

PROBLEMA 3.4

Moto periodico in un piano a velocità nota **

Una particella si muove in un piano orizzontale e al tempo $t = 0$ si trova nell'origine. Le velocità agli istanti successivi sono rappresentate nei grafici in Figura 3.2, che si ripetono periodicamente. Trovare la traiettoria.

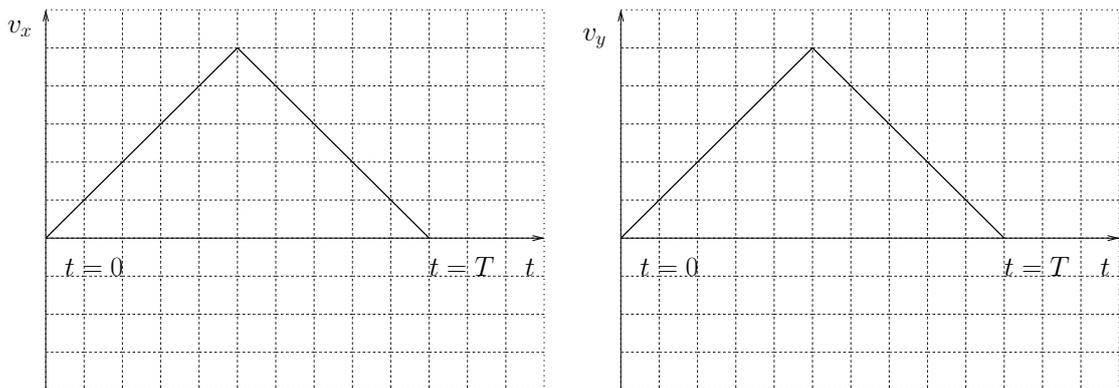


Figura 3.2.: Figura per il problema. Le velocità sono rappresentate solo tra $t = 0$ e $t = T$, in seguito si ripetono periodicamente. La velocità massima è v_{max} .

Soluzione

Il moto è identico nella direzione x e in quella y . Inoltre la velocità è sempre non negativa. Di conseguenza la traiettoria sarà la semiretta

$$x = y, \quad x > 0.$$

Più in dettaglio, tra $t = 0$ e $t = T/2$ avremo

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 \\ y &= \frac{1}{2}at^2 \end{aligned}$$

con

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2v_{max}}{T}.$$

Tra $t = T/2$ e $t = T$ avremo

$$\begin{aligned} x &= \frac{T}{4}v_{max} + v_{max} \left(t - \frac{T}{2} \right) - \frac{1}{2}a \left(t - \frac{T}{2} \right)^2 \\ y &= \frac{T}{4}v_{max} + v_{max} \left(t - \frac{T}{2} \right) - \frac{1}{2}a \left(t - \frac{T}{2} \right)^2 \end{aligned}$$

3.4. MOTO PERIODICO IN UN PIANO A VELOCITÀ NOTA **

e analogamente negli intervalli successivi.