FISICA PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI C

Compitino del 29.04.2008

Esercizio 1

In un sistema di riferimento inerziale xy tre corpi di masse $m_1 = 6.722\ kg$, $m_2 = 3.8\ kg$ e $m_3 = 14.54\ kg$, inizialmente fermi, hanno posizioni individuate rispettivamente dai vettori $\vec{R_1} = (0\hat{\imath} + 6.472\hat{\jmath})\ m$, $\vec{R_2} = (9.02\hat{\imath} + 8.287\hat{\jmath})\ m$ e $\vec{R_3} = (0.3883\hat{\imath} + 0\hat{\jmath})\ m$. Sapendo che la risultante delle forze esterne sul sistema è $\vec{F} = (14.93\hat{\imath} - 8.963\hat{\jmath})\ N$, si trovino:
Domanda n. 1: la componente x della posizione del centro di massa all'istante iniziale;
Domanda n. 2: la componente y della accelerazione del centro di massa all'istante iniziale.

Esercizio 2

Su di un asse orizzontale senza attrito, un corpo di massa $m_1 = 0.1481\ kg$ (inizialmente con velocità $v_1 = 3.013\ m/s$) colpisce centralmente un corpo di massa $m_2 = 1.295\ kg$ che sta viaggiando con velocità $v_2 = -1.969\ m/s$. L'urto è completamente anelastico, e dura un intervallo di tempo $\Delta t = 0.05\ s$.
Domanda n. 3: Calcolare la velocità del centro di massa dopo l'urto.
Domanda n. 4: Calcolare il modulo della forza media esercitata dal primo corpo sul secondo durante l'urto.

Esercizio 3

Un pianeta ha una densità media che è $\delta = 1.383$ la densità media della Terra, e un raggio di $R = 7535\ km$ (il raggio della Terra è riportato in fondo al foglio).
Domanda n. 5: Calcolare l'accelerazione di gravità sulla superficie del pianeta.

Esercizio 4

Due asteroidi uguali di forma sferica, diametro $A = 749.4\ km$ e densità $\delta = 6356\ kg/m^3$ si trovano inizialmente fermi ad una distanza grandissima fra loro. Per effetto dell'attrazione gravitazionale cominciano a muoversi e si avvicinano; ad un certo istante i loro centri si trovano alla distanza $L = 8000\ km$. In questa situazione:
Domanda n. 6: Calcolare la quantità di moto totale del sistema formato dai due corpi.
Domanda n. 7: Calcolare il modulo della velocità di ciascuno dei due corpi.

Esercizio 5

Un satellite stazionario di massa $m = 1000\ kg$ ruota attorno ad un pianeta di massa $M = 8.539E+023\ kg$ su un'orbita circolare di raggio $R = 3.8E+004\ km$.
Domanda n. 8: Calcolare il periodo di rotazione del satellite.

Esercizio 6

Un CD può essere schematizzato come un cilindro di raggio $r = 6\ cm$, altezza (spessore) $h = 1.046\ mm$ e densità uniforme $\rho = 1231\ kg/m^3$. In un dispositivo di lettura esso ruota (in modo uniforme) compiendo 8342 *giri/minuto*.

Domanda n. 9: Calcolare il momento angolare del CD.

Esercizio 7

Una sfera piena di raggio $r = 0.8506\ m$ e massa $m = 0.5\ kg$ risale — rotolando senza strisciare — su un piano inclinato che ha inclinazione $\alpha = 40.49°$ rispetto all'orizzontale. La velocità iniziale della sfera è $v = 13.83\ m/s$.
Domanda n. 10: Calcolare l'altezza del centro della sfera quando questa si arresta (riferita alla posizione iniziale dello stesso centro.

Soluzioni

Esercizio 1

Risposta alla domanda n. 1: La componente x del centro di massa si calcola dalla definizione:

$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Risposta alla domanda n. 2: Se F è la risultante delle forze applicate, l'accelerazione del centro di massa è ottenibile dividendo F per la massa totale, quindi per la componente y si ha:

$$a_y = \frac{F_y}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Esercizio 2

Risposta alla domanda n. 3: La velocità del centro di massa resta immutata, dato che negli urti si suppone agiscano solo forze interne. Quindi la velocità è calcolabile anche partendo dalle velocità dei corpi prima dell'urto:

$$v_{cm} = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

Risposta alla domanda n. 4: Per il teorema dell'impulso, la forza media esercitata dal primo corpo sul secondo corrisponde alla variazione della quantità di moto del secondo corpo diviso la durata dell'urto stesso; dato che i due corpi si sono uniti nell'urto, la velocità del centro di massa coincide con la velocità finale del secondo corpo:

$$F_{media} = \frac{m_2(v_2 - v_{cm})}{\Delta t}$$

Questo risultato può anche essere scritto sostituendo il valore simbolico di v_{cm} ricavato prima:

$$F_{media} = \frac{m_1m_2(v_1 - v_2)}{(m_1 + m_2)\Delta t}$$

Esercizio 3

Risposta alla domanda n. 5: L'accelerazione di gravità sulla superficie di un pianeta vale:

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

Se si esprime la massa utilizzando la densità media si ha:

$$g = \frac{4}{3}\pi G\delta R$$

Osservando la dipendenza dalla densità e dal raggio, e utilizzando i valori relativi (rispetto alla Terra) si ottiene:

$$g = \frac{\delta}{\delta_T}\frac{R}{R_T}g_T$$

Esercizio 4

Risposta alla domanda n. 6: La quantità di moto totale del sistema si conserva, e quindi è calcolabile in qualunque istante; all'inizio, i due asteroidi sono fermi, quindi vale 0.
Risposta alla domanda n. 7: La conservazione dell'energia meccanica permette di eguagliare l'energia totale iniziale (pari a 0, perché consistente solo nell'energia potenziale gravitazionale calcolata a distanza infinita) a quella finale (composta dall'energia potenziale gravitazionale e dalla somma delle energie cinetiche dei due corpi; se v è il modulo dalla velocità di entrambi asteroidi, si ha:

$$\begin{aligned} 0 &= 2\frac{1}{2}Mv^2 - G\frac{M^2}{L} \\ v &= \sqrt{\frac{GM}{L}} = \sqrt{\frac{\pi}{6}G\frac{A^3\delta}{L}} \end{aligned}$$

Esercizio 5

Risposta alla domanda n. 8: Applicando la terza legge di Keplero, notando che la massa del satellite è trascurabile rispetto a quella del pianeta, si ottiene:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

Esercizio 6

Risposta alla domanda n. 9: Il momento di inerzia di un cilindro di raggio r, altezza h e densità uniforme ρ vale:

$$I = \frac{1}{2}\pi r^2 h r^2 \rho$$

Se c è il numero di *giri/minuto*, la velocità angolare risulta:

$$\omega = \frac{2\pi}{60}c$$

e il momento angolare

$$J = I\omega = \frac{\pi^2}{60}\rho r^4 hc$$

Esercizio 7

Risposta alla domanda n. 10: Dato che non c'è scivolamento nel moto della sfera, si può applicare la conservazione dell'energia.
Tenendo conto della relazione $v = \omega\, r$ e del momento di inerzia di una sfera

$$I = \frac{2}{5} m r^2$$

si ottiene:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}\left(I\omega^2 + mv^2\right) = mgh \\ mgh &= \frac{1}{2} m \left(\frac{I}{m}\frac{v^2}{r^2} + v^2\right) \\ h &= \frac{v^2}{2g}\left(\frac{\frac{2}{5}mr^2}{mr^2} + 1\right) = 0.7\frac{v^2}{g} \end{aligned}$$