

PROBLEMA 5.85

Forze di marea **

Un osservatore libero di muoversi sotto l'azione di un campo gravitazionale esterno indipendente dalla posizione non avverte nessun disagio, per quanto intenso il campo possa essere. La ragione è che ogni elemento del suo corpo viene accelerato nello stesso modo. In un campo gravitazionale dipendente dalla posizione questo non è vero: la forza che agisce sui piedi può essere diversa da quella che agisce sulla testa e il corpo viene posto in tensione. L'effetto in condizioni normali è piccolo: stimate la tensione subita dal vostro corpo in caduta libera sulla superficie terrestre (trascurate l'attrito dell'aria) e confrontatela con quella che, secondo voi, dovrebbe essere una tensione dolorosa.

Soluzione

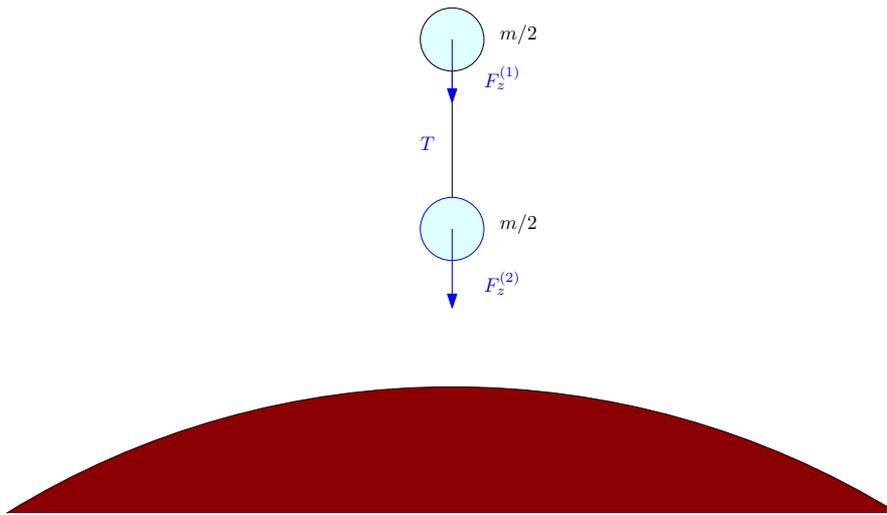


Figura 5.70.: Calcolo della tensione su un corpo in un campo gravitazionale.

Consideriamo il semplice modello in Figura 5.70. La massa è distribuita sui due corpi (testa e piedi), uniti da una sbarra che per semplicità immaginiamo priva di massa. L'equazione del moto del primo corpo è

$$m_1 a = F_z^{(1)} - T$$

e per il secondo

$$m_2 a = F_z^{(2)} + T$$

dove si è tenuto conto che l'accelerazione è la stessa, e T è la tensione. A noi interessa la tensione, che vale

$$\begin{aligned} T &= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{1}{m_1} F_z^{(1)} - \frac{1}{m_2} F_z^{(2)} \right) \\ &= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (-g(z) + g(z+h)) \end{aligned}$$

dove

$$g(z) = -\frac{GM_T}{z^2}$$

è l'accelerazione di gravità ad una distanza z dal centro della terra (se z è maggiore del raggio terrestre R_T) e M_T è la massa della terra. In prima approssimazione quindi

$$\begin{aligned} T &\simeq \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{\partial g}{\partial z} h = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{3GM_T}{z^3} h \\ &= 3 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{GM_T}{z^2} \right) \left(\frac{h}{z} \right) \\ &\simeq 3 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{GM_T}{R_T^2} \right) \left(\frac{h}{R_T} \right) \end{aligned}$$

e ponendo $m_1 = m_2 = 40\text{kg}$, $h = 1.8\text{m}$ otteniamo

$$T \simeq 3 \times 20\text{kg} \times 9.8\text{m s}^{-2} \times \frac{1.8\text{m}}{6.3 \times 10^6\text{m}} \simeq 1.7 \times 10^{-4}\text{N}$$

La tensione è depressa rispetto alla forza peso di un fattore molto piccolo, il rapporto h/R_T tra l'altezza del corpo e il raggio della terra. Per avere un termine di confronto, l'ordine di grandezza di una tensione dolorosa è lo stesso del peso del corpo, $\sim 10^3\text{N}$.