Compitino di Fisica I

Laurea in Matematica, 07 Settembre 2012

Nome, Cognome, matricola: _____

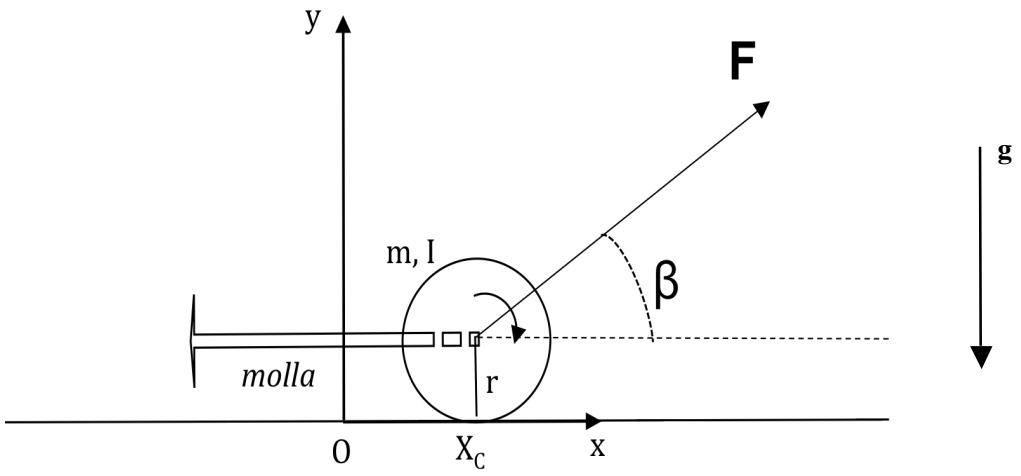
Su un piano é appoggiato un disco rigido perfettamente circolare di raggio r e di massa m. Il disco si muove di rotolamento puro con x_c punto di contatto e sia $I = 1/2\ mr^2$ il suo momento d'inerzia rispetto al baricentro. Nel suo centro é attaccata una molla di costante k perfettamente parallela al piano (direzione x in figura) e a riposo nel punto x = 0. Al centro del cilindro viene applicata una forza **F** diretta verso le x positive e con angolo β rispetto all'orizzontale (vedi figura). Si chiede:

1. la posizione di equilibrio x_{eq} ;
2. la componente tangente della reazione vincolare R_t in $x = x_{eq}$ all'equilibrio;

3. Assumendo che a t=0 il disco sia fermo in x=0, si scriva l'equazione di moto x(t) del sistema nel caso in cui il disco si muova sul piano senza poter rotolare (i.e. scivolando senza attrito);
4. La velocità massima (in valore assoluto) v_{max} del disco e l'istante di tempo t_{max} corrispondente.

Assumendo ora che il disco si muova di rotolamento puro e con le stesse condizioni iniziali del caso precedente, si chiede:

5. l'equazione di moto x(t) del sistema nel caso di rotolamento puro;
6. La velocità di traslazione v_t e la velocità angolare $d\theta/dt$ durante il passaggio per la posizione di equilibrio partendo da fermo da x=0 (θ angolo di rotazione intorno all'asse del cilindro);



SOLUZIONI

1. $x_{eq} = F\cos\beta / k$

---

2. $R_t = 0$

---

3. $x(t) = x_{eq} (1 - \cos\omega t) ; \omega = (k/m)^{1/2}$ $[x^2 + \omega^2 x = F\cos\beta/m]$

---

4. $v_{max} = \omega x_{eq} = F\cos\beta/(km)^{1/2}$; $t_{max} = (\pi / 2\omega) + n\pi / \omega$

---

5. $x(t) = x_{eq} (1 - \cos\Omega t) ; x_{eq} = (2/3) F\cos\beta / m\Omega^2 = F\cos\beta / k;$

$\Omega = (2k/3m)^{1/2}$; $[x^2 + \Omega^2 x = (2/3) F\cos\beta / m]$

---

6. $v_t = \Omega x_{eq} ; d\theta/dt = \Omega x_{eq} / r$