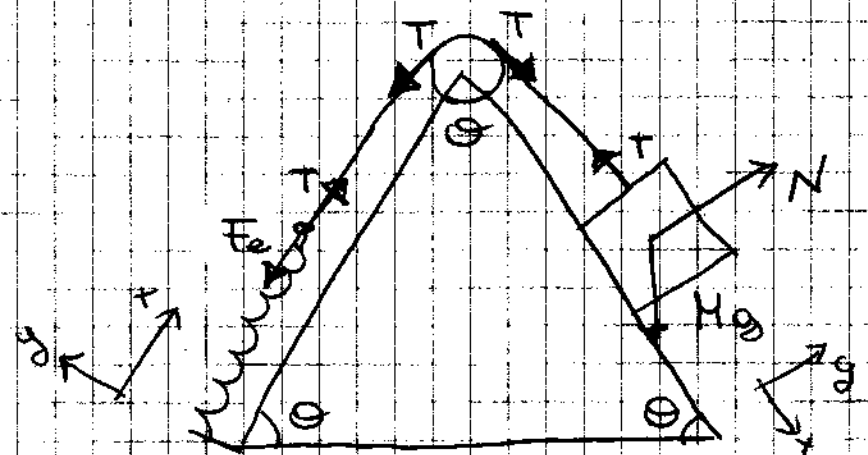


ESERCIZIO 11) $\sum \vec{F} = 0$ applicato al braccetto

$\theta = 60^\circ$



F_e = modulo della forza elastica
 $F_e = k\ell$

Inoltre: $T - F_e = 0 \rightarrow F_e = T$

NOTA: la tensione è sempre T perché il filo è inestensibile e massa nulla e la carrucola è in equilibrio

(M) $\begin{cases} Mg \sin \theta - T = 0 \\ N - Mg \cos \theta = 0 \end{cases}$

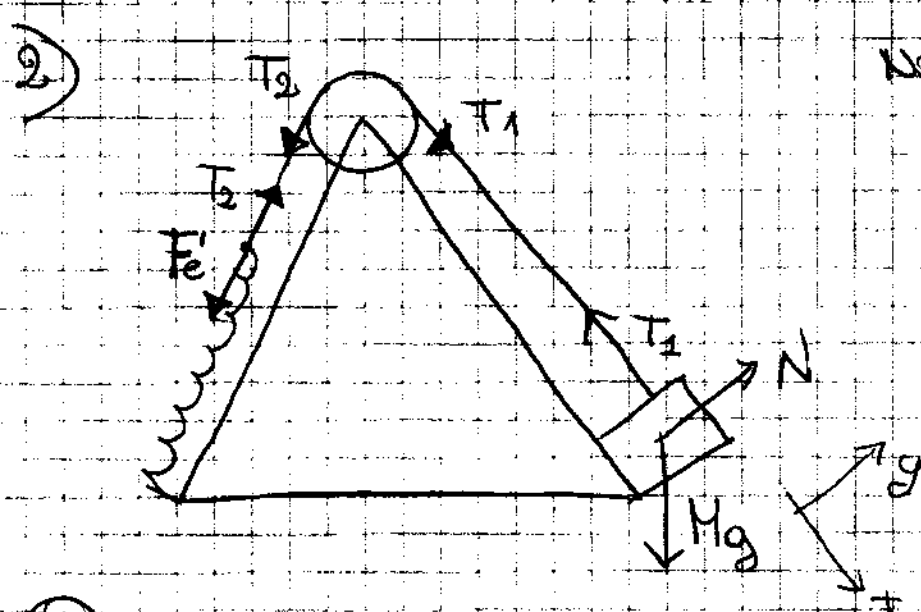
Quindi

$$Mg \sin \theta - F_e = 0$$

$$Mg \sin \theta - k\ell = 0$$

$$\boxed{\ell = \frac{Mg \sin \theta}{k}}$$

$$\ell = 2,04 \text{ m} \approx 2,0 \text{ m} \quad (2 \text{ cifre significative})$$



NOTA: ora $T_1 \neq T_2$ (2)
perché la carrucola
possiede accelerazione
angolare $\neq 0$

(M)
bloccetto:

$$\begin{cases} Mg \sin \theta - T_1 = -Ma \\ N - Mg \cos \theta = 0 \end{cases}$$

($a = \text{modulo}$
dell'accelerazione
di M)

$$\vec{a} = -a \hat{x}$$

Carrucola

$$T_2 R - T_1 R = I \alpha$$

somma dei
momenti rispetto
al C.M.

con $I = \frac{1}{2} M R^2$

Esteresa
della
molla

$$T_2 = F_e'$$

con $F_e' = k e'$

$e' = \text{lunghezza della}$
molla

$$e' = e + \frac{L}{2}$$

Quindi:

$$T_2 - T_1 = \frac{1}{2} M R \alpha$$

con $\alpha = \frac{a}{R}$

$$T_2 - T_1 = \frac{1}{2} M a$$

$$T_1 = Mg \sin \theta + M a$$

$$T_2 = k \left(e + \frac{L}{2} \right)$$

$$K\left(l + \frac{L}{2}\right) - Mg \sin \theta - Ma = \frac{1}{2} Ma \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} Ma = K\left(l + \frac{L}{2}\right) - Mg \sin \theta$$

$$a = \frac{2}{3} \frac{K}{M} \left(l + \frac{L}{2}\right) - \frac{2}{3} g \sin \theta$$

e utilizzando il risultato della domanda 1)

$$a = \frac{2}{3} \frac{K}{M} \frac{Mg \sin \theta}{K} + \frac{KL}{3M} - \frac{2}{3} g \sin \theta$$

$$a = \frac{KL}{3M}$$

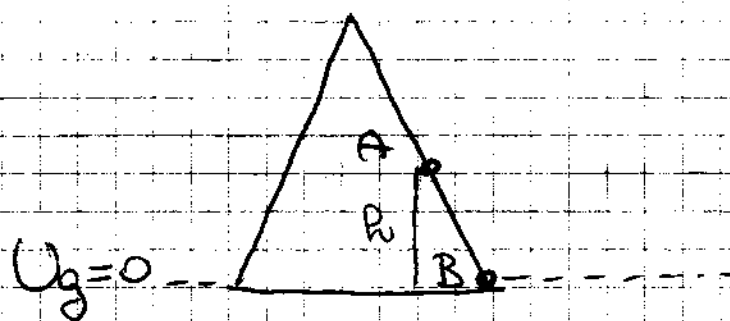
$$a = 38,89 \text{ m/s}^2 \approx 39 \text{ m/s}^2 \text{ (2 cifre signif.)}$$

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{KL}{3MR}$$

$$\alpha = 388,9 \text{ rad/s}^2 \approx 390 \text{ rad/s}^2 \text{ (2 cifre signif.)}$$

3) Conservazione dell'energia meccanica del sistema (bloccetto + carrucola + molla)

$$E_A = E_B$$



$$E_B = \frac{1}{2} K (e')^2$$

$$E_B = \frac{1}{2} K \left(l + \frac{L}{2}\right)^2$$

$$E_A = \underbrace{\frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2}_{\text{energy cinética}} + \frac{1}{2} k e^2 + M g h \quad (4)$$

com $h = \frac{L}{2} \sin \theta$

$$\omega^2 = \frac{v^2}{R^2}$$

$$E_A = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} M R^2 \cdot \frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2} k e^2 + M g \frac{L}{2} \sin \theta$$

$$\Rightarrow \frac{3 M v^2}{4} + \frac{1}{2} k e^2 + \frac{M g L}{2} \sin \theta = \frac{1}{2} k \left(e + \frac{L}{2} \right)^2$$

$$\frac{3 M v^2}{2} + \cancel{k e^2} + M g L \sin \theta = \cancel{k e^2} + \frac{k L^2}{4} + k e L$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{3 M} \left[\frac{k L^2}{4} + k e L - M g L \sin \theta \right]}$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{3 M} \left[\frac{k L^2}{4} + \cancel{k L} \cdot \frac{M g \sin \theta}{\cancel{k}} - M g L \sin \theta \right]}$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{3 M} \cdot \frac{k L^2}{4}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 k}{3 M} \cdot \frac{L}{2}}$$

$$v = 23,3 \text{ m/s} \approx 23 \text{ m/s} \quad (2 \text{ cifre signif.})$$

④ $F_k = \mu_k N$ ⑤

con $N = Mg \cos \theta \rightarrow F_k = \mu_k Mg \cos \theta$

Per il teo delle forze vive (o dell'energia cinet.)

$\Delta E = L_k$ $\rightarrow$ lavoro della forza dissipativa

variazione di energia meccanica

$$L_k = - F_k \cdot \frac{L}{2}$$

$$L_k = - \mu_k Mg \cos \theta \cdot \frac{L}{2}$$

$$E_{\text{diss}} = |\Delta E| = \mu_k \frac{Mg L \cos \theta}{2}$$

$$E_{\text{diss}} = 329,6 \text{ J} \approx 330 \text{ J} \text{ (2 cifre signif.)}$$

ESERCIZIO 2

1) $\sum \vec{F} = 0$ agenti sulla sferetta 1.

NOTA: poiché le due sfere conduttrici possiedono una carica distribuita UNIFORMEMENTE sulla loro superficie, il campo elettrico da esse generato all'esterno delle sfere è uguale a quello generato da una carica puntiforme di pari valore che si trovi al centro della sfera conduttrice (dal teo di Gauss)

(6)



F_k = modulo della
forza elastica

$$F_k = KL$$

$$\vec{F}_e = Q_1 \vec{E}_2 = Q_1 \cdot \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 L^2} (-\hat{z}) = -F_e \hat{z}$$

F_e = modulo della forza elettrostatica su 1

$$\Rightarrow F_k - F_e - m_1 g = 0$$

$$KL - \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 L^2} - m_1 g = 0$$

$$m_1 = \frac{KL}{g} - \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 L^2 g}$$

$$m_1 = 0,3137 \text{ kg} \approx 0,32 \text{ kg} \text{ (2 cifre signif.)}$$

$$2) V(A) = V_1(A) + V_2(A)$$

potenziale dovuto
alla sfera 1

potenziale
dovuto alla
sfera 2

Questo per il principio di sovrapposizione.

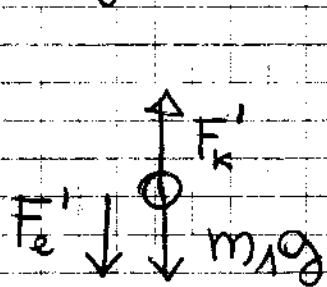
$$V_1(A) = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1}$$

$$V_2(A) = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 L}$$

$$\Rightarrow V(A) = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 L} \quad (7)$$

$$V(A) = 6,744 \times 10^6 \text{ V} = 6,7 \times 10^6 \text{ V} \quad (2 \text{ cifre significative})$$

3) Diagramma di corpo libero della sferetta 1



F_k' = modulo della forza elastica

$$F_k' = K(L + R)$$

F_e' = modulo della forza elettrostatica

$$F_e' = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 (L + R)^2}$$

$$\vec{a} = a \hat{z}$$

$$F_k' - F_e' - m_1 g = m_1 a$$

$$K(L + R) - \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 (L + R)^2} - m_1 g = m_1 a$$

$$a = \frac{K(L + R)}{m_1} - \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 (L + R)^2 m_1} - g$$

$$a = 273,1 \text{ m/s}^2 \approx 2,7 \times 10^2 \text{ m/s}^2$$

(2 cifre significative)

(8)

4) Conservazione dell'energia
meccanica + elettrostatica del sistema
(sfera 1 + molla)

$$E_A = E_B$$

$$E_B = Q_1 V(B) + \frac{1}{2} K (L + R)^2$$

ponendo $U_g = 0$ al livello del punto B

$$E_B = \frac{1}{2} m_1 v_B^2 + Q_1 V(A) + \frac{1}{2} K L^2 + m_1 g h$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_B^2 + Q_1 V(A) + \frac{1}{2} K L^2 + m_1 g h = Q_1 V(B) + \frac{1}{2} K (L + R)^2$$

con $V(B) = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 (L + R)}$

Quindi:

$$\frac{1}{2} m_1 v_B^2 + \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 L} + \frac{1}{2} K L^2 + m_1 g h = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 (L + R)} + \frac{1}{2} K (L^2 + R^2 + 2LR)$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_B^2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{L + R} - \frac{1}{L} \right) - m_1 g h + \frac{1}{2} K R (R + 2L)$$

$$v_B = \sqrt{\frac{Q_1 Q_2}{2\pi\epsilon_0 m_1} \left(\frac{1}{L + R} - \frac{1}{L} \right) - 2gh + \frac{KR}{m_1} (R + 2L)}$$

$$v_B = \sqrt{-2,0638 - 0,0981 + 3,0124} \text{ m/s} = \sqrt{0,8505} \text{ m/s}$$

$$v_B = 0,92 \text{ m/s} \quad (2 \text{ cifre signif.})$$