  $v_{\text{max}} = 3.5355 \text{ m/s}$  ;  $t_{\text{max}} = 1.1107 + n\pi \text{ s}$

---

**5. L:**  $x(t) = x_A (1 - \cos\Omega t)$  ;  $x_A = (2/3)g \sin\alpha / \Omega^2$  ;  $\Omega = (2k/3m)^{1/2}$  ; [ $x^2 + \Omega^2 x = (2/3)g \sin\alpha$  ]

**5. N:**  $x_A = x_{\text{eq}} = 2.5 \text{ m}$  ;  $\Omega = (4/3)^{1/2} s^{-1} = 1.1547 \text{ s}^{-1}$

---

**6. L:**  $v_t = \Omega x_A$  ;  $d\theta/dt = \Omega x_A / r$

**6. N:**  $v_t = 2.8868 \text{ m/s}$  ;  $d\theta/dt = 11.547 \text{ rad/s}$

---

**7. L:**  $\Delta E = 0$

**7. N:**

---