

PROBLEMA 5.118

Modello di urto non istantaneo **

Le due masse in Figura 5.102 sono $m_1 = m_2 = m$. Quella a sinistra si muove inizialmente con velocità v_0 , l'altra è ferma. La molla ha lunghezza a riposo e costante elastica k , ed è libera ad un estremo.

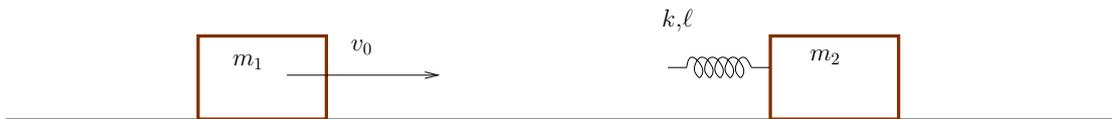


Figura 5.102.: Il modello di urto non istantaneo tra le due masse considerato nell'esercizio.

1. Per quali valori v_0 le due masse non arrivano a toccarsi?
2. Calcolare la velocità delle masse quando queste sono di nuovo separate.
3. Se la velocità iniziale è sufficiente a far toccare le massa, e queste rimangono attaccate, calcolare la velocità finale del sistema.

Soluzione¹⁴**Domanda 1**

Cerchiamo sotto quali condizioni le masse si toccano. Possiamo utilizzare la conservazione dell'energia e della quantità di moto. Uguagliando il valore iniziale di queste quantità a quello posseduto al momento del contatto abbiamo

$$m_1 v_0 \geq (m_1 + m_2) v_2$$

e

$$\frac{1}{2} m_1 v_0^2 \geq \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_2^2 + \frac{1}{2} k \ell^2.$$

Si è utilizzato il fatto che al momento del contatto $v_2 \leq v_1$, e la molla è completamente contratta. Ricavando v_f dalla prima relazione si trova

$$v_2 \leq \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_0$$

e sostituendo nella seconda

$$m_1 v_0^2 \geq \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} v_2^2 + k \ell^2$$

¹⁴Prima parte compitino 22/12/2006

da cui

$$v_0 \geq \sqrt{\frac{k}{\mu}} \ell$$

dove $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2) = m/2$ è la massa ridotta del sistema. Le masse non arriveranno dunque a toccarsi per

$$v_0 < \sqrt{\frac{k}{\mu}} \ell.$$

Domanda 2

Si tratta di un urto elastico, e dato che le masse sono uguali deve essere

$$m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

ossia $v_1 = 0$ e $v_2 = v_0$ se $m_1 = m_2 = m$.

Domanda 3

Anche in questo caso possiamo vedere il problema come un urto, questa volta completamente anelastico. Sarà ovviamente

$$m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_f$$

Avremo quindi ($m_1 = m_2 = m$)

$$v_f = \frac{1}{2} v_0$$