

PROBLEMA 5.15

Carrucola **

Una pedana di massa M è libera di muoversi su un piano orizzontale senza attrito, ed è collegata ad una massa m da un filo inestensibile come in Figura 5.7. Determinare l'accelerazione del sistema e la tensione del filo.

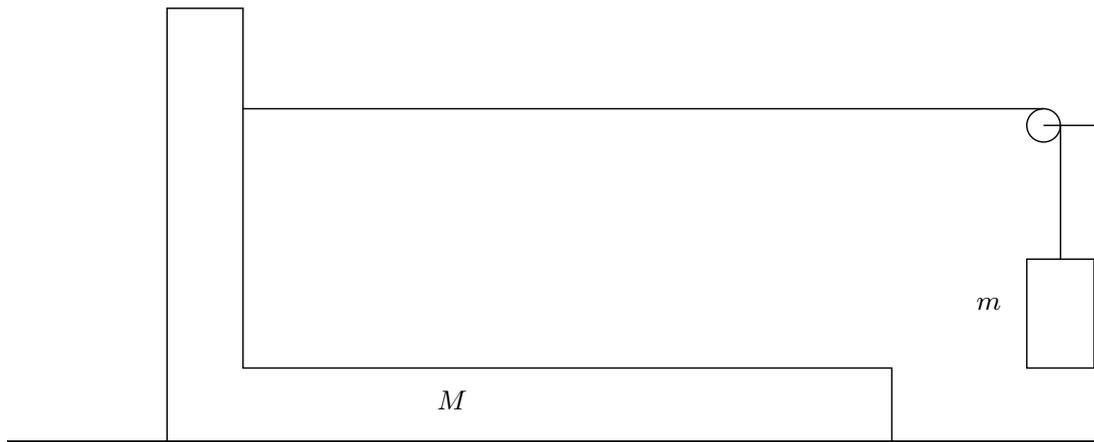


Figura 5.7.: Il sistema descritto nell'esercizio.

Soluzione

Considerando le forze orizzontali che agiscono sulla pedana, possiamo scrivere

$$M\ddot{x} = T$$

dove T è la tensione del filo. Analogamente abbiamo, per il moto verticale della massa,

$$m\ddot{y} = T - mg.$$

Inoltre, dato che il filo è inestensibile, deve essere $\dot{x} = -\dot{y}$ e quindi $\ddot{x} = -\ddot{y}$. Quindi

$$\begin{aligned} M\ddot{x} &= T \\ m\ddot{x} &= mg - T \end{aligned}$$

Sommando le due equazioni otteniamo

$$(M + m)\ddot{x} = mg$$

da cui

$$\ddot{x} = \frac{mg}{M + m}$$

Alternativamente possiamo scrivere l'energia totale del sistema nella forma

$$E = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\dot{y}^2 + mgy = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - mgx$$

e derivando rispetto al tempo abbiamo

$$\dot{E} = \dot{x} [(M + m) \ddot{x} - mg] = 0$$

da cui il risultato calcolato precedentemente.