

Compitino - 04.05.2007

Esercizio 1

Un pianeta ha una densità media $\delta = 1.886 \delta_T$ e un raggio medio $R = 0.6854 R_T$ (dove δ_T e R_T sono rispettivamente i valori medi della densità e del raggio della Terra, riportati in fondo al foglio).

Domanda n. 1: Calcolare l'accelerazione di gravità sulla superficie del pianeta.

Esercizio 2

Una stazione spaziale è parcheggiata in una orbita circolare ad altezza $H = 5468 \text{ km}$ rispetto alla Terra.

Domanda n. 2: Si trovi il modulo della velocità della stazione affinché resti sull'orbita.

Domanda n. 3: Se la stazione vuole iniziare un viaggio spaziale, e fuggire completamente dal campo di attrazione della Terra, quale sarà il modulo della velocità minima necessario per quella orbita?

Esercizio 3

Un missile viene lanciato lungo la verticale ascendente dalla superficie terrestre, alla velocità iniziale $v = 2.747 \text{ km/s}$.

Domanda n. 4: Si trovi la quota massima che il corpo raggiungerà, trascurando la resistenza dell'aria.

Esercizio 4

Sulla superficie libera di una vaschetta (molto profonda) contenente un liquido incompressibile di densità $\rho = 11.35 \text{ g/cm}^3$ si esercita una pressione $p_{est} = 178.6 \text{ kPa}$.

Domanda n. 5: A quale profondità la pressione è $p = 1.643 p_{est}$?

Esercizio 5

Un tubo orizzontale è percorso da acqua che si muove alla velocità di $v_f = 2.061 \text{ m/s}$ per effetto di una pressione $p = 415.5 \text{ kPa}$. Il tubo cambia la sua altezza rispetto alla tubazione iniziale di una quota $h = -1.717 \text{ m}$ e si restringe, con il diametro che si riduce alla metà di quello iniziale.

Domanda n. 6: Qual'è la velocità dell'acqua nella parte stretta?

Domanda n. 7: Quanto vale la pressione nella parte stretta?

Esercizio 6

Il peso in aria di un sughero di grandi dimensioni è $P = 0.8687 \text{ N}$. Se viene tenuto completamente immerso nell'acqua da un dinamometro (appoggiato sul fondo del contenitore), l'indicatore di quest'ultimo registra una forza $D = 0.6429 \text{ N}$.

Domanda n. 8: Si trovi la densità del sughero.

Esercizio 7

Un corpo di massa $m = 1432 \text{ g}$ muovendosi su un piano senza attrito con velocità $v = 2.639 \text{ m/s}$ urta un secondo corpo (di massa uguale) inizialmente fermo. L'urto è perfettamente elastico, e i due corpi si allontanano con velocità perpendicolari tra loro. Se il vettore velocità del primo corpo dopo l'urto è orientato ad un angolo $\theta = 6.897^\circ$ rispetto alla direzione iniziale di v ,

Domanda n. 9: calcolare il modulo della velocità del primo corpo dopo l'urto.

Esercizio 8

Ad un certo istante, un anello di raggio $r = 56.19 \text{ cm}$ e massa $m = 2.393 \text{ kg}$ inizia a rotolare senza strisciare con velocità $v = 17.99 \text{ m/s}$ sopra un piano inclinato (in salita) la cui inclinazione è $\alpha = 45.64^\circ$.

Domanda n. 10: Quanto spazio percorrerà l'anello lungo il piano inclinato prima di fermarsi, nell'ipotesi che non strisci mai?

Soluzioni

Esercizio 1

Risposta alla domanda n. 1: L'accelerazione di gravità sulla superficie di un pianeta espressa mediante la densità media risulta:

$$g = \frac{4}{3}\pi G\delta R$$

utilizzando i valori relativi (rispetto alla Terra) si ottiene:

$$g = \frac{\delta}{\delta_T} \frac{R}{R_T} g_T$$

Esercizio 2

Risposta alla domanda n. 2: La stazione spaziale deve avere una velocità tale che la forza di attrazione gravitazionale corrisponda alla forza centripeta radiale corrispondente a quella orbita circolare:

$$\begin{aligned} \frac{GM_T m}{(R_T + H)^2} &= m \frac{v^2}{R_T + H} \\ v &= \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + H}} \end{aligned}$$

Risposta alla domanda n. 3: La velocità di fuga è:

$$v_{fuga} = \sqrt{2 \frac{GM_T}{R_T + H}}$$

Esercizio 3

Risposta alla domanda n. 4: Detta h la quota massima raggiunta dal missile, applicando la conservazione dell'energia al punto iniziale (corpo sulla Terra, con velocità v) e finale (corpo alla quota massima) si trova:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_T m}{R_T} &= -\frac{GM_T m}{R_T + h} \\ h &= \frac{v^2}{2\frac{GM_T}{R_T} - v^2} R_T\end{aligned}$$

Esercizio 4

Risposta alla domanda n. 5:

$$h = \frac{p_{est}}{\rho g} \left(\frac{p}{p_{est}} - 1 \right)$$

Esercizio 5

Risposta alla domanda n. 6: Applicando la conservazione della massa, indicando con l'indice 2 le quantità misurate nella parte più stretta e con A le sezioni del tubo si ottiene:

$$\begin{aligned}v_2 A_2 &= v_f A \\ A_2 &= \frac{1}{4} A \\ v_2 &= 4v_f\end{aligned}$$

Risposta alla domanda n. 7: Applicando inoltre l'equazione di Bernoulli si ottiene:

$$\begin{aligned}p + \frac{1}{2}\rho v_f^2 &= p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh = p_2 + 8\rho v_f^2 + \rho gh \\ p_2 &= p - \rho \left(\frac{15}{2}v_f^2 + gh \right)\end{aligned}$$

Esercizio 6

Risposta alla domanda n. 8: La forza indicata dal dinamometro (tenuto conto che la densità del sughero è minore di quella dell'acqua) vale:

$$\begin{aligned}D &= F_A - P \\ F_A &= \rho_{acqua} V g = D + P \\ \rho_{sughero} V g &= P \\ \rho_{sughero} &= \frac{P}{D + P} \rho_{acqua}\end{aligned}$$

Esercizio 7

Risposta alla domanda n. 9: Applicando la conservazione della quantità di moto e dell'energia, denotando con v_1 e v_2 i moduli delle velocità dei due corpi dopo l'urto, si ottengono le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}mv &= mv_1 \cos \theta + mv_2 \sin \theta \\0 &= mv_1 \sin \theta - mv_2 \cos \theta \\ \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2\end{aligned}$$

risolvendo per v_1 si ottiene:

$$v_1 = \frac{v}{\sqrt{1 + (\tan \theta)^2}}$$

Esercizio 8

Risposta alla domanda n. 10: La conservazione dell'energia (applicabile perché le forze d'attrito non compiono lavoro), tenuto conto dell'energia di rotazione dell'anello, vale:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 &= mgh \\ I &= mr^2 \\ s &= \frac{v^2}{g \sin \theta}\end{aligned}$$