

Compitino - 29.05.2007

Esercizio 1

In un sistema cartesiano xy , due cariche puntiformi $q_1 = 1.82 \mu C$ e $q_2 = 1.495 \mu C$ occupano rispettivamente le posizioni $r_1 = (-d, 0)$ e $r_2 = (0, -d)$ con $d = 1.532 \text{ cm}$. Una carica $Q = 0.7982 \mu C$ si trova nell'origine del sistema di coordinate.

Domanda n. 1: Sapendo che il modulo dell'accelerazione della carica Q è $a = 1.204 \text{ m/s}^2$, calcolare la sua massa.

Domanda n. 2: Calcolare l'angolo (in gradi) che l'accelerazione cui è sottoposta la carica Q forma con l'asse delle x .

Esercizio 2

Una carica Q è fissata nell'origine di un sistema di coordinate xy . All'istante $t = 0$ si colloca una particella di massa $m = 736 \text{ g}$ e carica $q = 0.1 \mu C$ in $x = 17.7 \text{ m}$ animandola di velocità $v_0 = 14.65 \text{ m/s}$ nel verso positivo delle y .

Domanda n. 3: Quale valore di Q costringerà la particella a seguire un percorso circolare (esprimere Q con il suo segno)?

Domanda n. 4: Con il valore di Q trovato nella domanda precedente, se il valore di v_0 raddoppia, a quale distanza sull'asse x dovrà essere posta la particella affinché anche in questa situazione il moto risulti circolare?

Esercizio 3

Due lunghi e sottili cilindri coassiali carichi hanno raggi $r_1 = 1.149 \text{ cm}$ e $r_2 = 8.99 \text{ cm}$. La carica per unità di lunghezza è $\lambda_1 = 20.7 \mu C/m$ sul cilindro interno e $\lambda_2 = -267.1 \mu C/m$ sul cilindro esterno.

Domanda n. 5: Trovare il modulo del campo elettrico in un punto posto a distanza $r = 5.214 \text{ cm}$ dall'asse dei cilindri.

Esercizio 4

Un defibrillatore è assimilabile ad un condensatore caricato ad "alta tensione", in grado di scaricare in tempi brevi una discreta energia sul corpo umano, producendo campi che stimolano la ripresa della funzione cardiaca. Sapendo che l'energia immagazzinata è $E = 477.6 \text{ J}$ e che la capacità del condensatore è $C = 25.95 \mu F$

Domanda n. 6: si calcoli a quale tensione è caricato il condensatore.

Domanda n. 7: Si calcoli la carica Q presente su ciascuna piastra prima della scarica (indicare il modulo).

Esercizio 5

Una particella carica (inizialmente ferma ad una altezza rispetto al suolo $h = 534.9 \text{ cm}$) viene lasciata libera di muoversi sotto l'azione della forza peso e di un campo elettrico uniforme

diretto verticalmente. Sapendo che la particella arriva al suolo con una velocità $v = 23.7 \text{ m/s}$, che la sua carica è $q = 16.08 \mu\text{C}$ e la sua massa è $m = 247.9\text{g}$,

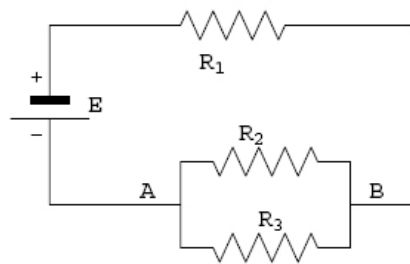
Domanda n. 8: calcolare il valore del campo elettrico, prendendo come verso positivo quello diretto verso il basso.

Esercizio 6

Un circuito è costituito da una pila che genera una forza elettromotrice $\mathcal{E} = 10.48 \text{ V}$, da una resistenza $R_1 = 388.7 \Omega$ e da due resistenze in parallelo $R_2 = 437.8 \Omega$ e $R_3 = 876.8 \Omega$.

Domanda n. 9: Calcolare la corrente I che attraversa la resistenza R_1 .

Domanda n. 10: Calcolare la differenza di potenziale V_{BA} fra i punti B e A (agli estremi della coppia di resistenze in parallelo).



Soluzioni

Esercizio 1

Risposta alla domanda n. 1: Le due cariche poste in r_1 e r_2 generano rispettivamente due forze perpendicolari tra loro di intensità:

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_1}{d^2}$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_2}{d^2}$$

$$F_{tot} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$m = \frac{F_{tot}}{a} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{d^2} \sqrt{q_1^2 + q_2^2}$$

Risposta alla domanda n. 2: L'angolo che F_{tot} forma con l'asse x è ricavabile dall'arcotangente del rapporto tra F_2 e F_1 :

$$\alpha = \arctan \frac{F_2}{F_1} = \arctan \frac{q_2}{q_1}$$

Esercizio 2

Risposta alla domanda n. 3: La forza elettrica attrattiva dovrà fornire la forza centripeta necessaria alla particella con velocità v_0 per muoversi su un cerchio di raggio x ; quindi

$$\begin{aligned}\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q|q}{x^2} &= m \frac{v_0^2}{x} \\ |Q| &= 4\pi\epsilon_0 \frac{mv_0^2 x}{q}\end{aligned}$$

Il valore assoluto di Q deve essere negativo affinché la forza sia attrattiva.

Risposta alla domanda n. 4: Dato che il prodotto $v_0^2 x$ è proporzionale a Q , la distanza deve diminuire in modo da mantenere costante il prodotto: se la velocità raddoppia, il suo quadrato aumenta di un fattore 4 quindi la distanza deve diminuire dello stesso fattore:

$$x_n = \frac{x}{4}$$

Esercizio 3

Risposta alla domanda n. 5: Applicando la Legge di Gauss con una superficie chiusa cilindrica di lunghezza L e raggio di base r si trova il valore del campo generato da un cilindro:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$

Per tener conto di tutti i possibili casi, occorre sostituire a λ il valore di λ_1 per $r_1 < r < r_2$, oppure $\lambda_1 + \lambda_2$ per $r > r_2$. Il modulo è il valore assoluto dell'espressione trovata.

Esercizio 4

Risposta alla domanda n. 6:

$$V = \sqrt{\frac{2E}{C}}$$

Risposta alla domanda n. 7:

$$Q = CV = \sqrt{2EC}$$

Esercizio 5

Risposta alla domanda n. 8: Il modulo della forza totale agente sulla particella è la somma della forza peso (mg) e della forza elettrica (qE); la velocità con cui la particella tocca il suolo è legata alla accelerazione in modo semplice; combinando i due risultati si ottiene:

$$\begin{aligned}a &= \frac{v^2}{2h} \\ ma &= mg + qE \\ E &= \frac{m}{q}(a - g) = \frac{m}{q} \left(\frac{v^2}{2h} - g \right)\end{aligned}$$

Esercizio 6

Risposta alla domanda n. 9: La resistenza totale del circuito è la somma di R_1 e della resistenza equivalente al parallelo di R_2 e R_3 :

$$R_{tot} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}{R_2 + R_3}$$
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{tot}} = \mathcal{E} \frac{R_2 + R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}$$

Risposta alla domanda n. 10: La differenza di potenziale V_{BA} fra i punti B e A (agli estremi della coppia di resistenze in parallelo) è il prodotto della corrente per la resistenza equivalente al parallelo di R_2 e R_3 :

$$V_{BA} = \frac{\mathcal{E}}{R_{tot}} \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \mathcal{E} \frac{R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}$$

In alternativa, questa stessa espressione è calcolabile come la differenza di potenziale ai capi della pila meno la caduta di potenziale ai capi della resistenza R_1 :

$$V_{BA} = \mathcal{E} - R_1 I$$