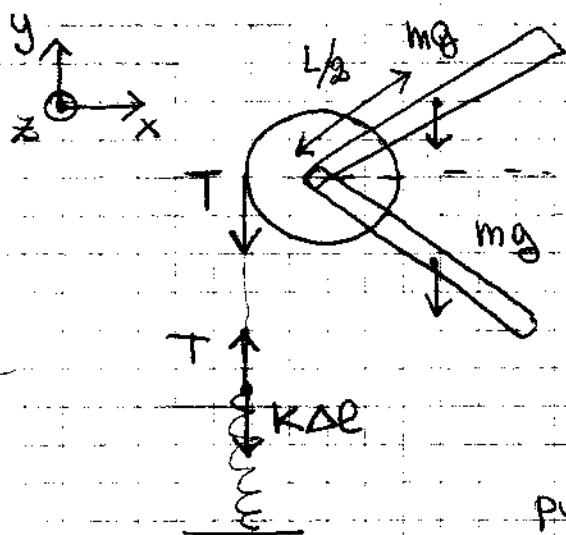


ESERCIZIO 1

1) $\sum \tau = 0$ somma dei momenti delle forze esterne rispetto all'asse del disco $= 0$

Sistema = disco + 2 sbarrette



$$\sum \tau_z = TR - 2mg \frac{L}{2} \cos \theta$$

$$TR - 2mg \frac{L}{2} \cos \theta = 0$$

$T - K\Delta e = 0$ } somma delle forze applicate al punto all'estremità della molla
 $\vec{e} = 0$ perché è un punto di momento nullo

$$\Rightarrow T = K\Delta e$$

$$K\Delta e R - mgL \cos \theta = 0 \Rightarrow \Delta e = \frac{mgL \cos \theta}{KR}$$

$$\Delta e = 0,339 \text{ m} \approx 0,34 \text{ m} \quad (2 \text{ cifre significative})$$

2) Momento d'inerzia del sistema:

$$I = I_{\text{disco}} + 2 I_{\text{sbarretta}}$$

$$I_{\text{disco}} = \frac{1}{2} MR^2$$

$$I_{\text{sbarretta}} = \frac{1}{12} mL^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} mL^2$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2} MR^2 + \frac{2}{3} mL^2$$

$$\sum \tau_z = I \alpha_z$$

$$\sum \tau_z = -2mg \frac{L}{2} \cos \theta$$

$$\left(\begin{array}{l} T=0 \\ \text{poiché le p.e. è} \\ \text{spettolo} \end{array} \right) \quad (2)$$

$$\Rightarrow \alpha_z = \frac{-mgL \cos \theta}{I}$$

$$\alpha = |\alpha_z| = \frac{mgL \cos \theta}{\frac{1}{2}MR^2 + \frac{2}{3}mL^2}$$

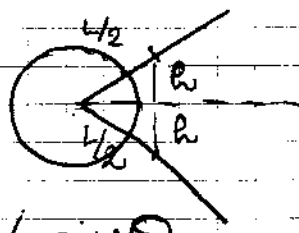
$$\alpha = 11,69 \text{ rad/s}^2 \approx 12 \text{ rad/s}^2 \quad (2 \text{ cifre significative})$$

3) Conservazione energia meccanica

$E_{(i)}$ = energia meccanica all'istante iniziale in cui il sistema è fermo come in fig. 1(a)

$E_{(f)}$ = energia meccanica nell'istante finale di Fig. 1(b)

Prendo lo zero dell'energia potenziale gravitazionale alla quota dell'asse di rotazione.

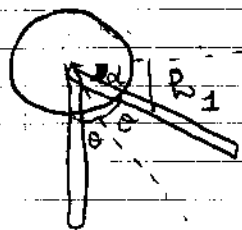


$$h = \frac{L}{2} \sin \theta$$

$$U_{g(i)} = mgR - mgR = 0$$

$$E_{(i)} = 0$$

$$E_{(f)} = \frac{1}{2} I \omega^2 + U_{g(f)}$$



$$U_{g(f)} = -mg \frac{L}{2} - mg h_1$$

$$h_1 = \frac{L}{2} \sin \alpha = \frac{L}{2} \sin (90^\circ - 2\theta)$$

Nota: $h_1 = h$ perché $\theta = 30^\circ \Rightarrow (90^\circ - 2\theta) = \theta$

$$\Rightarrow 0 = \frac{1}{2} I \omega^2 - mg \left(\frac{L}{2} + \frac{L}{2} \sin \theta \right)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mg \cdot \frac{L}{2} (1 + \sin \theta)}{I}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgL(1+\sin\theta)}{I}}$$

$$\text{con } I = 2,90667 \text{ kg m}^2 \quad (3)$$

$$\omega = 4,5 \text{ rad/s}$$

4) Nell'urto NON si conserva la quantità di moto perché sono presenti le forze impulsive esercitate dal perno sul disco. SI CONSERVA L_z la componente lungo l'asse di rotazione del momento angolare, perché le forze impulsive esercitate dal perno hanno momento nullo $\sum \vec{r} \times \vec{F} = 0$ (hanno braccio nullo)

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \vec{r} \times \vec{F}$$

$$L_z = I\omega \quad \text{prima dell'urto}$$

$$L'_z = I'\omega' \quad \text{dopo l'urto}$$

$$\text{con } I' = I + m_p L^2 \quad \text{poiché dopo l'urto la pallina entra a far parte del sistema di ruota}$$

$$\Rightarrow L_z = L'_z$$

$$\text{quindi } I\omega = I'\omega'$$

$$\omega' = \frac{I\omega}{I'} = \frac{I\omega}{I + m_p L^2}$$

$$\omega' = 2,67 \text{ rad/s} \approx 2,7 \text{ rad/s} \quad (2 \text{ cifre significative})$$

ESERCIZIO 2

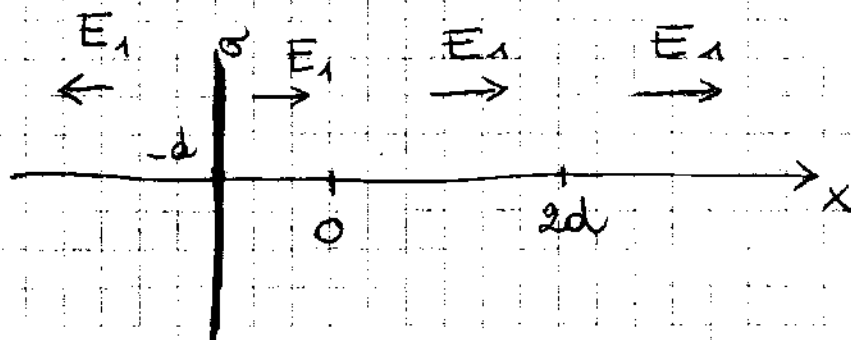
4

1) Utilizzando il principio di sovrapposizione, il campo elettrico $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$

campo elettrico
generato dalla
prima piastra
considerata da
sola

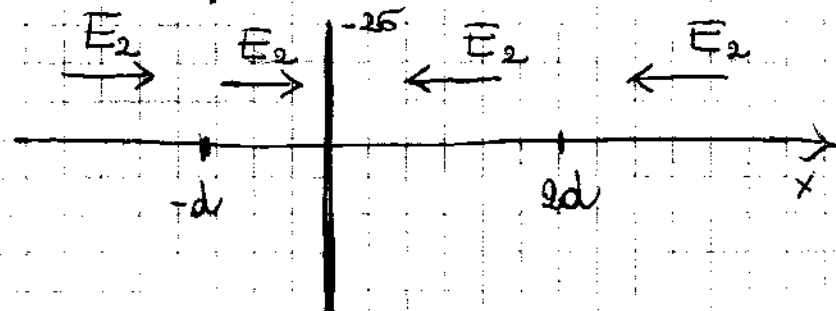
2^a piastra

3^a piastra

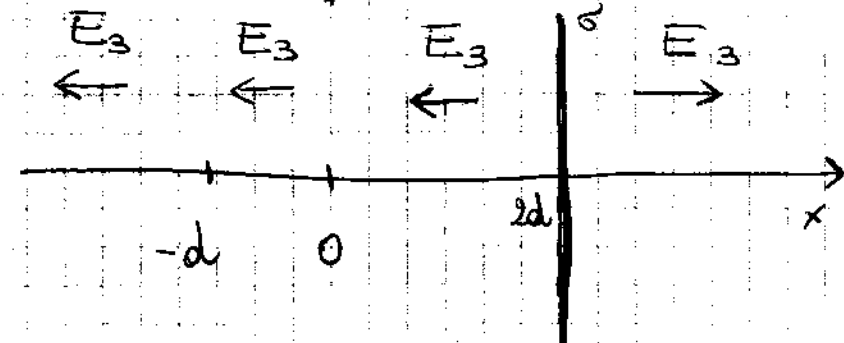


$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

modulo



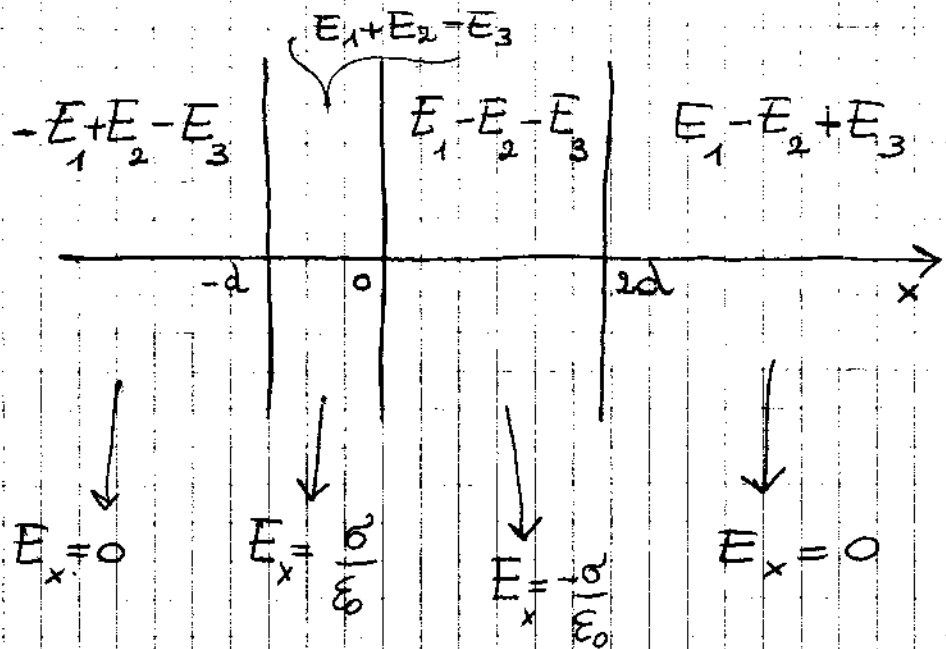
$$E_2 = \frac{2\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



$$E_3 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Facendo la somma vettoriale si trova per la componente x

$$\vec{E} = E_x \hat{x}$$



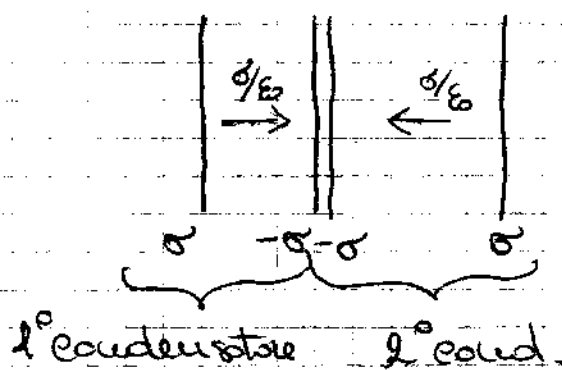
$$\vec{E} \equiv (E_x, 0, 0)$$

il campo elettrico è
⊥ a tutti i piani

(5)

$$E_x = \begin{cases} 0 & \text{per } x < -d \\ \sigma/\epsilon_0 & \text{per } -d < x < 0 \\ -\sigma/\epsilon_0 & \text{per } 0 < x < 2d \\ 0 & \text{per } x > 2d \end{cases}$$

NOTA: Si può ottenere il risultato precedente anche osservando che si può sempre il piano di densità $-\sigma$ come due piani di densità $-\sigma$ sovrapposti.

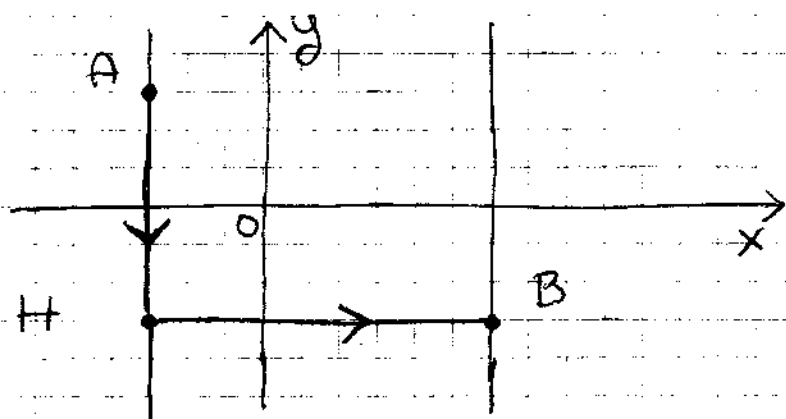


Quindi ho due
condensatori piani.

Il campo all'esterno è
nullo, all'interno vale σ/ϵ_0
e va dalla ~~piastre~~ ~~con +σ~~ ~~alla~~ ~~piastre~~ ~~con -σ~~

$$2) \quad V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

non dipende dal
percorso scelto



Percorso scelto: A-H-B

$$V_A - V_B = \int_A^H \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_H^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_H^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

perché $\vec{E} \perp d\vec{s}$

$$V_A - V_B = \int_H^B \vec{E} \cdot d\vec{x} = \int_{-d}^{2d} E_x dx =$$

(6)

E_x assume valori diversi nell'intervallo di integrazione
 $\Downarrow$
 spetto in due e'integrale

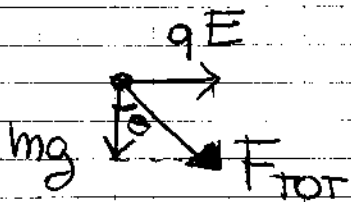
$$= \int_{-d}^0 \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx + \int_0^{2d} -\frac{\sigma}{\epsilon_0} dx =$$

$$= \frac{\sigma}{\epsilon_0} [x]_{-d}^0 - \frac{\sigma}{\epsilon_0} [x]_0^{2d} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d - \frac{\sigma}{\epsilon_0} 2d$$

$$V_A - V_B = - \frac{\sigma d}{\epsilon_0}$$

$$V_A - V_B = 16,94 \text{ V} \approx 17 \text{ V} \quad (2 \text{ cifre significative})$$

3) La carica all'istante iniziale è soggetta alla forza peso e alla forza elettrostatica



$$\Rightarrow F_{\text{TOT}} = \sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}$$

$$qE = mg \tan \theta$$

$$\text{con } E = \sigma / \epsilon_0$$

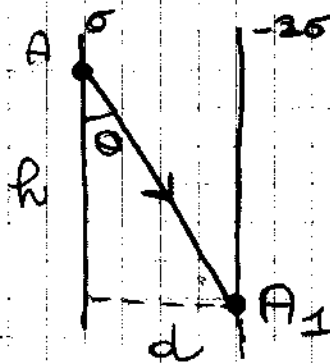
$$\theta = \arctan \left(\frac{qE}{mg} \right)$$

$$F_{\text{TOT}} = 0,0102 \text{ N} = 10,2 \text{ mN} \approx 10 \text{ mN}$$

$$\theta = \arctan(0,277) = 15,44^\circ \approx 15^\circ$$

La carica si muove di moto uniformemente accelerato nella direzione di F_{TOT} che forma un angolo $\theta = 15^\circ$

con la verticale.



$$a = \frac{F_{\text{tot}}}{m} = 10,2 \text{ m/s}^2 \quad (7)$$

La corda si sposta verso il basso di h quando tocca il piano $x=0$ nel punto A_1

$$h = \frac{d}{\tan \theta}$$

$$h = \frac{d}{\frac{qE}{mg}} = \frac{dmg}{qE}$$

$$h = 0,1808 \text{ m}$$

4) Conservazione dell'energia meccanica

$$\underbrace{\frac{1}{2}mv^2 + U_{A_1} + U_g^{\text{②}}}_{\text{energia finale: cinetica + elettrostatica + gravitazionale}} = \underbrace{U_A + U_g^{\text{①}}}_{\text{energia iniziale elettrostatica + gravitazionale}}$$

energia finale:

cinetica + elettrostatica +

gravitazionale

$$U_g^{\text{②}} = 0$$

$$U_g^{\text{①}} = mgh$$

$$v^2 = \frac{2}{m} \left[(U_A - U_{A_1}) + mgh \right]$$

$$U_A - U_{A_1} = q \int_A^{A_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} = q \int_{-d}^0 \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx = q \frac{\sigma}{\epsilon_0} d$$

$$v = \sqrt{\frac{2(\sigma d q + mgh)}{m \epsilon_0}} = 1,95 \text{ m/s} \approx 2,0 \text{ m/s}$$

NOTA: Altro modo di calcolare v .

8

Moto uniformemente accelerato in cui viene percorso uno spazio $S = s_f - s_i$

$$S = \sqrt{h^2 + d^2}$$

$$\begin{cases} v_f = v_i + at = at & (v_i = 0) \\ s_f = s_i + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow t^2 = \frac{2}{a}(s_f - s_i) = \frac{2S}{a} \end{cases}$$

$$v_f^2 = a^2 t^2 = a^2 \cdot \frac{2S}{a} = 2aS$$

$$v_f = \sqrt{2 \cdot \frac{F_{TOT}}{m} \cdot S}$$

con $S = 0,1876 \text{ m}$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{2 \cdot 10,2 \cdot 0,1876} \text{ m/s} = 1,96 \text{ m/s} \approx 2,0 \text{ m/s}$$