

PROBLEMA 7.1

Ventosa **

Un tronco cono di altezza h , raggio di base inferiore R_1 , raggio di base superiore R_2 e densità ρ aderisce perfettamente al fondo di un recipiente. Il recipiente è riempito fino al livello $L > h$ di un liquido di densità $\rho_L > \rho$.

Determinare sotto quali condizioni il cono rimane sul fondo.

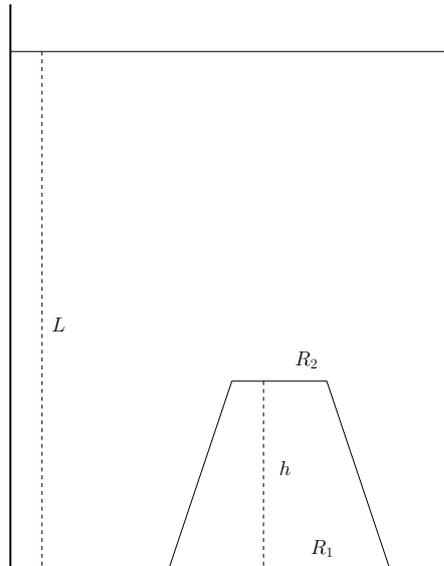


Figura 7.1.: Il tronco di cono considerato nell'esercizio. Notare che si può considerare sia il caso $R_1 > R_2$ (in figura) che il caso $R_2 > R_1$.

Soluzione

Se il cono non aderisse sul fondo le forze agenti su di esso sarebbero la forza peso e la spinta di Archimede. Nella situazione considerata è necessario sottrarre la spinta dovuta alla pressione sulla base e aggiungere la reazione vincolare N del fondo. Abbiamo quindi all'equilibrio

$$(\rho_L - \rho) Vg - \rho_L g L \pi R_1^2 + N = 0$$

e per non avere distacco è necessario che $N > 0$. Questo significa

$$\rho_L g L \pi R_1^2 > (\rho_L - \rho) Vg$$

ossia

$$\rho_L g L \pi R_1^2 > (\rho_L - \rho) g \frac{h}{3} \pi (R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2)$$

da cui

$$\left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2^2}{R_1^2}\right) < \frac{3L}{h} \frac{\rho_L}{\rho_L - \rho}$$

Questo significa che il rapporto R_2/R_1 non deve essere troppo grande, più esattamente

$$\frac{R_2}{R_1} < -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3L}{h} \frac{\rho_L}{\rho_L - \rho} - \frac{3}{4}}$$

Notare che per $\rho_L \leq \rho$ il corpo rimane sempre sul fondo.