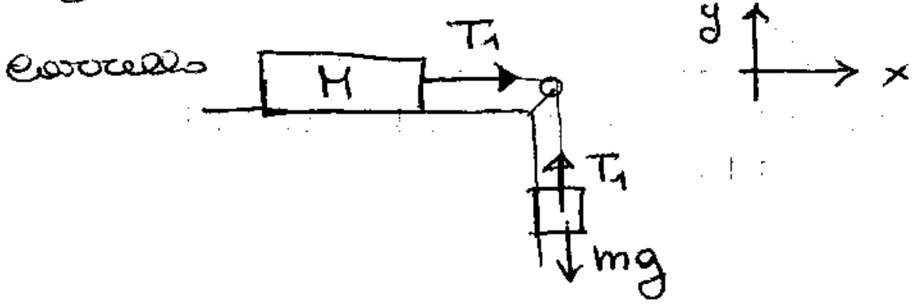
SOLUZIONI ESAME DI FISICA Geologia 16/2/2010

ESERCIZIO 1

1) Tra carico e carrello non c'è attrito



$$T_1 - mg = -ma_1$$

M e m si muovono con la stessa accelerazione a_1 perché sono legate tramite un filo inestensibile

$$T_1 = Ma_1$$

il carico non è soggetto a nessuna forza, quindi la sua accelerazione è $=0$ (resta fermo mentre il carrello scorre verso destra)

$$\Rightarrow \quad T_1 = m(g - a_1)$$

$$Ma_1 = mg - ma$$

$$(M+m)a_1 = mg$$

$$\boxed{a_1 = \frac{m}{M+m} g}$$

$$a_1 = \frac{2}{120+2} \cdot 9{,}81 \ \frac{m}{s^2} = 0{,}161 \ m/s^2$$

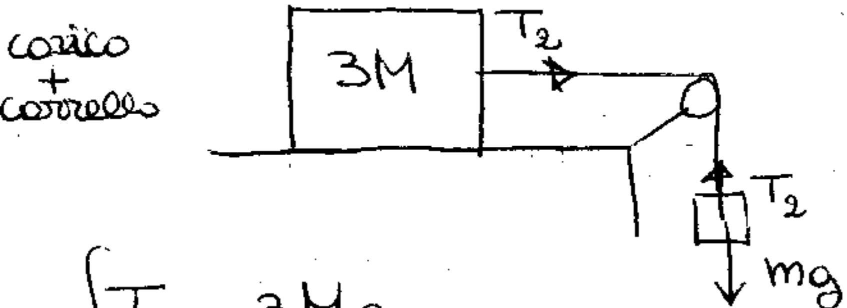
$\boxed{a_1 = 0{,}16 \ m/s^2}$ 2 cifre significative

$$T_1 = Ma_1 \Rightarrow \boxed{T_1 = \frac{mM}{M+m} g}$$

$$T_1 = \frac{2 \cdot 120}{120+2} \cdot 9{,}81 \text{ N} = 19{,}3\text{ N}$$

$$\boxed{T_1 = 20\text{ N}}$$ 2 cifre significative

2) Se il carico non si muove rispetto al carrello posso trattarli come un unico blocco di massa 3M



$$\begin{cases} T_2 = 3Ma_2 \\ T_2 - mg = -ma_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \quad 3Ma_2 - mg = -ma_2$$

$$(3M+m)a_2 = mg$$

$$\boxed{a_2 = \frac{m}{3M+m} g}$$

$$a_2 = \frac{2}{3 \cdot 120 + 2} \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2 = 0{,}0542 \text{ m/s}^2$$

$$\boxed{a_2 = 5{,}4 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2}$$

$$T_2 = 3Ma_2 \qquad \boxed{T_2 = \frac{3mM}{3M+m} g}$$

$$T_2 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 120}{360+2} \cdot 9{,}81\ N = 19{,}51\ N$$

$\boxed{T_2 = 20\,N}$ 2 cifre significative

3) Il carico si muove con accelerazione a_2 quindi la forza di attrito statico che è ad esso applicata vale $F_s = \underbrace{2M}_{\text{massa del carico}} \cdot \underbrace{a_2}_{\text{accel. del carico}}$

Poiché deve essere sempre

$$F_s \leq \mu_s N$$

con $N = 2Mg$ forza normale applicata al carico

$$\Rightarrow \cancel{2}\cancel{M} a_2 \leq \mu_s \cdot \cancel{2}\cancel{M} g$$

$$a_2 \leq \mu_s g$$

$$\mu_s \geq \frac{a_2}{g}$$

Quindi

$$\mu_{s\,min} = \frac{a_2}{g}$$

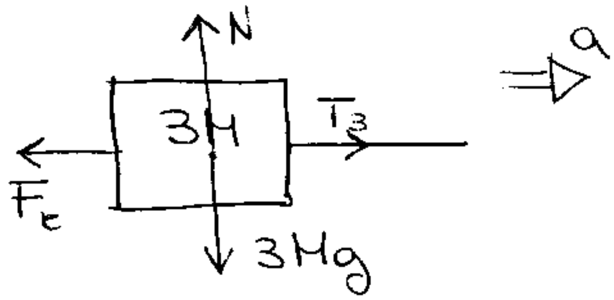
$$\boxed{\mu_{s\,min} = \frac{m}{3M+m}}$$

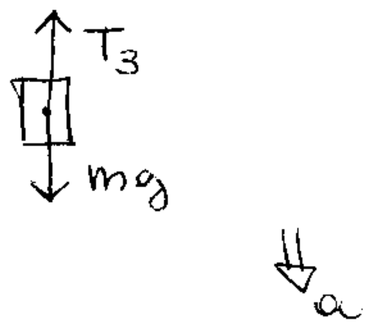
$$\mu_{s\,min} = \frac{2}{360+2} = 0{,}00552$$

$$\boxed{\mu_{s\,min} = 0{,}0055 = 5{,}5 \times 10^{-3}}$$

4) In questo caso sulla massa 3M agisce la forza di attrito dinamico diretta verso sinistra

Diagramma di corpo libero:





$F_k = \mu_k N$

$N = 3Mg$

T_3 = tensione del filo

La massa m e la massa 3M si muovono con la stessa accelerazione poiché sono collegate tra loro da un filo inestensibile.

$$\begin{cases} T_3 - F_k = 3Ma \\ mg - T_3 = ma \quad \rightarrow \quad T_3 = mg - ma \end{cases}$$

$$mg - ma - \mu_k 3Mg = 3Ma$$

$$(3M + m)a = mg - 3\mu_k Mg$$

$$a = \frac{(m - 3\mu_k M)}{3M + m} g$$

moto uniformemente accelerato

$$\begin{cases} v = v_0 + at \\ s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \end{cases} \qquad \text{con } v_0 = 0$$

$$\begin{cases} v = at \\ s = s_0 + \frac{1}{2} a t^2 \end{cases} \qquad s - s_0 = \frac{1}{2} a t^2$$

$$L = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2L}{a}}$$

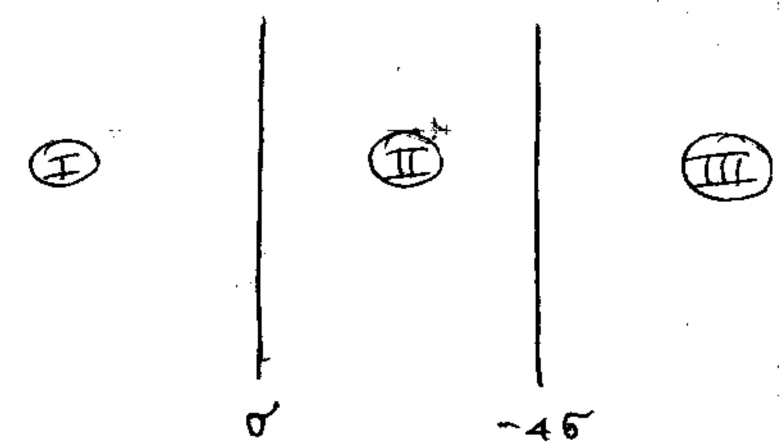
$$\Rightarrow v = at = a \cdot \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{2aL}$$

$$\boxed{v = \sqrt{2\,\frac{(m - 3\mu_k M)}{3M+m}\,gL}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (2 - 3 \cdot 0{,}001 \cdot 120)}{3 \cdot 120 + 2} \cdot 9{,}81 \cdot 10}\ m/s$$

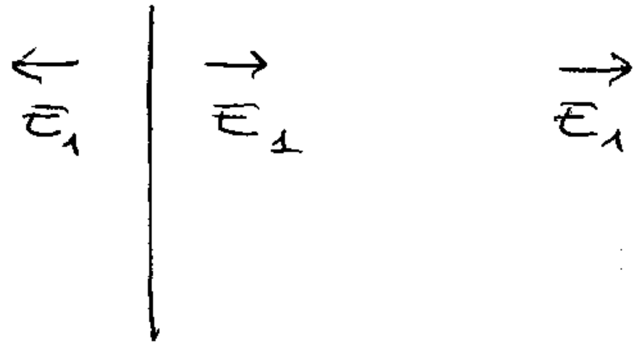
$$v = \sqrt{0{,}8889}\ m/s = 0{,}9428\ m/s \simeq 0{,}94\ m/s$$

ESERCIZIO 2

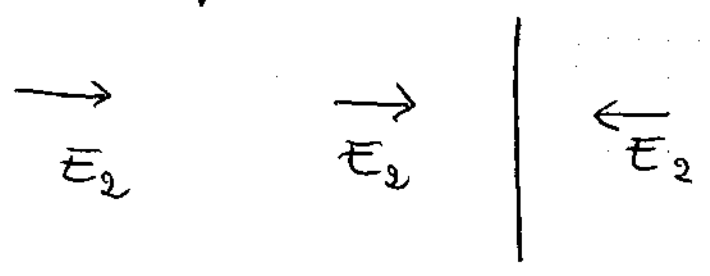


1)

Principio di sovrapposizione: $\vec{E}_{TOT} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ con $\vec{E}_1$ ed $\vec{E}_2$ i campi elettrici generati dalle due piastre prese separatamente



$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



$$E_2 = \frac{4\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0}$$

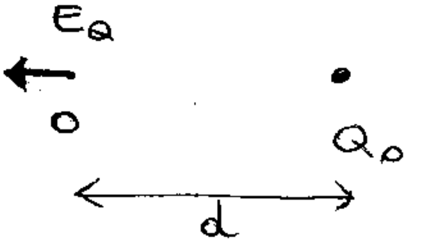
I) $\vec{E}_{TOT} = (E_2 - E_1)\hat{x} = \left(\frac{2\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\hat{x} = \boxed{\frac{3}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x}}$

II) $\vec{E}_{TOT} = (E_2 + E_1)\hat{x} = \left(\frac{2\sigma}{\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\hat{x} = \boxed{\frac{5}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x}}$

III) $\vec{E}_{TOT} = (E_1 - E_2)\hat{x} = \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{2\sigma}{\varepsilon_0}\right)\hat{x} = \boxed{-\frac{3}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x}}$

2) Il punto O è di equilibrio se il campo elettrico nel punto O è $= \phi$.

$$\vec{E}^{II}_{TOT} + \underbrace{\vec{E}_{Q_0}}_{\text{contributo dovuto alla carica } Q_0} = 0$$



$$E_Q = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$$

$$\vec{E}_Q = -\frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\hat{x}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{5}{2}\frac{\sigma}{\cancel{\varepsilon_0}} - \frac{Q_0}{4\pi\cancel{\varepsilon_0} d^2} = 0$$

$$\frac{5}{2}\sigma = \frac{Q_0}{4\pi d^2}$$

$$Q_0 = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}\pi d^2 \cdot 5\sigma}{\cancel{2}}$$

$$\boxed{Q_0 = 10\pi d^2 \sigma} \qquad Q_0 > 0$$

3) Conservazione dell'energia totale (meccanica + elettrostatica)

$$E_0 = E_c$$

$$E_0 = \frac{1}{2} m v^2 + q V_0 + q$$

$$E_c = q V_c$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m v^2 + q V_0 = q V_c$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = q (V_c - V_0)$$

$$v^2 = \frac{2q}{m} (V_c - V_0)$$

$$V_c - V_0 = (V_c - V_0)_{piani} + (V_c - V_0)_{\substack{carica \\ Q_0}}$$

utilizzando il principio di sovrapposizione per la differenza di potenziale

$$(V_c - V_0)_{piani} = \int_c^0 \vec{E}^{II}(x)\, d\vec{x} = \int_{d/2}^0 \frac{5}{2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dx =$$

$$= \frac{5}{2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \left(0 - \frac{d}{2} \right) = -\frac{5}{4} \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}$$

$$(V_c - V_0)_{\substack{carica \\ Q_0}} = \int_c^0 \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \int_{d/2}^d \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr =$$

$$= \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{d/2}^d = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{2}{d} - \frac{1}{d} \right)$$

$$\Rightarrow \left(V_c - V_0\right) = -\frac{5}{4}\frac{\sigma d}{\varepsilon_0} + \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 d}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2q}{4m\varepsilon_0}\left(\frac{Q_0}{\pi d} - 5\sigma d\right)}}$$

utilizzando $Q_0 = 10\pi d^2\sigma$

$$v = \sqrt{\frac{q}{2m\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{10\cancel{\pi} d^{\cancel{2}}\sigma}{\cancel{\pi}\cancel{d}} - 5\sigma d\right)} =$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{5q\sigma d}{2m\varepsilon_0}}}$$

4) Per quanto riguarda la determinazione di Q_0, il punto O è di equilibrio se ponendo in esso una carica di prova <u>ferma</u> questa resta ferma.
Poiché $\vec{v} = 0$, la forza magnetica è $= \phi$ e quindi per Q_0 non cambia niente

$$\boxed{Q_0 = 10\,\pi d^2\sigma}$$

Inoltre anche quando la carica è in moto, può muoversi solo lungo l'asse $\hat{x}$, quindi
$\vec{v} = v\hat{x}$

$$\vec{F}_m = q\vec{v}\times\vec{B}_0 = 0 \quad \text{perché} \quad \vec{B}_0 = B_0\hat{x}$$

quindi anche per quanto riguarda la domanda 3) non cambia nulla

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{5q\sigma d}{2m\varepsilon_0}}}$$

NOTA

Metodo alternativo di rispondere alla domanda n°4 dell'ESERCIZIO 1

Teorema delle forze vive:

$$\Delta K = \sum L_i$$

$$\Delta K = K_f - K_i$$

con $\begin{cases} K_i = 0 \\ K_f = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} 3M v^2 \end{cases}$ perché si muovono alla stessa velocità

$$\sum L_i = L_g + L_k$$

L_g = lavoro della forza peso
L_k = " " " di attrito dinamico

$$L_g = -\Delta U_g = U_g^i - U_g^f = 0 - (-mgL)$$

ponendo lo zero dell'energia potenziale gravitazionale al livello della posizione iniziale del blocchetto m [che poi scende di L per raggiungere la posizione finale]

$$\Rightarrow L_g = mgL$$

$$L_k = -F_k \cdot L = -\mu_k 3MgL$$

$$\frac{1}{2}(3M+m)v^2 = mgL - 3\mu_k MgL$$

$$v^2 = \frac{2(m - 3\mu_k M)gL}{3M+m}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2(m-3\mu_k M)}{3M+m} gL}}$$

stesso risultato trovato prima