

$$1) \rho = \frac{m}{abc}$$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(abc)}{abc}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2}$$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{2}{93}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{2}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{4}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{1,5}\right)^2} = \sqrt{0,008032} = 0,0896$$

$$\rho = \frac{93}{2 \cdot 4 \cdot 1,5} \frac{g}{cm^3} = 7,75 \frac{g}{cm^3} = 7,75 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 \frac{kg}{m^3}$$

$$\rho = 7750 \frac{kg}{m^3}$$

$$\Delta \rho = 0,0896 \cdot 7750 \frac{kg}{m^3} = 694,4 kg \approx 700 kg$$

con 1 cifra significativa

$$\Rightarrow \boxed{\rho = (7800 \pm 700) \frac{kg}{m^3}}$$

nota: questa non è la densità del ferro...

$$2) 68200 \pm 500$$

$$(6,82 \pm 0,05) \cdot 10^4$$

$$625,32 \pm 0,07$$

$$(6,2532 \pm 0,0007) \cdot 10^2$$

$$275 \pm 22$$

$$(2,75 \pm 0,22) \cdot 10^2$$

$$820 \pm 50$$

$$(8,2 \pm 0,5) \cdot 10^2$$

$$15,57 \pm 0,10$$

$$(1,557 \pm 0,010) \cdot 10$$

$$17,0083 \pm 0,0018$$

$$(1,70083 \pm 0,00018) \cdot 10$$

$$3) \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = 1$$

normalizzazione della camp. perfetta

$$\Rightarrow \int_1^2 \left(\frac{1}{x} + a\right) dx = \left[\ln x\right]_1^2 + a \left[x\right]_1^2 =$$

$$= \ln 2 - \ln 1 + a(2-1) = \ln 2 + a$$

(3)

$$\ln 2 + a = 1$$

$\Rightarrow$

$$a = 1 - \ln 2$$

$$a \approx 0,307$$

$$4) \mu = E[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x) dx$$

$$\mu = \int_1^2 x \left(\frac{1}{x} + 1 - \ln 2 \right) dx = \int_1^2 (1 + (1 - \ln 2)x) dx =$$

$$= \left[x \right]_1^2 + (1 - \ln 2) \cdot \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^2 = 2 - 1 + (1 - \ln 2) \left(2 - \frac{1}{2} \right) =$$

$$= 1 + (1 - \ln 2) \cdot \frac{3}{2} = 1 + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \ln 2 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} \ln 2$$

$$\mu = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} \ln 2$$

$$\mu \approx 1,46$$

$$\sigma^2 = E[(x - \mu)^2] = E[x^2] - \mu^2$$

$$E[x^2] = \int_1^2 x^2 \cdot \left(\frac{1}{x} + 1 - \ln 2 \right) dx = \int_1^2 \left[x + (1 - \ln 2)x^2 \right] dx =$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^2 + (1 - \ln 2) \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^2 = 2 - \frac{1}{2} + (1 - \ln 2) \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{3} \right) =$$

$$= \frac{3}{2} + (1 - \ln 2) \cdot \frac{7}{3} = \frac{3}{2} + \frac{7}{3} - \frac{7}{3} \ln 2 = \frac{23}{6} - \frac{7}{3} \ln 2$$

$$\sigma^2 = \frac{23}{6} - \frac{7}{3} \ln 2 - \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2} \ln 2 \right)^2 =$$

$$\sigma^2 = \frac{23}{6} - \frac{7}{3} \ln 2 - \frac{25}{4} - \frac{9}{4} (\ln 2)^2 + \frac{15}{2} \ln 2$$

$$\sigma^2 = \frac{92 - 150}{24} + \frac{45 - 14}{6} \ln 2 - \frac{9}{4} (\ln 2)^2 \quad (3)$$

$$\sigma^2 = \frac{31}{6} \ln 2 - \frac{58^{29}}{24_{12}} - \frac{9}{4} (\ln 2)^2 \quad \sigma^2 \approx 0,0836$$

5) $\mu = 23$
 $\sigma = 5$

Calcolo la probabilità che in un giorno
 si abbia una Temp. compresa tra
 21 e 27

$$P(21 \leq x \leq 27) = \int_{21}^{27} p(x) dx \quad \text{con } p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$= \int_{z_1}^{z_2} g(z) dz \quad \text{con } g(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

$$z_1 = \frac{21 - \mu}{\sigma} = \frac{21 - 23}{5} = -0,4$$

$$z_2 = \frac{27 - \mu}{\sigma} = \frac{27 - 23}{5} = 0,8$$

$$= \int_{-0,4}^{0,8} g(z) dz = \int_{-0,4}^0 g(z) dz + \int_0^{0,8} g(z) dz =$$

$$= \int_0^{0,4} g(z) dz + \int_0^{0,8} g(z) dz = 0,1554 + 0,2881 = 0,4435$$

$$P = 0,4435$$

Il numero di giorni in cui la Temp. ~~sia~~ compresa
 tra 21 e 27 è $P \cdot 30 = 13,3$

$\Rightarrow$ circa 13 giorni

6) K = numero di esami visto ④
 K è una variabile POISSONIANA $P(K) = \frac{\mu^K}{K!} e^{-\mu}$

$$\mu = 5$$

$$P = P(0) + P(1) + P(2) + P(3)$$

$$P(0) = \frac{5^0}{0!} e^{-5} = e^{-5}$$

$$P(1) = \frac{5^1}{1!} e^{-5} = 5 e^{-5}$$

$$P(2) = \frac{5^2}{2!} e^{-5} = \frac{25}{2} e^{-5}$$

$$P(3) = \frac{5^3}{3!} e^{-5} = \frac{125}{6} e^{-5}$$

$$P = \left(1 + 5 + \frac{25}{2} + \frac{125}{6}\right) e^{-5} = \frac{36 + 75 + 125}{6} e^{-5} = \frac{236}{6} e^{-5} = \frac{118}{3} e^{-5}$$

$$P = \frac{118}{3} e^{-5} \approx 0,2650$$

$$P \approx 26,5\%$$

7) $\sigma = 4$ minuti $= 4 \times 60 = 240$ secondi
 Calcolo la media campionaria delle 6 durate.
 Espresso tutte le durate in secondi

$$7:36 = 7 \times 60 + 36 = 456 \text{ secondi}$$

$$11:51 = 11 \times 60 + 51 = 711 \text{ secondi}$$

$$12:32 = 12 \times 60 + 32 = 752 \text{ secondi}$$

$$9:37 = 9 \times 60 + 37 = 597 \text{ secondi}$$

$$10:54 = 10 \times 60 + 54 = 654 \text{ secondi}$$

$$9:27 = 9 \times 60 + 27 = 567 \text{ secondi}$$

$$m = \frac{456 + 711 + 753 + 597 + 654 + 567}{6} = \frac{3537}{6} = 589,5$$

$$m - A \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \leq \mu \leq m + A \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

(5)

$$\text{con } A = 1,96$$

$$A \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 1,96 \cdot \frac{240}{\sqrt{6}} = 192,0 \text{ secondi}$$

$$m - \frac{A\sigma}{\sqrt{N}} = 589,5 - 192,0 = 397,5 \text{ secondi}$$

$$397,5 \text{ secondi} \approx 6:37$$

$$m + \frac{A\sigma}{\sqrt{N}} = 589,5 + 192,0 = 781,5 \text{ secondi} \approx 13:01$$

$$6:37 \leq \mu \leq 13:01$$

8) In questo caso non conosco σ della popolazione, devo calcolare m e s dal campione di $N=6$ misure

$$m = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{1,38 + 1,62 + 1,70 + 1,71 + 1,85 + 2,14}{6} \text{ mg}$$

$$m = \frac{10,4}{6} = 1,73$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - m)^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{(-0,35)^2 + (-0,4)^2 + (-0,03)^2 + (-0,02)^2 + (0,12)^2 + (0,41)^2}{5}}$$

$$s = \sqrt{\frac{0,3184}{5}} = 0,252$$

$$m - t_{\text{crit}} \frac{s}{\sqrt{N}} \leq \mu \leq m + t_{\text{crit}} \frac{s}{\sqrt{N}}$$

$$\text{con } t_{\text{crit}} = 4,032$$

(5 gradi di libertà)

$$1,73 - 4,032 \cdot \frac{0,252}{\sqrt{6}} \leq \mu \leq 1,73 + 4,032 \cdot \frac{0,252}{\sqrt{6}}$$

6

$$1,73 - 0,41 \leq \mu \leq 1,73 + 0,41$$

$$1,32 \leq \mu \leq 2,14$$

$$9) P(A) = 1 \cdot \frac{1}{2}$$

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

↑
poiché so per certo che nel 1° lancio è uscito T

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(C) = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$P(C) = \frac{1}{16}$$

10) Metodo di fit dei minimi quadrati

x	y	x ²	xy
0	0,5	0	0
0,5	2	0,25	1
1	3,3	1	3,3
2	8	4	16
Σ	3,5	5,25	20,3

$$N = 4$$

$$A = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{\Delta}$$

$$\text{con } \Delta = N \sum x^2 - (\sum x)^2$$

$$\Delta = 4 \cdot 5,25 - (3,5)^2 = 21 - 12,25 = 8,75$$

$$A = \frac{13,8 \cdot 5,25 - 3,5 \cdot 20,3}{8,75} = \frac{1,4}{8,75} = 0,16$$

$$(\Delta A)^2 = (\Delta y)^2 \cdot \frac{\sum x^2}{\Delta} = (0,1)^2 \cdot \frac{5,25}{8,75} = 0,006$$

$$\Delta A = \sqrt{0,006} = 0,0774$$

$$A = 0,16 \pm 0,08$$

$$B = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{\Delta}$$

(7)

$$B = \frac{4 \cdot 20,3 - 3,5 \cdot 13,8}{8,75} = \frac{32,9}{8,75} = 3,76$$

$$(\Delta B)^2 = (\Delta y)^2 \cdot \frac{N}{\Delta} = (0,1)^2 \cdot \frac{4}{8,75} = 0,00457$$

$$\Delta B = \sqrt{0,00457} = 0,068$$

$$B = 3,76 \pm 0,07$$

11)

x	y	f(x)	y - f(x)
0	0,5	0,16	0,34
0,5	2	2,04	-0,04
1	3,3	3,92	-0,62
2	8	7,68	0,32

$$f(x) = A + Bx$$

$$f(x) = 0,16 + 3,76 \cdot x$$

$$\chi_o^2 = \frac{\sum (y_i - f(x_i))^2}{(\Delta y)^2} = \frac{(0,34)^2 + (-0,04)^2 + (-0,62)^2 + (0,32)^2}{(0,1)^2}$$

$$\chi_o^2 = \frac{0,604}{0,01} = 60,4$$

$$d = 4 - 2 = 2 \text{ gradi di libertà} \quad \chi_o^2 = \frac{60,4}{2} = 30,2$$

$$P_2(\tilde{\chi}^2 \geq 30,2) < 5\%$$

Quindi l'ipotesi va rifiutata