

ESERCIZIO 1

①

1) Poiché l'urto è anelastico, l'energia cinetica del sistema non si conserva durante l'urto quindi E_{TOT} non si conserva

Poiché il vagone è vincolato a scorrere solo lungo l'asse x (esso non può variare la sua coordinata y , che deve essere sempre $= 0$)

P_{TOTy} non si conserva (infatti prima dell'urto $\bar{v} < 0$ e dopo l'urto $\bar{v} = 0$).

Invece P_{TOTx} si conserva perché lungo x i due corpi sono liberi di muoversi.

Poiché una delle due componenti del vettore quantità di moto non si conserva, si ha che

$\vec{P}_{TOT}$ non si conserva

2) Si utilizza la conservazione di P_{TOTx} durante l'urto.

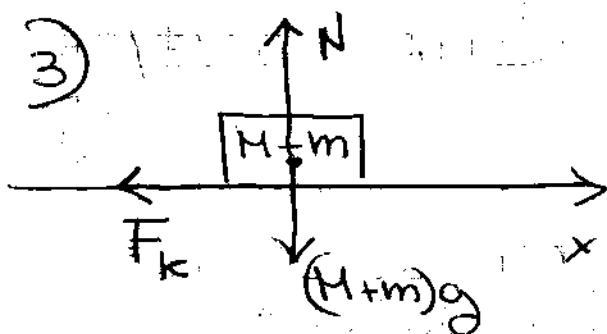
$$\underbrace{mv_0 \cos \alpha}_{\text{prima dell'urto}} = \underbrace{(M+m)V}_{\text{dopo l'urto, quando i due corpi restano attaccati}}$$

$$\Rightarrow \boxed{V = \frac{m}{M+m} v_0 \cos \alpha}$$

numericamente:

$$V = \frac{0.20}{0.60 + 0.20} \cdot 10 \cdot \cos(30^\circ) \frac{m}{s} = 2.165 \frac{m}{s} \approx 2.2 \frac{m}{s} \quad \left(\begin{array}{l} 2 \text{ cifre} \\ \text{signific.} \end{array} \right)$$

3)

diagramma di
corpo libero

②

$$F_k = \mu_k N$$

$$\text{con } N = (M+m)g$$

$$\Rightarrow -F_k = (M+m)a_x$$

II° eq. di Newton

$$-\mu_k (M+m)g = (M+m)a_x$$

$$\Rightarrow a_x = -\mu_k g$$

Il sistema compie un moto uniformemente
decelerato

$$v(t) = V + a_x t = V - \mu_k g t$$

si ferma nell'istante t_0 dato da

$$v(t_0) = 0 \Rightarrow V - \mu_k g t_0 = 0$$

$$t_0 = \frac{V}{\mu_k g}$$

essendo

$$x(t) = x_0 + Vt + \frac{1}{2}a_x t^2 = x_0 + Vt - \frac{1}{2}\mu_k g t^2$$

Lo spazio percorso prima di fermarsi vale

$$\Delta x = x(t_0) - x_0$$

$$\Delta x = Vt_0 - \frac{1}{2}\mu_k g t_0^2 = \frac{V^2}{\mu_k g} - \frac{1}{2}\mu_k g \frac{V^2}{\mu_k^2 g^2}$$

$$\boxed{\Delta x = \frac{V^2}{2\mu_k g}}$$

numericamente:

(3)

$$\Delta x = \frac{(2.165)^2}{2 \cdot 0.3 \cdot 9.81}$$

$$m = 0.796 \text{ m}$$

$$\approx 0.80 \text{ m} = 8.0 \times 10^{-1} \text{ m}$$

(2 cifre significative)

Altro modo di calcolare Δx :

utilizzando il teorema dell'energia cinetica

$$\Delta E = L_k \rightarrow \text{Lavoro delle forze non conservative}$$

$$\text{con } \Delta E = E_{\text{fin}} - E_{\text{in}} = K_{\text{fin}} - K_{\text{in}}$$

essendo $U_{\text{grav}} = 0$ sempre

$$\Delta K = 0 - \frac{1}{2} (m+M) V^2$$

$$L_k = -F_k \cdot \Delta x = -\mu_k (m+M) g \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} (m+M) V^2 = -\mu_k (m+M) g \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{V^2}{2 \mu_k g}$$

4) L'energia dissipata è pari al lavoro compiuto dalle forze di attrito.

$$L_k = -F_k \Delta x = -\cancel{\mu_k (m+M) g} \cdot \frac{V^2}{\cancel{2 \mu_k g}}$$

$$L_k = - (m+M) \frac{V^2}{2}$$

$E = |L_k|$ voglio definire E in modo che sia > 0

$$E = \frac{1}{2} (m+M) V^2$$

nota che è uguale all'energia cinetica posseduta da $(m+M)$ subito dopo l'urto

numericamente:

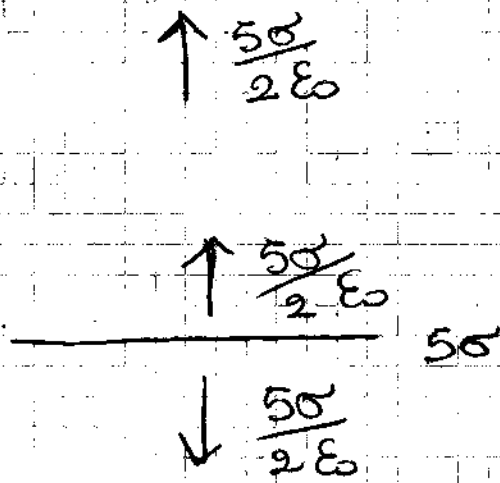
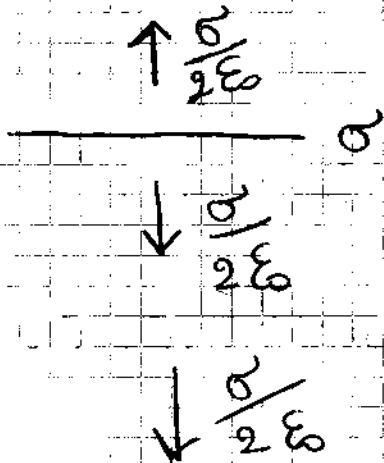
(4)

$$E = \frac{1}{2} (0.2 + 0.6) (2,165)^2 J$$

$$E = 1,87 J \approx 1,9 J \quad (2 \text{ cifre significative})$$

ESERCIZIO 2

- 1) Il campo $\vec{E}$ è dato dalla somma vettoriale dei campi elettrici $\vec{E}_1$ e $\vec{E}_2$ generati dalle due piastre prese singolarmente (principio di sovrapposizione)



$$\Rightarrow \begin{array}{c} \uparrow \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \uparrow \frac{5\sigma}{2\epsilon_0} \\ \hline \downarrow \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \uparrow \frac{5\sigma}{2\epsilon_0} \\ \hline \downarrow \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \downarrow \frac{5\sigma}{2\epsilon_0} \end{array} = \begin{array}{c} \uparrow 3 \frac{\sigma}{\epsilon_0} \\ \hline \uparrow 2 \frac{\sigma}{\epsilon_0} \\ \hline \downarrow 3 \frac{\sigma}{\epsilon_0} \end{array} \quad \vec{z}$$

Adesso teniamo conto del dielettrico.
Nella regione in cui c'è il dielettrico al posto di ϵ_0 va considerato $\epsilon_r \epsilon_0$

$$\Rightarrow z < 0 \quad \vec{E}_I = -3 \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{z} \quad (5)$$

$$0 < z < \frac{2}{3}d \quad \vec{E}_I = 2 \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{z}$$

$$\frac{2}{3}d < z < d \quad \vec{E}_I = 2 \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{z}$$

$$z > d \quad \vec{E}_I = 3 \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{z}$$

$$(2) \quad V_B - V_C = \underbrace{(V_B - V_C)_{\text{piani}}}_{\text{come se ci fossero solo i due piani}} + \underbrace{(V_B - V_C)_{\text{carica}}}_{\text{contributo dovuto alla carica (come se ci fosse solo la carica)}}$$

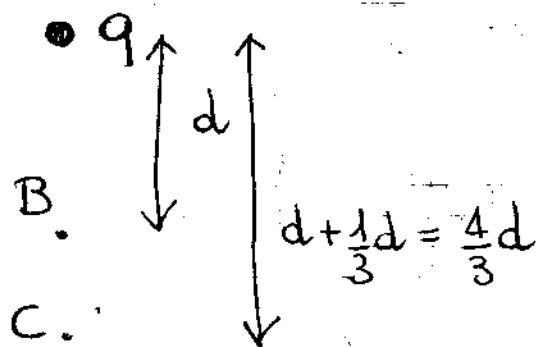
$$(V_B - V_C)_{\text{piani}} = \int_B^C \vec{E}_{III} \cdot d\vec{z} =$$

perché nella zona tra B e C non ha il campo $\vec{E}_{III}$

$$= \int_{\frac{2}{3}d}^d \frac{2\sigma}{\epsilon_0} \hat{z} \cdot d\vec{z} =$$

$$= \int_d^{\frac{2}{3}d} \frac{2\sigma}{\epsilon_0} dz = \frac{2\sigma}{\epsilon_0} \left[z \right]_d^{\frac{2}{3}d} =$$

$$= \frac{2\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{2}{3}d - d \right) = -\frac{1}{3} \frac{2\sigma}{\epsilon_0} d = -\frac{2}{3} \frac{\sigma d}{\epsilon_0}$$



potenziale
dovuto alla
carica q

⑥

$$V_B = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d}$$

$$V_C = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \frac{4}{3}d}$$

$$(V_B - V_C) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d} \left(1 - \frac{3}{4} \right) = \frac{q}{16\pi\epsilon_0 d}$$

carica

$$\Rightarrow V_B - V_C = -\frac{2\sigma d}{3\epsilon_0} + \frac{q}{16\pi\epsilon_0 d}$$

numericamente:

$$V_B - V_C = \left(-\frac{2 \cdot 1,5 \times 10^{-9} \cdot 2 \times 10^{-2}}{3 \cdot 8,85 \times 10^{-12}} + \frac{5 \cdot 10^{-9}}{16\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \times 10^{-2}} \right) V$$

$$V_B - V_C = (-2,26 + 562) V \cong 560 V = 5,6 \times 10^2 V$$

(2 cifre significative)

3) Conservazione dell'energia
meccanica + elettrostatica

$$E_A = E_B$$

$$E_A = q V_A + mgd$$

$$E_B = \frac{1}{2} m v_B^2 + q V_B$$

(7)

$$q V_A + m g d = \frac{1}{2} m v_B^2 + q V_B$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = m g d + q (V_A - V_B)$$

nota che questa è la differenza di potenziale tra A e B dovuta ai piatti solamente e non alla carica in quanto sto considerando il moto della carica e quindi mi interessa la sua energia potenziale nel campo prodotto dai piatti

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}_{IV} \cdot d\vec{z} = \int_{2d}^d \frac{3\sigma}{\epsilon_0} \underbrace{\hat{z} \cdot d\vec{z}}_{dz} =$$

$$= \int_{2d}^d \frac{3\sigma}{\epsilon_0} dz = \frac{3\sigma}{\epsilon_0} [z]_{2d}^d =$$

$$= \frac{3\sigma}{\epsilon_0} (d - 2d) = -\frac{3\sigma d}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = m g d - \frac{3\sigma d}{\epsilon_0} q$$

$$v_B = \sqrt{2 g d - 6 \frac{\sigma d}{\epsilon_0 m} q}$$

numericamente:

⑧

$$V_B = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2 \cdot 10^{-2} - \frac{6 \cdot 1,5 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^{-6}} 5 \cdot 10^{-9}} \quad \text{m/s}$$

$$V_B = \sqrt{0,3924 - 3,389 \cdot 10^{-2}} \quad \frac{\text{m}}{\text{s}} = \sqrt{0,3585} \quad \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_B = 0,599 \quad \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 6,0 \times 10^{-1} \quad \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(2 cifre significative)