

PROBLEMA 5.16

Carrucola II **

Calcolare l'accelerazione del sistema in Figura 5.8. Il filo è inestensibile e privo di massa, così come la carrucola. La massa mobile è appoggiata alla parete verticale del carrello. Non vi sono attriti.

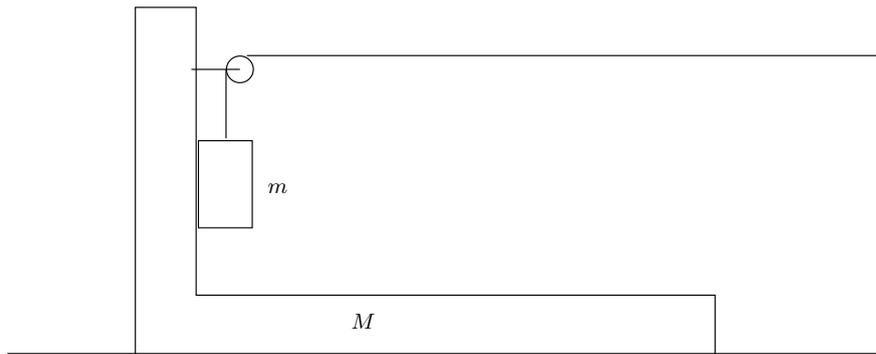


Figura 5.8.: Il sistema descritto nell'esercizio.

Soluzione

Se T è la tensione del filo potremo scrivere per la accelerazione orizzontale del centro di massa del sistema

$$(M + m)\ddot{x} = T$$

mentre l'accelerazione verticale della massa m sarà data da

$$m\ddot{y} = -mg + T.$$

Il legame tra le coordinate x e y sarà $x = -y + C$. La costante C si può eliminare scegliendo opportunamente l'origine del sistema). Segue che $\dot{x} = -\dot{y}$ e $\ddot{x} = -\ddot{y}$. Quindi otteniamo

$$\ddot{x} = \frac{mg}{M + 2m}.$$

Allo stesso risultato possiamo arrivare scrivendo l'energia totale del sistema

$$E = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + mgy$$

e esprimendo E in funzione, ad esempio, della sola coordinata x e della sua derivata vediamo che il sistema è equivalente ad una massa $M + 2m$ sottoposta a una forza mg .