

**Compito di Fisica I, 29 Giugno 2012**  
*Laurea in Matematica*

Nome, Cognome matricola:

---

Un modello semplice di atomo d'idrogeno è costituito da un protone O di massa  $m_p$  e carica  $+e$ , e di un elettrone M di massa  $m_e$  e di carica  $-e$ . L'elettrone si muove di moto circolare uniforme di raggio  $r$  e velocità  $v_e$  intorno al protone O, considerato fisso. Nel modello il momento angolare dell'elettrone è quantizzato:  $L_O(M) = nh/2\pi$ , dove  $n$  è un intero naturale e  $h$  una costante.

- 1) Determinare il valore di  $v_e$  in funzione di  $n$  e  $r$ .
- 2) Sapendo che sull'elettrone agisce la forza elettrostatica  $\mathbf{F} = -e^2 / 4\pi r^2 \mathbf{u}_r$  (dove  $\mathbf{u}_r$  è il versore radiale), determinare la relazione fra  $v_e$  e  $r$  dovuta alla forza elettrostatica.
- 3) Da queste due relazioni, determinare il valore di  $r_0$  che si ottiene per  $n=1$ .
- 4) Scrivere l'energia meccanica TOTALE (ovvero non una somma di termini) dell'elettrone situato sull'orbita  $n$  in funzione di  $r_0$  e  $n$ .
- 5) Supponendo che l'elettrone si trovi nello stato  $n=1$ , calcolare l'energia minima necessaria per ionizzare l'atomo, ovvero per portar via totalmente l'elettrone.

## SOLUZIONI

1.  $v_e = nh / 2\pi m_e r$

---

2.  $v_e = [ e^2 / 4\pi m_e r ]^{1/2}$

---

3.  $r_0 = h^2 / \pi m_e e^2$

---

4.  $E = e^2 / 8\pi r_0 n^2 \quad [ = m_e e^4 / 8h^2 n^2 ]$

---

5.  $E_\infty = E(n=1) = e^2 / 8\pi r_0 \quad [ = m_e e^4 / 8h^2 ]$

---