

$$1) P = 2(a+b) = 2a + 2b$$

①

$$A = ab$$

$$\Delta P = \sqrt{(2\Delta a)^2 + (2\Delta b)^2} = 2\sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2}$$

$$P = 2(120 + 155) = 550 \text{ m}$$

$$\Delta P = 2\sqrt{0,04 + 0,04} = 0,56 \text{ m} \simeq 0,6 \text{ m}$$

$$P = (550,0 \pm 0,6) \text{ m}$$

$$2) \frac{\Delta A}{A} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2}$$

$$\frac{\Delta A}{A} = \sqrt{\left(\frac{0,2}{120}\right)^2 + \left(\frac{0,2}{155}\right)^2} = 0,0021$$

$$A = 18600 \text{ m}^2$$

$$\Delta A = 18600 \cdot 0,0021 = 39 \text{ m}^2 \simeq 40 \text{ m}^2$$

$$A = (18600 \pm 40) \text{ m}^2$$

NOTA CHE:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{0,6}{550} = 0,0011$$

errore
relativo

$$0,11\%$$

errore
percentuale

$$\frac{\Delta A}{A} = 0,0021 \quad \text{errore relativo}$$

$$0,21\% \quad \text{errore percentuale}$$

$$3) \begin{cases} 542,5 \pm 0,9 \\ 544,52 \pm 0,02 \\ 542,848 \pm 0,009 \\ 546 \pm 2 \end{cases}$$

$$8750 \pm 21$$

$$9300 \pm 120$$

$$4) \quad \bar{x} = \frac{\sum \frac{x_i}{\sigma_i^2}}{\sum \frac{1}{\sigma_i^2}} \quad \sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{\sum \frac{1}{\sigma_i^2}}}$$

$$\bar{x} = \frac{\frac{542,5}{(0,9)^2} + \frac{544,52}{(0,02)^2} + \frac{542,848}{(0,009)^2} + \frac{546}{(2)^2}}{\frac{1}{(0,9)^2} + \frac{1}{(0,02)^2} + \frac{1}{(0,009)^2} + \frac{1}{2^2}}$$

$$\bar{x} = \frac{8063,933}{14847} = 543,1295$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{14847}} = 0,0082 \approx 0,008$$

(3)

$$543,129 \pm 0,008$$

5) $p = \frac{1}{3}$ prob. di rispondere esattamente
col me domanda

A $K=12$ successi
 $N=13$ prove

$$P(A) = P(K=12, N=13) = \frac{13!}{12! 1!} \left(\frac{1}{3}\right)^{12} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 =$$

$$= 13 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{12} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$P(A) = \frac{26}{3^{13}} \approx 1,6 \cdot 10^{-5}$$

B $K=0$ successi
 $N=13$ prove

$$P(B) = \frac{13!}{0! 13!} \left(\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{13} = \left(\frac{2}{3}\right)^{13}$$

$$P(B) = \left(\frac{2}{3}\right)^{13} \approx 0,0051$$

$$6) P(E_1) = 0,60$$

$$P(E_2) = 0,70$$

$$P(E_3) = 0,90$$

$$P = P(E_1) \cdot P(E_2) \cdot P(E_3) = 0,60 \cdot 0,70 \cdot 0,90$$

$$P = 0,378$$

37,8%

7) 2,8
1,8
3,3
2,8
2,8
3,9

$$m = \frac{\sum x_i}{N}$$

$$N=6$$

④

$$m = \frac{2,8+1,8+3,3+2,8+2,8+3,9}{6} = 2,9$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - m)^2}{N-1}}$$

$$s = \sqrt{\frac{(2,8-2,9)^2 + (1,8-2,9)^2 + (3,3-2,9)^2 + 2(2,8-2,9)^2 + (3,9-2,9)^2}{5}}$$

$$s = \sqrt{\frac{2,4}{5}} = 0,6928$$

$$\frac{s}{\sqrt{N}} = \frac{0,6928}{\sqrt{6}} = 0,2828$$

t di Student

N-1 = 5 gradi di libertà

$$m - t_{crit} \cdot \frac{s}{\sqrt{N}} \leq \mu \leq m + t_{crit} \cdot \frac{s}{\sqrt{N}}$$

con $t_{crit} = 2,571$ (dalla tabella)

$$2,9 - 2,571 \cdot 0,2828 \leq \mu \leq 2,9 + 2,571 \cdot 0,2828$$

$$\boxed{2,17 \leq \mu \leq 3,63}$$

8) y ha distribuzione gaussiana di media

$$\mu_y = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = 1 + 2 + 3 = 6$$

e varianza

$$\sigma_y^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 = 0,202$$

$$\Rightarrow \sigma_y \cong 0,45$$

$$P(5.8 < y < 6.2) = \int_{5.8}^{6.2} p(y) dy = \int_{z_1}^{z_2} g(z) dz = \quad (5)$$

$$z_1 = \frac{5.8 - 6}{0.45} = -0.44$$

$$z_2 = \frac{6.2 - 6}{0.45} = 0.44$$

gaussiana
standard

$$= \int_{-0.44}^{0.44} g(z) dz = 2 \cdot \int_0^{0.44} g(z) dz = 2 \cdot 0.1700 = 0.34$$

$$P = 34\%$$

Quindi $N_{\text{att}} = 200 \cdot 0.34 = 68$

$$N_{\text{att}} = 68$$

g) $\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_{36}}{36} = \text{media}$

$\bar{x}$ ha distribuzione gaussiana, con
media $\mu_{\bar{x}} = \mu_x = 0.5$

e deviazione
standard $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{36}} = \frac{\sqrt{0.04}}{6}$

$$\sigma_{\bar{x}} = 0.033$$

$$P(0.51 < \bar{x} < 0.54) = \int_{0.51}^{0.54} p(y) dy = \int_{z_1}^{z_2} g(z) dz =$$

dove ho posto $y = \bar{x}$

$$\text{con } z_1 = \frac{0,51 - 0,50}{0,033} = 0,30 \quad (6)$$

$$z_2 = \frac{0,54 - 0,50}{0,033} = 1,21$$

$$= \int_{0,30}^{1,21} g(z) dz = \int_0^{1,21} g(z) dz - \int_0^{0,30} g(z) dz =$$

$$= 0,3869 - 0,1179 = 0,269$$

$$\boxed{P = 0,269} \quad \approx 27\%$$

10) In due giorni

$$\boxed{\mu = 2}$$

$$\text{e varianza} = \mu = \boxed{2 = \sigma^2}$$

$$P(k=3) = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} = \frac{2^3}{3!} e^{-2} = \frac{\cancel{2}^4}{3 \cdot \cancel{2}} e^{-2} =$$

$$\boxed{P = \frac{4}{3} e^{-2} \approx 0,180}$$

11) Appreso il metodo di fit dei minimi quadrati, perché gli errori Δy_i sono tutti uguali

$$A = \frac{(\sum y_i)(\sum x_i^2) - (\sum x_i) \cdot (\sum x_i y_i)}{N(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}$$

dove la somma è fatta per i 4 valori dei dati

$$B = \frac{N (\sum x_i y_i) - (\sum x_i)(\sum y_i)}{N (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \quad (7)$$

$$\Delta A = \Delta y \cdot \sqrt{\frac{(\sum x_i^2)}{N (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}}$$

$$\Delta B = \Delta y \cdot \sqrt{\frac{N}{N (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}}$$

Chiamando $\Delta = N (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2$
 il denominatore
 che compare nelle espressioni di $A \pm \Delta A$ e
 $B \pm \Delta B$

x_i	y_i	Δy_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	10	1	1	10
1.5	8	1	2,25	12
2	4,2	1	4	8,4
2.5	5,9	1	6,25	14,75
$\sum$	7	28,1	13,5	45,15

$$\sum x_i = 1 + 1,5 + 2 + 2,5 = 7$$

$$\sum y_i = 10 + 8 + 4,2 + 5,9 = 28,1$$

Calcolo la colonna degli x_i^2 facendo il
 quadrato di ciascun x_i

$$\sum x_i^2 = 1 + 2,25 + 4 + 6,25 = 13,5$$

Calcolo la colonna degli $x_i y_i$ moltiplicando
 tra loro le coppie x_i, y_i

$$\sum x_i y_i = 10 + 12 + 8,4 + 14,75 = 45,15$$

⑧

Calcolo il denominatore Δ (con $N=4$)

$$\Delta = 4 \cdot 13,5 - (7)^2 = 5$$

$$\Rightarrow A = \frac{(28,1) \cdot (13,5) - (7) \cdot (45,15)}{5}$$

$$A = \frac{63,3}{5} = 12,66$$

$$\Delta A = 1 \cdot \sqrt{\frac{13,5}{5}} = 1,64 \simeq 1,6$$

$$\Rightarrow \boxed{A = 12,7 \pm 1,6}$$

$$B = \frac{4 \cdot (45,15) - (7) \cdot (28,1)}{5}$$

$$B = \frac{-16,1}{5} = -3,22$$

$$\Delta B = 1 \cdot \sqrt{\frac{4}{5}} = 0,89 \simeq 0,9$$

$$\boxed{B = -3,2 \pm 0,9}$$

12)
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - f(x_i))^2}{\Delta y^2} = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - A - Bx_i)^2}{\Delta y^2}$$

Calcolo i valori attesi $f(x_i) = A + Bx_i$

(9)

x_i	$f(x_i) = A + Bx_i$	$(y_i - f(x_i))^2$
1	9,5	0,25
1,5	7,9	0,01
2	6,3	4,41
2,5	4,7	1,44

con $\begin{cases} A = 12,7 \\ B = -3,2 \end{cases}$ ricavati nell'esercizio precedente

Calcolo la colonna delle $(y_i - f(x_i))^2$

$$(y_1 - f(x_1))^2 = (10 - 9,5)^2 = 0,25$$

$$(y_2 - f(x_2))^2 = (8 - 7,9)^2 = 0,01$$

$$(y_3 - f(x_3))^2 = (4,2 - 6,3)^2 = 4,41$$

$$(y_4 - f(x_4))^2 = (5,9 - 4,7)^2 = 1,44$$

Poiché $\Delta y = 1$ si ha che $\frac{(y_i - f(x_i))^2}{\Delta y^2} =$ sono i valori appena calcolati

$$\chi^2 = 0,25 + 0,01 + 4,41 + 1,44$$

$$\chi^2 = 6,11$$

Per calcolare il chi quadro ridotto, il numero di gradi di libertà $d = 4 - 2$

numero di punti $\swarrow$ $\nwarrow$ ho calcolato A e B dai dati

$$\Rightarrow d = 2$$

$$\Rightarrow \tilde{\chi}^2 = \frac{1}{2} \chi^2 = \frac{1}{2} \cdot 6,11 \approx 3,05$$

(10)

- Questo è il valore ottenuto dai dati, ovvero

$$\tilde{\chi}_0^2 = 3,05$$

Per giudicare la bontà dell'ipotesi fatta, devo valutare

$$P_{\frac{1}{2}}(\tilde{\chi}^2 \geq 3,05) \approx 5\%$$

ottenuto
dalla tavola
del $\tilde{\chi}^2$

Quindi l'ipotesi che i dati

- soddisfino la relazione

$$y = A + Bx$$

è RIGETTATA al livello significativo
del 5%