

Compitino - 27.03.2007

Esercizio 1

Si lascia cadere una pietra di massa m g da un dirupo alto h m.

Domanda n. 1: Calcolare il tempo necessario alla pietra per percorrere gli ultimi d metri.

Esercizio 2

Una persona lascia cadere un pezzo di sughero da un ponte su un fiume che scorre con velocità costante uguale a $u = 4.343$ m/s. Il sughero è trascinato dalla corrente sino ad un secondo ponte distante $G = 0.4883$ km dal primo. Dopo aver lasciato cadere il sughero, la persona torna alla sua auto e — con un ritardo $r = 89.69$ s — parte con accelerazione costante uguale a $a = 0.3627$ m/s² per raggiungere il sughero al secondo ponte.

Domanda n. 2: Calcolare il tempo che impiega chi (tra il sughero e la persona) arriva per primo al secondo ponte.

Esercizio 3

Una cassa di massa $m = 53.87$ kg viene lanciata con velocità iniziale $v = 7.886$ m/s su un piano inclinato (angolo di inclinazione rispetto all'orizzontale $\alpha = 21.9$ gradi). Il coefficiente di attrito dinamico tra la cassa e il piano è $\mu_d = 0.5485$.

Domanda n. 3: Calcolare a quale altezza rispetto al punto di partenza si ferma la cassa.

Domanda n. 4: Calcolare a quale distanza rispetto al punto di partenza si fermerebbe la cassa se sul piano inclinato non ci fosse attrito.

Esercizio 4

Una sfera di massa $m = 54.2$ g è sospesa ad un filo. Una brezza orizzontale costante la fa spostare in modo tale che in posizione di equilibrio il filo formi con l'asse verticale un angolo $\alpha = 43.82$ gradi.

Domanda n. 5: Calcolare la tensione del filo.

Domanda n. 6: Calcolare l'intensità della spinta orizzontale.

Esercizio 5

Una larva di farfalla cade da un albero e precipita al suolo. La sua caduta è frenata dalla resistenza dell'aria, che limita la velocità. Si supponga che la larva raggiunga la velocità limite prima di arrivare al suolo, e che la forza viscosa sia descrivibile con l'espressione $F_v = Av^2$, dove A è la sezione trasversale della larva stessa (moltiplicata per un coefficiente che vale 1 in unità SI). La larva ha una densità $\rho = 0.9045$ g/cm³ e nella caduta si arrotola su se stessa assumendo la forma di una sfera di diametro $d = 1.92$ cm; l'altezza dell'albero è $h = 22.37$ m.

Domanda n. 7: Calcolare la velocità limite raggiunta dalla larva.

Domanda n. 8: Calcolare il rapporto tra l'energia cinetica che avrebbe la larva un attimo prima di toccare il suolo se non ci fosse l'attrito dell'aria e l'energia cinetica della larva corrispondente alla velocità limite.

Esercizio 6

Un corpo di massa $m_1 = 81.44 \text{ g}$ è posto su un piano orizzontale senza attrito e fissato alla estremità di una molla di massa trascurabile e costante elastica $k = 57.75 \text{ N/m}$. L'altra estremità è fissata ad una parete, e la molla è allineata ad un asse orizzontale x la cui origine si trova nella posizione di equilibrio; tutte le grandezze sono misurate rispetto a questo asse. Il corpo m_1 è inizialmente bloccato nel punto di coordinata $x = -1.767 \text{ cm}$. Un secondo corpo di massa $m_2 = 363.8 \text{ g}$, viaggiando sul piano con velocità $v = 1.145 \text{ m/s}$, urta il primo, lo sblocca e vi si attacca.

Domanda n. 9: Calcolare il periodo di oscillazione T del sistema masse + molla.

Domanda n. 10: Calcolare la posizione delle due masse dopo un tempo $t = 7/8 T$.

Soluzioni

Esercizio 1

Risposta alla domanda n. 1: Il tempo richiesto è calcolabile come la differenza tra il tempo necessario per l'intera caduta e per il tratto corrispondente a $h - d$:

$$\sqrt{\frac{2}{g}} (\sqrt{h} - \sqrt{h - d})$$

Esercizio 2

Risposta alla domanda n. 2: Si devono confrontare i due moti (uniforme quello del sughero, uniformemente accelerato quello della persona, che però parte in ritardo) e scegliere il minore dei due:

$$t_{\text{sughero}} = \frac{G}{u}$$
$$t_{\text{persona}} = r + \sqrt{\frac{2G}{a}}$$

Esercizio 3

Risposta alla domanda n. 3: Si applica la conservazione dell'energia in presenza di forze dissipative, tenendo conto quindi del lavoro compiuto dalla forza di attrito:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 - \mu mg \cos \alpha \frac{h}{\sin \alpha}$$
$$h = \frac{v^2}{2g \left(1 + \frac{\mu}{\tan \alpha}\right)}$$

Risposta alla domanda n. 4: nel caso di piano senza attrito, dalla conservazione di energia si ottiene il percorso della cassa:

$$L = \frac{v^2}{2g \sin \alpha}$$

Esercizio 4

Risposta alla domanda n. 5: Affinchè la componente verticale della forza totale agente sulla sfera sia nulla deve essere:

$$T = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

Risposta alla domanda n. 6: Dal bilancio della componente orizzontale si ottiene:

$$B = mg \tan \alpha$$

Esercizio 5

Risposta alla domanda n. 7: la velocità limite è calcolabile imponendo che la risultante delle forze (peso e resistenza dell'aria) sia nulla: $mg - Av^2 = 0$. Sostituendo al posto della massa il suo valore espresso in termini del diametro e della densità della larva, e al posto di A la sezione espressa in termini del diametro, e ricavando v si ottiene:

$$v = \sqrt{\frac{mg}{A}} = \sqrt{\frac{2\rho g d}{3}}$$

Risposta alla domanda n. 8: Il rapporto tra le due energie cinetiche è uguale al rapporto tra mgh (ottenuto applicando la conservazione dell'energia in assenza di attrito viscoso) e $1/2 mv^2$ (con v calcolato sopra):

$$\frac{mgh}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{3h}{\rho d}$$

Esercizio 6

Risposta alla domanda n. 9:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$$

Risposta alla domanda n. 10: Utilizzando prima la conservazione della quantità di moto nell'urto anelastico tra le due masse e poi la soluzione generica del moto si ottiene:

$$\begin{aligned}v_0 &= v \frac{m_2}{m_1 + m_2} \\x(t) &= x_0 \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t) \\ \omega \frac{7}{8}T &= \frac{2\pi}{T} \frac{7}{8}T = \frac{7}{4}\pi \\ \cos\left(\frac{7}{4}\pi\right) &= \cos\left(-\frac{1}{4}\pi\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin\left(\frac{7}{4}\pi\right) &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ x\left(\frac{7}{8}T\right) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(x_0 - \frac{v}{\omega} \frac{m_2}{m_1 + m_2}\right)\end{aligned}$$