

FISICA PER SCIENZE BIOLOGICHE

Compitino del 28.04.2011

Esercizio A

Un pendolo semplice di lunghezza $L = 2.05 \text{ m}$ e massa $M = 2 \text{ kg}$ collegato al soffitto, viene lasciato libero quando forma un angolo $\theta_0 = 24.2^\circ$ con la verticale (si ipotizzi un moto di piccole oscillazioni).

Domanda n. 1: Calcolare la velocità angolare posseduta dal pendolo quando si trova nella posizione con $\theta = \theta_0/2$.

Proseguendo nel suo moto, quando il pendolo arriva alla posizione verticale, urta in modo completamente anelastico un secondo corpo di uguale massa (che vi resta attaccato).

Domanda n. 2: Calcolare il tempo necessario affinché il pendolo arrivi alla massima angolazione.

Esercizio B

Una palla da bowling (considerabile come una sfera cava) per ritornare alla postazione dei giocatori rotola senza strisciare su un binario orizzontale con velocità iniziale del centro di massa $v = 4.04 \text{ m/s}$; il binario termina con una rampa in salita e un ulteriore tratto orizzontale, posto ad una altezza $h = 0.816 \text{ m}$ rispetto alla prima parte del binario.

Domanda n. 3: Con quale velocità procede la palla nel tratto terminale del binario?

Esercizio C

Attorno ad un pianeta di massa $M = 8.89 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ruota un satellite, su un'orbita circolare, con periodo $T_s = 1.08 \cdot 10^4 \text{ s}$.

Domanda n. 4: Calcolare la distanza fra i centri del pianeta e del satellite.

Domanda n. 5: Calcolare il modulo dell'accelerazione agente sul satellite.

Esercizio D

Una bilancia è completamente immersa dentro un fluido (che non la danneggia) di densità $\rho = 464 \text{ kg/m}^3$. Sopra il piatto della bilancia è appoggiato (e completamente immerso) un oggetto sferico, di raggio $R = 0.3 \text{ m}$ e massa $m = 63 \text{ kg}$.

Domanda n. 6: Quanto vale il peso (in Newton) dell'oggetto indicato dalla bilancia?

Esercizio E

Sul fondo di una barca si è creata una piccola falla circolare di diametro $D = 3.41 \text{ cm}$. Il fondo della barca si trova a $H = 0.8 \text{ m}$ dal pelo dell'acqua.

Domanda n. 7: Determinare quanti litri di acqua vengono imbarcati nei primi 4 secondi.

Esercizio F

A causa di una occlusione, il diametro interno di un vaso sanguigno si riduce del $\eta = 20.6\%$, ma la portata resta immutata. Considerando il sangue come un fluido viscoso, e sapendo che la differenza di pressione ai capi dell'arteria prima della formazione dell'occlusione era $\Delta P = 234 \text{ Pa}$,

Domanda n. 8: calcolare il nuovo valore della differenza di pressione ai capi dell'arteria.

Esercizio G

Un corpo di massa $m_1 = 1.02 \text{ kg}$ urta in modo parzialmente anelastico un corpo di massa $m_2 = 4.15 \text{ kg}$. Nel sistema di riferimento del centro di massa dei due corpi (dove la quantità di moto totale è nulla), il primo corpo ha velocità iniziale $v_1 = 12.7 \text{ m/s}$; dopo l'urto l'energia totale posseduta dai due corpi è pari alla frazione $\alpha = 0.45$ di quella iniziale.

Domanda n. 9: Calcolare la perdita di energia (in valore assoluto).

Domanda n. 10: Calcolare il modulo della velocità del corpo m_2 dopo l'urto.

Soluzioni

Esercizio A

Risposta alla domanda n. 1: Applicando la conservazione dell'energia meccanica e utilizzando l'ipotesi di piccole oscillazioni si ha per l'energia iniziale E_1 e per l'energia E_2 quando il pendolo si trova nella posizione θ :

$$E_1 = MgL(1 - \cos \theta_0)$$

$$E_2 = MgL(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2}I\omega^2 = MgL(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2}ML^2\omega^2$$

eguagliando i valori e sostituendo θ segue:

$$\omega = \sqrt{\frac{2g}{L}(-\cos \theta_0 + \cos \frac{\theta_0}{2})} = 0.793 \text{ rad/s}$$

nell'approssimazione di piccole oscillazioni si può sviluppare in serie e si ottiene:

$$\omega \sim \sqrt{\frac{2g}{L}(-1 + \frac{\theta_0^2}{2} + 1 - \frac{\theta_0^2}{8})} = \theta \sqrt{\frac{3g}{4L}} = 0.80 \text{ rad/s}$$

Risposta alla domanda n. 2: Il tempo richiesto è uguale ad un quarto del periodo; dato che per un pendolo semplice questo non dipende dalla massa si ottiene:

$$t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L}{g}} = 0.718 \text{ s}$$

Esercizio B

Risposta alla domanda n. 3: L'energia meccanica della palla nei due tratti di binari è:

$$E_1 = \frac{1}{2}mv^2 \left(1 + \frac{I}{mr^2}\right)$$

$$E_2 = \frac{1}{2}mv_f^2 \left(1 + \frac{I}{mr^2}\right) + mgh$$

sostituendo a I il valore per una sfera cava e risolvendo per v_f si ottiene:

$$I = \frac{2}{3}mr^2$$
$$v_f = \sqrt{v^2 - \frac{2gh}{\left(1 + \frac{I}{mr^2}\right)}} = \sqrt{v^2 - \frac{6gh}{5}} = 2.59 \text{ m/s}$$

Esercizio C

Risposta alla domanda n. 4: Applicando la terza legge di Keplero per il sistema pianeta-satellite si ha:

$$R = \sqrt[3]{\frac{GMT_s^2}{4\pi^2}} = 1.2 \times 10^7 \text{ m}$$

Risposta alla domanda n. 5: Per il modulo dell'accelerazione si ha:

$$a = \frac{4\pi^2}{T_s^2} R = 4.08 \text{ m/s}^2$$

Esercizio D

Risposta alla domanda n. 6: La bilancia misura una forza totale dovuta alla composizione della forza peso e alla forza di pressione (di Archimede):

$$F_{bil} = \left(m - \rho \frac{4}{3} \pi R^3 \right) g = 103 \text{ N}$$

Esercizio E

Risposta alla domanda n. 7: Applicando il teorema di Torricelli si ha:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2gH} \\ Q &= Sv = \pi \frac{D^2}{4} v \\ M_{imb} &= Qt = \pi \frac{D^2}{4} \sqrt{2gH} t = 0.01445 \text{ m}^3 = 14.45 \text{ litri} \end{aligned}$$

Esercizio F

Risposta alla domanda n. 8: Per la legge di Poiseuille, la differenza di pressione ai capi del vaso sanguigno scala con la quarta potenza del raggio del vaso:

$$\Delta P_{occl} = \Delta P \left(\frac{R_{occl}}{R} \right)^{-4} = \Delta P (1 - \eta)^{-4} = 589 \text{ Pa}$$

Esercizio G

Risposta alla domanda n. 9: Detto p il modulo della quantità di moto di ciascuno dei due corpi, per l'energia cinetica prima e dopo l'urto valgono le relazioni:

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) p^2 \\ K_d &= \alpha K_p \\ |\Delta K| &= (1 - \alpha) K_p = 56.36 \text{ J} \end{aligned}$$

Risposta alla domanda n. 10: La velocità scala come la quantità di moto, quindi come la radice quadrata dell'energia:

$$v_{2d} = \frac{m_1 v_1}{m_2} \sqrt{\alpha} = 2.09 \text{ m/s}$$