

PROBLEMA 5.129

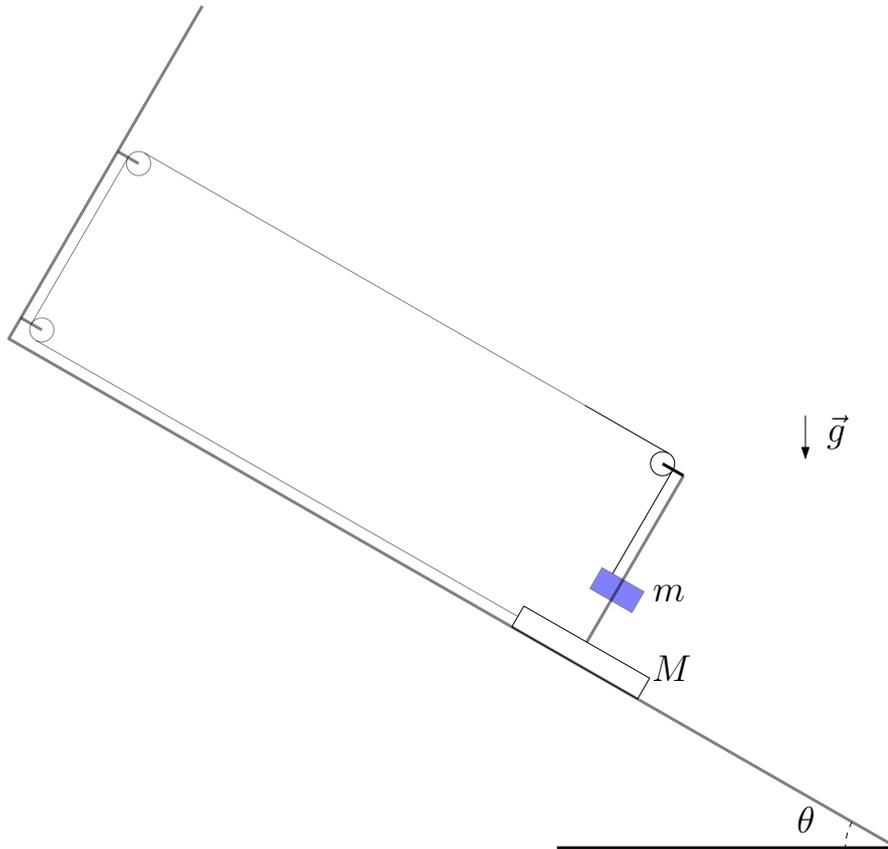
Carrello con massa scorrevole **

Figura 5.113.: Il carrello di massa M scorre liberamente sul piano, la massa m è vincolata a scorrere (senza attrito) lungo l'asta verticale.

Un carrello di massa M scorre su un piano inclinato (di un angolo θ rispetto all'orizzontale) in assenza di attrito. Sopra al carrello è montata un'asta verticale e su questa scorre, sempre in assenza di attrito, una massa m . Massa e carrello sono collegati mediante un sistema di carrucole ideali e un filo inestensibile come in Figura 5.113. Calcolare l'accelerazione del carrello in presenza di un campo gravitazionale costante .

Soluzione

Scriviamo prima di tutto l'equazione del moto per il sistema composto dal carrello e dalla massa nella direzione parallela al piano inclinato. Lungo tale direzione massa e carrello hanno la stessa accelerazione a_{\parallel} , quindi possiamo scrivere

$$(M + m) a_{\parallel} = (M + m) g \sin \theta - 2T$$

Consideriamo adesso l'equazione del moto per la sola massa, nella direzione perpendicolare al piano inclinato. Dato che l'asta è priva di attrito possiamo scrivere

$$ma_{\perp} = T - mg \cos \theta$$

Infine teniamo conto della inestensibilità del filo. Da essa segue che la somma dei due tratti orizzontali del filo e del tratto tra la carrucola e la massa deve rimanere costante,

$$2\ell_x + \ell_y = \text{Costante}$$

e derivando due volte rispetto al tempo, e tenendo conto che $\ddot{\ell}_x = a_{\parallel}$, $\ddot{\ell}_y = -a_{\perp}$ otteniamo

$$2a_{\parallel} = a_{\perp}$$

Sostituendo nelle equazioni del moto otteniamo

$$\begin{aligned} (M + m) a_{\parallel} &= (M + m) g \sin \theta - 2T \\ 2ma_{\parallel} &= T - mg \cos \theta \end{aligned}$$

ed infine

$$a_{\parallel} = \frac{(M + m) g \sin \theta - 2mg \cos \theta}{M + 5m}$$