

## PROBLEMA 3.9

## Otto volante \*\*

Un punto materiale si muove nel piano su una guida descritta dall'equazione

$$y = A \sin kx$$

mantenendo costante la propria velocità lungo  $x$ ,  $v_x = v_0$ .

Calcolare il valore massimo e minimo del modulo della velocità, e il valore massimo e minimo del modulo della accelerazione. Riportare sulla traiettoria i punti corrispondenti a questi valori.

## Soluzione

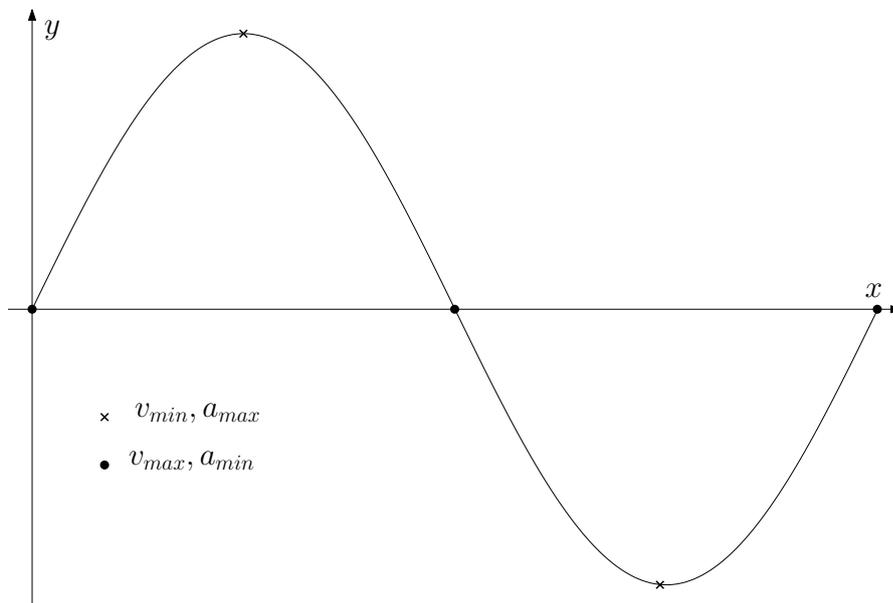


Figura 3.6.: La guida descritta nel problema. I punti nei quali, in modulo, la velocità è minima e l'accelerazione è massima sono indicati da una croce. I punti nei quali la velocità è massima e l'accelerazione è minima sono indicati con un disco.

Il quadrato del modulo della velocità vale

$$v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2$$

ma

$$\dot{y} = Ak\dot{x} \cos kx$$

da cui

$$v^2 = v_0^2 (1 + A^2 k^2 \cos^2 kx) .$$

I valore minimo è quindi  $v_{min} = v_0$ , che si ottiene quando

$$x = \frac{1}{k} \left( \frac{\pi}{2} + m\pi \right)$$

mentre il massimo vale  $v_{max} = v_0 \sqrt{1 + A^2 k^2}$  e si ottiene per

$$x = \frac{m\pi}{k}$$

L'accelerazione è solo lungo  $y$  e vale

$$\ddot{y} = -Ak^2 \dot{x}^2 \sin kx = -Ak^2 v_0^2 \sin kx$$

e i valori massimi e minimi del suo modulo sono

$$a_{min} = 0, \quad x = \frac{m\pi}{k}$$

$$a_{max} = Ak^2 v_0^2, \quad x = \frac{1}{k} \left( \frac{\pi}{2} + m\pi \right) .$$

Le posizioni di questi punti sono indicate in Figura 3.6.