

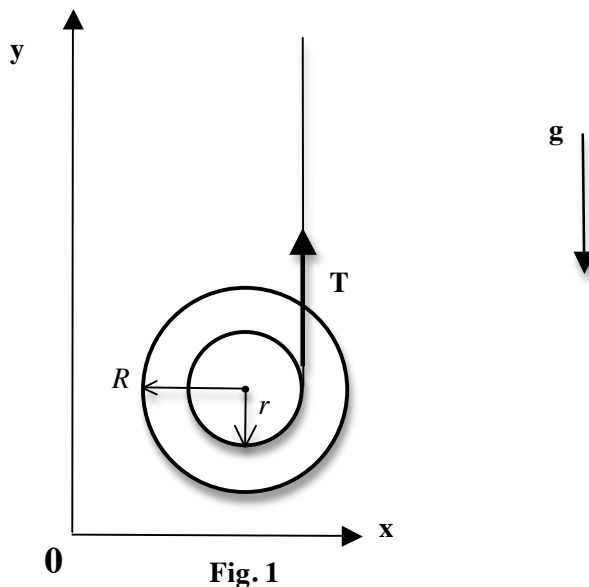
Compito di Fisica I, 14 Dicembre 2011
Laurea in Matematica

Nome, Cognome matricola:

Un corpo rigido tipo yo-yo, schematizzato come in figura, è costituito da un cilindro omogeneo di massa $M = 100g$, raggio $R = 3cm$ e momento di inerzia $I = \frac{1}{2} MR^2$. Attorno al cilindro, su una scanalatura circolare di raggio $r = R/2$, è avvolto un filo di lunghezza $L = 0.5m$ e massa trascurabile. Si lascia srotolare lo yo-yo verticalmente, in presenza di gravità. Quando il filo si è completamente srotolato (vedi figura):

- 1) Determinare a) il vettore accelerazione del centro di massa $\mathbf{a}$, b) l'accelerazione angolare $\boldsymbol{\alpha}$ di rotazione e c) la tensione $\mathbf{T}$ del filo.
- 2) Determinare la velocità $\mathbf{V}_0$ raggiunta dal centro di massa.
- 3) Ad altezza $L/2$ calcolare la velocità angolare di rotazione $\boldsymbol{\omega}$ dello yo-yo.
- 4) Una volta il filo completamente srotolato, lo si assuma come un elastico a riposo, con costante elastica $k = 50 \text{ N/m}$. Considerando lo yo-yo a $t=0$ come oggetto puntiforme nella posizione $y=0$, si scriva l'equazione di moto.

Si assuma $g = 10 \text{ m/s}^2$.



RISPOSTE (L = letterale; N = numerica)

1a. L :

1b. L :

1c. L :

1a. N :

1b. N :

1c. N :

2. L :

2. N :

3. L :

3. N :

4. L :

RISPOSTE (L = letterale; N = numerica)

1a. L : $\mathbf{a} = -g/3 \mathbf{j}$ [$a = g/3$]
1b. L : $\boldsymbol{\alpha} = 2a/R \mathbf{k}$ [$= a/r \mathbf{k}$]
1c. L : $\mathbf{T} = 2/3 Mg \mathbf{j}$ [$= 2Ma \mathbf{j}$]

1a. N : $\mathbf{a} = -3.33 \text{ m/s}^2 \mathbf{j}$
1b. N : $\boldsymbol{\alpha} = 222.2 \text{ rad/s}^2 \mathbf{k}$
1c. N : $\mathbf{T} = 0.667 N \mathbf{j}$

2. L : $\mathbf{V}_0 = - [(2/3) gL]^{1/2} \mathbf{j}$

2. N : $\mathbf{V}_0 = -1.83 \text{ m/s} \mathbf{j}$

3. L : $\boldsymbol{\omega} = [(4/3) gL]^{1/2} / R \mathbf{k}$

3. N : $\omega = 86.07 \text{ rad/s} \mathbf{k}$

4. L : $y = - (|V_0| / \alpha) \sin(\alpha t) + (gm/k) [\cos(\alpha t) - 1]$; $\alpha = [k/m]^{1/2}$

Soluzione:**(1)**

$$(1) Ma = -Mg + T \rightarrow a = -g + T/M$$

$$(2) rT = I\alpha \rightarrow T = MR\alpha = -2Ma$$

$$(3) -r\alpha = a \rightarrow \alpha = -2a/R$$

(2)

$$M_t g L = \frac{1}{2} M V_0^2 + \frac{1}{2} I \omega_0^2 \quad [g L = \frac{1}{2} V_0^2 + R^2 / (4r^2) V_0^2 = V_0^2] ; V_0 = \omega_0 r$$

(3)

$$MgL/2 = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 ; V = \omega r ; I = \frac{1}{2} M R^2 ; R = 2r$$

(4)

$$M y'' = -mg - ky \rightarrow y'' + \alpha^2 y = -g$$

$$\xi = y + gm/k \rightarrow \xi'' + \alpha^2 \xi = 0$$

$$C.I. + \xi(t=0) = gm/k ; \xi'(t=0) = V_0 ; ()' = d/dt$$