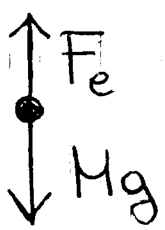
SOLUZIONI ESAME DI FISICA GEOLOGIA 6/7/2009

ESERCIZIO 1

1) All'equilibrio la $\sum \vec{F}$ a cui è soggetta la massa M deve essere $= \phi$.
La molla è sicuramente compressa, ovvero $z_0 < L_0$.
Chiamo Δ la compressione della molla
$\Delta = L_0 - z_0$
$\Rightarrow$ la forza elastica su M è diretta verso l'alto e il suo modulo vale:

$$F_e = K\Delta$$
$$F_e = K(L_0 - z_0)$$

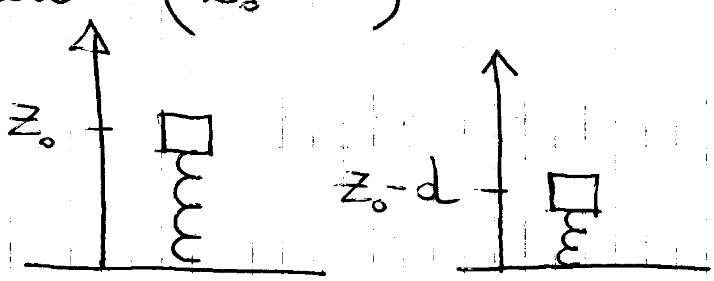


$$K(L_0 - z_0) - Mg = 0$$
$$KL_0 - Kz_0 - Mg = 0$$
$$\boxed{z_0 = L_0 - \frac{Mg}{K}}$$

$z_0 = 0{,}1215\,m$

$z_0 = 12\ cm$ (2 cifre significative)

2) Applico il teorema delle forze vive tra l'istante (i) in cui la massa M è in z_0 ferma (prima di iniziare ad applicare la forza esterna) e l'istante (f) in cui la massa è ferma nel punto $(z_0 - d)$ mantenuta



$$\Delta K = \sum L_i$$

$$\Delta K = K_f - K_i = \phi - \phi = \phi$$

$$\sum L_i = L_g + L_k + L_{ext}$$

Lavoro della forza peso

Lavoro della forza elastica

Lavoro della forza esterna

$$L_g = Mgd$$

$$L_k = U_k^{(i)} - U_k^{(f)}$$

con $U_k^{(i)} = \frac{1}{2} K \Delta^2 = \frac{1}{2} K (L_0 - z_0)^2$

$$U_k^{(f)} = \frac{1}{2} k (\Delta + d)^2 = \frac{1}{2} k (L_0 - z_0 + d)^2$$

$$\rightarrow L_k = \frac{1}{2} k (L_0 - z_0)^2 - \frac{1}{2} k (L_0 - z_0 + d)^2 =$$

$$= \cancel{\frac{1}{2} k (L_0 - z_0)^2} - \cancel{\frac{1}{2} k (L_0 - z_0)^2} - \frac{1}{2} k d^2 - k (L_0 - z_0) \cdot d$$

$$L_k = -\frac{1}{2} k d^2 - k (L_0 - z_0) d$$

nota che $L_k < 0$ perché la molla si comprime

$$\Rightarrow \quad L_g + L_k + L_{ext} = 0$$

$$L_{ext} = -L_g - L_k$$

$$L_{ext} = \frac{1}{2} k d^2 + k d (L_0 - z_0) - Mgd$$

sostituisco a z_0 il valore trovato nel punto 1)

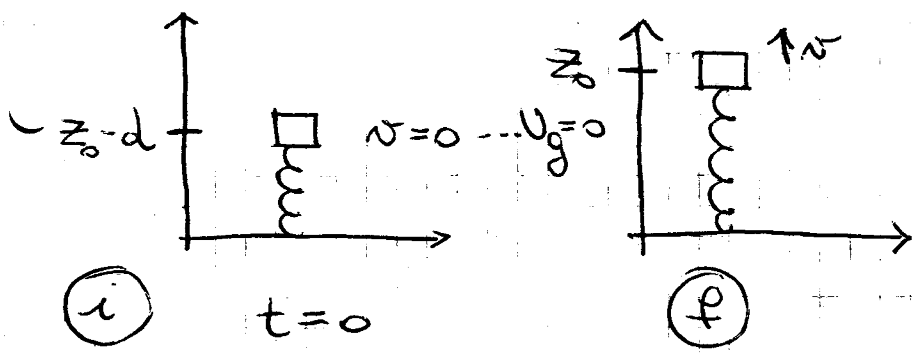
$$L_{ext} = \frac{1}{2}Kd^2 + Kd\left(\cancel{L_0} - \cancel{L_0} + \frac{Mg}{K}\right) - Mgd$$

$$\boxed{L_{ext} = \frac{1}{2}Kd^2}$$

$$L_{ext} = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot (0{,}09)^2 \text{ J} = 2{,}025 \text{ J}$$

$L_{ext} = 2{,}0$ J (2 cifre significative)

3) Conservazione dell'energia meccanica del sistema molla + blocchetto:



$$E_i = \frac{1}{2}K(\Delta + d)^2$$

$$E_f = \frac{1}{2}Mv^2 + Mgd + \frac{1}{2}K\Delta^2$$

$$\frac{1}{2}Mv^2 + Mgd + \frac{1}{2}K\Delta^2 = \frac{1}{2}K(\Delta + d)^2$$

$$\frac{1}{2}Mv^2 = -Mgd - \cancel{\frac{1}{2}K\Delta^2} + \cancel{\frac{1}{2}K\Delta^2} + K\Delta d + \frac{1}{2}Kd^2$$

con $\Delta = L_0 - z_0 = \dfrac{Mg}{K}$

$$\frac{1}{2}Mv^2 = -\cancel{Mgd} + \cancel{Mgd} + \frac{1}{2}Kd^2$$

$$\cancel{\frac{1}{2}}Mv^2 = \cancel{\frac{1}{2}}Kd^2$$

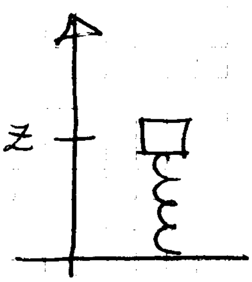
$$\boxed{v = \sqrt{\frac{K}{M}}\, d}$$

$$v = \sqrt{\frac{500}{4}} \cdot 0{,}09 \ m/s = 1{,}006 \ m/s$$

$$v = 1{,}0 \ m/s$$ (2 cifre significative)

4) Il blocco si stacca dalla molla quando rimanendo attaccato alla molla avrebbe accelerazione diretta verso il basso maggiore di g.

In generale la forza elastica ha l'espressione



$$F_z = -K(z - L_0)$$

componente z della forza elastica quando M è nel generico punto z

$$\Rightarrow \ -K(z-L_0) - Mg = Ma_z$$

$$a_z = -g - \frac{K}{M}(z - L_0)$$

M si stacca per tutti i punti in cui se rimanesse attaccata sarebbe

$$a_z < -g$$

cioè $$\cancel{-g} - \frac{K}{M}(z-L_0) < \cancel{-g}$$

$$\frac{K}{M}(z-L_0) > 0$$

$$z - L_0 > 0$$

$$\boxed{z > L_0}$$

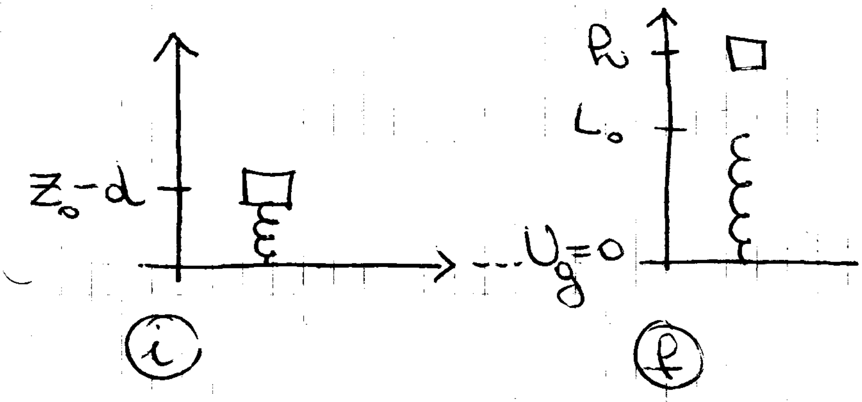
Cioè M si stacca quando la molla è

alla sua lunghezza di riposo.

$$z_{stacco} = L_0$$

$$z_{stacco} = 0{,}20 \text{ m}$$

5) La quota massima raggiunta dal blocco si ha DOPO che il blocco si è staccato dalla molla.
Dalla conservazione dell'energia meccanica



← istante in cui M è alla sua quota max = h

$$E_{(i)} = E_{(f)}$$

$$E_{(i)} = Mg(z_0-d) + \frac{1}{2}K(\Delta+d)^2$$

$$E_{(f)} = Mgh$$

NOTA: all'istante finale non c'è più energia potenziale elastica

$$Mg(z_0-d) + \frac{1}{2}K(\Delta+d)^2 = Mgh$$

$$h = z_0 - d + \frac{K}{2Mg}\left(L_0 - z_0 + d\right)^2$$

$$\text{con } z_0 = L_0 - \frac{Mg}{K}$$

$$h = L_0 - \frac{Mg}{K} - d + \frac{K}{2Mg}\left(\frac{Mg}{K} + d\right)^2$$

$$h = L_0 - \frac{Mg}{K} \cancel{-d} + \frac{1}{2}\frac{Mg}{K} + \frac{Kd^2}{2Mg} \cancel{+d}$$

$$\boxed{h = L_0 - \frac{1}{2}\frac{Mg}{K} + \frac{K d^2}{2Mg}}$$

$$h = \left(0,20 - \frac{4 \cdot 9,81}{2 \cdot 500} + \frac{500\,(0,09)^2}{2 \cdot 4 \cdot 9,81}\right) m$$

$$h = (0,20 - 0,039 + 0,0516)\ m$$

$$h = (0,20 + 0,012)\ m = 0,212\ m$$

$$h = 2,1 \times 10^{-1}\ m$$ (2 cifre significative)

$$h = 21\ cm$$

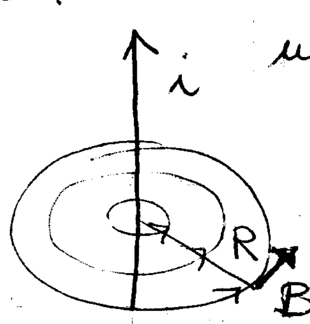
ESERCIZIO 2

1) Per il principio di sovrapposizione

$$\vec{B}_{TOT} = \vec{B}_A + \vec{B}_B + \vec{B}_C + \vec{B}_D$$

somma vettoriale dei campi magnetici creati da ciascun filo.

Ricordo:



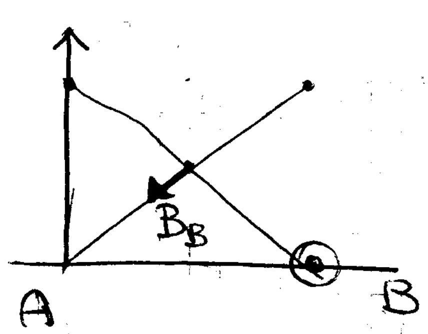
modulo di $\vec{B}$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

direzione di $\vec{B}$ = tangente le linee di campo disegnate in figura.

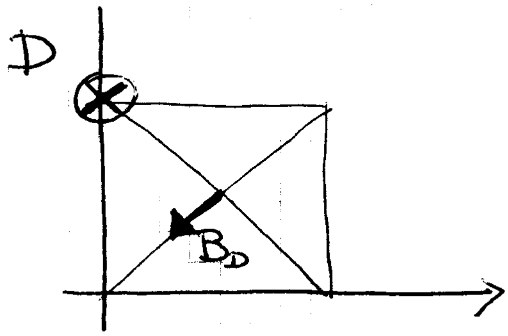
verso di $\vec{B}$ secondo la regola della mano destra

Quindi:



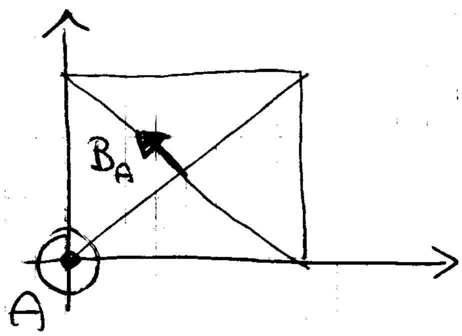
con $B_B = \frac{\mu_0 i_B}{2\pi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}d\right)} = \frac{\mu_0 i_A}{\sqrt{2}\pi d}$

mezza diagonale

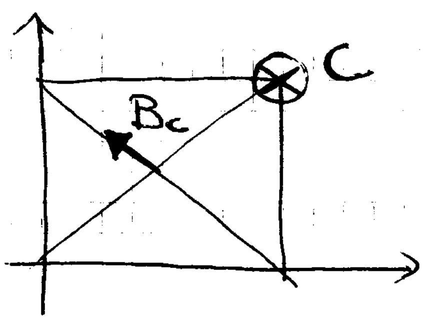


con $B_D = \frac{\mu_0 i_D}{2\pi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}d\right)} = \frac{\mu_0 i_C}{\sqrt{2}\pi d}$

nella stessa direzione e verso del campo fatto dal filo B



con $B_A = \frac{\mu_0 i_A}{2\pi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}d\right)} = \frac{\mu_0 i_A}{\sqrt{2}\pi d}$



con $B_C = \frac{\mu_0 i_C}{2\pi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}d\right)} = \frac{\mu_0 i_C}{\sqrt{2}\pi d}$

nella stessa direzione e verso del campo fatto dal filo A

$$\vec{B}_{TOT} = \underbrace{\left(\vec{B}_B + \vec{B}_D\right)}_{} + \underbrace{\left(\vec{B}_A + \vec{B}_C\right)}_{}$$

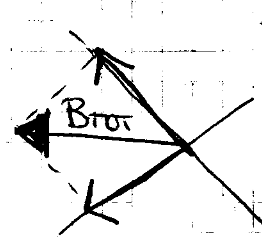
sono a 90° uno dall'altro e hanno lo stesso modulo

nota che $B_B = B_A$

$B_D = B_C$

$\Rightarrow B_{TOT} = \sqrt{2}\cdot\left(B_B + B_D\right)$

e l'orientamento di B_{TOT} è come $-\hat{x}$



$$\boxed{\vec{B}_{TOT} = -B_{TOT}\,\hat{x}}$$

con $B_{TOT} = \cancel{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\mu_0}{\cancel{\sqrt{2}}\,\pi d}(i_A + i_C)$

$$\boxed{B_{TOT} = \frac{\mu_0}{\pi d}(i_A + i_C)}$$

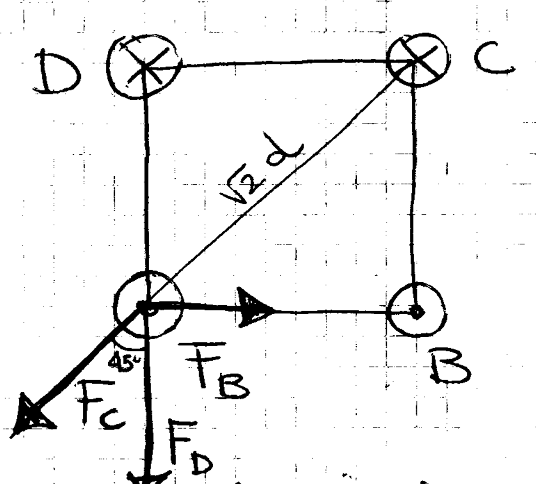
$$B_{TOT} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}\cancel{\pi}\cdot 10^{-7}}{\cancel{\pi}\cdot \cancel{2}\times 10^{-3}}(3+2)\,T$$

$B_{TOT} = 10\times 10^{-4}\,T = 1{,}0\times 10^{-3}\,T$ (2 cifre significative)

2) $\vec{F}_{TOT} = \vec{F}_B + \vec{F}_C + \vec{F}_D$

somma delle forze dovute a ciascun filo separatamente.

Fili con corrente nello stesso verso si attraggono



con $F_B = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\,\dfrac{i_A i_B}{d}$

d = distanza tra i fili A e B

$F_C = \dfrac{\mu_0\, i_A i_C}{2\pi(\sqrt{2}\,d)}$ $\qquad F_D = \dfrac{\mu_0\, i_A i_D}{2\pi\,(d)}$

$\vec{F}_B = F_B\,\hat{x}$

$$\vec{F}_D = -F_D\,\hat{y}$$

$$\vec{F}_C = -F_C\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\,\hat{x} - F_C\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\,\hat{y}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_{TOT_x} = F_B - F_C\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\mu_0 i_A}{2\pi d}\left(i_A - \frac{\cancel{\sqrt{2}}\, i_C}{2\cancel{\sqrt{2}}}\right) \\ F_{TOT_y} = -F_D - F_C\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\mu_0 i_A}{2\pi d}\left(i_D - \frac{\cancel{\sqrt{2}}\, i_C}{2\cancel{\sqrt{2}}}\right) \end{cases}$$

$$F_{TOT} = \sqrt{F_{TOT_x}^2 + F_{TOT_y}^2} = \frac{\mu_0 i_A}{2\pi d}\sqrt{\left(i_A - \frac{i_C}{2}\right)^2 + \left(i_D - \frac{i_C}{2}\right)^2}$$

$$F_{TOT} = \frac{\mu_0 i_A}{2\pi d}\sqrt{\left(i_A - \frac{i_C}{2}\right)^2 + \frac{i_C^2}{4}}$$

$$\boxed{F_{TOT} = \frac{\mu_0 i_A}{2\pi d}\sqrt{i_A^2 - i_A i_C + \frac{i_C^2}{2}}}$$

Angolo θ formato da $\vec{F}_{TOT}$ con l'asse $\hat{x}$:

$$\theta = \arctan\frac{F_{TOT\,y}}{F_{TOT\,x}}$$

$$\theta = \arctan\frac{-\left(i_C - \frac{i_C}{2}\right)}{i_A - \frac{i_C}{2}} = \arctan\frac{i_C/2}{i_C/2 - i_A}$$

$$\boxed{\theta = \arctan\frac{i_C}{i_C - 2i_A}}$$

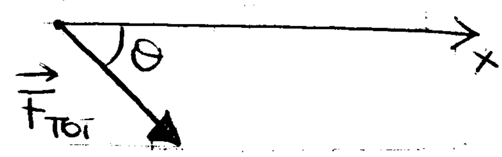
$$F_{TOT} = \frac{\cancel{4\pi}\cdot 10^{-7}\cdot 3}{\cancel{2\pi}\cdot\cancel{2}\times 10^{-3}}\sqrt{9 - 6 + \frac{4}{2}}\ N = 6{,}71\times 10^{-4}\ N$$

$\rightarrow \quad F_{TOT} = 6{,}7 \times 10^{-4}\,N$ (2 cifre signific)

$$\theta = \arctan \frac{2}{2-6} = \arctan\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\theta = -26{,}56°$$

$$\boxed{\theta = -27°}$$



3) Forza di Lorentz:

$$\vec{F}_B = q\,\vec{v}_0 \times \vec{B}_{TOT}$$

con $\vec{B}_{TOT}$ = campo al centro del quadrato

$$\vec{B}_{TOT} = -B_{TOT}\,\hat{x}$$

$$\vec{v}_0 = v_0\,\hat{x}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_B = q v_0 B_{TOT}\,\underbrace{\hat{x} \times (-\hat{x})}_{= \emptyset} = \emptyset$$

$$\vec{F}_B = m\vec{a} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = 0}$$

4) $\vec{v}_0 = v_0\,\hat{z}$

$$\vec{F}_B = q v_0 B_{TOT}\,\underbrace{\hat{x} \times (-\hat{z})}_{+\hat{y}} = q v_0 B_{TOT}\,\hat{y}$$

$$\vec{F}_B = m\vec{a}$$

$$\boxed{\begin{gathered}\vec{a} = a\,\hat{y} \\ a = q\frac{v_0 B_{TOT}}{m}\end{gathered}}$$

con $a = 2{,}0 \times 10^{-1}\,m/s^2$
(2 cifre significative)