

PROBLEMA 5.37

Caduta da un dirupo **

Una particella di massa m si muove su una superficie descritta dall'equazione

$$z = F(y)$$

dove

$$F(y) = \begin{cases} 0 & y < 0 \\ g(y) & 0 \leq y \leq L \\ -h & y > L \end{cases}$$

e $g(y)$ è una funzione sufficientemente regolare e decrescente, con $g(0) = g'(0) = 0$, $g(L) = -h$, $g'(L) = 0$ che non è necessario specificare. Inizialmente la particella si trova in $y < 0$ e

$$\vec{v} = v_0 \cos \theta \hat{x} + v_0 \sin \theta \hat{y}.$$

Determinare la velocità della particella quando questa si trova in $y > L$.

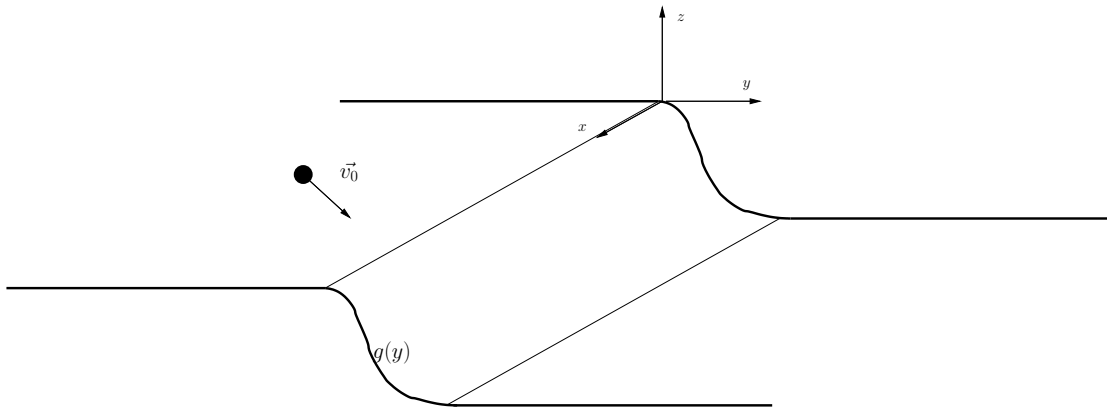


Figura 5.28.: La superficie descritta nell'esercizio, e la particella al di sopra di essa.

Soluzione

Le uniche forze esterne sono quella di gravità $-mg\hat{e}_z$ e la reazione vincolare, perpendicolare ovunque a \hat{e}_x e al moto della particella. Si conserva quindi la quantità di moto lungo x e l'energia totale. Possiamo scrivere di conseguenza

$$\begin{aligned} mv_0 \cos \theta &= mu_x \\ \frac{1}{2}mv_0^2 &= \frac{1}{2}m(u_x^2 + u_y^2) - mgh \end{aligned}$$

dove u_x, u_y sono le componenti della velocità per $y > L$. Risolvendo otteniamo

$$\begin{aligned} u_x &= v_0 \cos \theta \\ u_y &= \sqrt{v_0^2(1 - \cos^2 \theta) + 2gh}. \end{aligned}$$